1. (2 Punkte) a. Was sagt die Fano-Bedinung aus?

   b. Unten sind Codewörter für einige Buchstaben gegeben. Ist die Fano-Bedingung erfüllt? Falls nein, erläutere die Aussage der Fano-Bedingung mit einem Beispiel.

   a = '00' b = '10' c = '11' d = '01' f = '101'

   Lösung: a. Die Fanobedingung besagt, dass kein Codewort der Anfang eines anderen Codewortes sein darf. Wenn die Fanobedingung erfüllt ist, lassen sich Codierungen eindeutig decodieren.

   b. Das Codewort für b ist der Anfang des Codeworts für f. Die Fano-Bedingung ist nicht erfüllt: Beispiel: bcd und ff haben beide die Codierung 101101.

2. (2 Punkte) Decodiere die Bitfolge mit dem angegebenen Huffman-Baum

   `1010100011001111001101110111110001`

   Hinweis zur Darstellung des Huffman-Baums: Der Baum ergibt sich durch Drehen der abgebildeten Zeilen um 90 Grad nach rechts. Die Punkte geben die Ebenen des Baumes an. Knoten, die nur Zahlen aber keine Zeichen enthalten, sind mit einem # markiert.

```
...2 r
..4 #
...2 u
.7 #
...2 g
..3 #
...1 k
12 #
..3 e
.5 #
...1 z
..2 #
...1 w
```

   Lösung:

   gewuerzgurke

3. (4 Punkte) Konstruiere nach dem Verfahren aus dem Unterricht einen Huffman-Baum für das Wort `kabelleger`. Gib für jeden Buchstaben die Codierung an. Wieviele Bits werden gegenüber einer 8-Bit ASCII Codierung eingespart?

Lösung:

```
Huffmanbaum für: kabelleger
...2 l
..3 #
...1 r
.6 #
..3 e
10 #
...1 g
..2 #
...1 b
.4 #
...1 a
..2 #
...1 k

Codierung:
k -> 000
a -> 001
b -> 010
e -> 10
l -> 111
g -> 011
r -> 110

kabelleger: 000 001 010 10 111 111 10 011 10 110
000001010101111111001110110 - 27 Bits
Ausgangstext mit 8 Bits pro Zeichen: 80 Bits
Einsparung: 53 Bits
```

4. (5 Punkte) Ein System kann sich zu einem Zeitpunkt in genau einem der fünf Zustände z_1, z_2, z_3, z_4 und z_5 befinden. Die Folge der durchlaufenen Zustände muss über ein Jahr hinweg aufgezeichnet werden. Da der Wechsel in einen anderen Zustand nach 5 Millisekunden erfolgt, ist die dabei erzeugte Datenmenge relativ groß. Für die Binärdarstellung der Zustände werden die Codes A, B, C und D vorgeschlagen.

Zustand	Wahrscheinlichkeit	Code A	Code B	Code C	Code D
z_1	0.13	00110001	000	0	100
z_2	0.60	00110010	001	1	0
z_3	0.12	00110011	010	01	101
z_4	0.05	00110100	011	10	111
z_5	0.10	00110101	100	11	110

a. Berechne den mittleren Speicherbedarf pro Jahr, wenn Code A verwendet wird.
b. Beschreibe den Unterschied zwischen den Codes A und B einerseits und C und D andererseits.
c. Berechne die mittlere Codewortlänge für die Codes C und D.
d. Prüfe, ob die Codes C und D für die Speicherung der Zustandsfolge geeignet sind.
e. Welche typische Eigenschaften eines Huffman-Codes zeigt Code D?

Lösung: a. Anzahl der Zustände pro Sekunde: $1s/0.005s = 200$
Anzahl der Zustände pro Jahr: $200 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 6307200000$
Speicherbedarf pro Zustand: 8 Bit = 1 B
Speicherbedarf pro Jahr: 6307200000 B = 6.3072 GB

b. Die Codes A und B verwenden eine feste, die Codes C und D hingegen eine variable Codewortlänge.

c. Mittlere Codewortlänge für C und D:
Code C: $(0,13 + 0,60) \cdot 1$ Bit $+ (0,12 + 0,05 + 0,10) \cdot 2$ Bit $= 1,27$ Bit
Code D: $0,60 \cdot 1$ Bit $+ (0,13 + 0,12 + 0,05 + 0,10) \cdot 3$ Bit $= 1,8$ Bit

d. Code C ist nicht geeignet. Beispielsweise kann die Binärdarstellung 10 nicht eindeutig decodiert werden. Die könnte nämlich entweder für (z_2, z_1) oder für (z_4) stehen. Code D hingegen ist präfixfrei und somit geeignet.

e. Er ist präfixfrei und das häufigste Zeichen bekommt die kürzeste Codierung.