Sortierverfahren

Informatik

Die unterschiedlichen Sortierverfahren eignen sich gut, um verschiedene Programmierstrategien zu zeigen:

Die unterschiedlichen Sortierverfahren eignen sich gut, um verschiedene Programmierstrategien zu zeigen:

- Eine *Greedy* Strategie versucht durch *gieriges* Vorgehen das jeweils kurzfristig bestmögliche zu erreichen.

Die unterschiedlichen Sortierverfahren eignen sich gut, um verschiedene Programmierstrategien zu zeigen:

- Eine *Greedy* Strategie versucht durch *gieriges* Vorgehen das jeweils kurzfristig bestmögliche zu erreichen.
- Bei *Divide and Conquer* wird zunächst das gegebene Problem in Teilprobleme zerlegt, dann deren Lösung zur Gesamtlösung zusammengeführt.

Die unterschiedlichen Sortierverfahren eignen sich gut, um verschiedene Programmierstrategien zu zeigen:

- Eine *Greedy* Strategie versucht durch *gieriges* Vorgehen das jeweils kurzfristig bestmögliche zu erreichen.
- Bei *Divide and Conquer* wird zunächst das gegebene Problem in Teilprobleme zerlegt, dann deren Lösung zur Gesamtlösung zusammengeführt.
- *Rekursive* Verfahren lösen die ursprüngliche Aufgabenstellung auf einer reduzierten Problemgröße mit demselben Lösungsansatz und konstruieren aus dieser Teillösung die Gesamtlösung.

Motivation fürs Sortieren:

Die unterschiedlichen Sortierverfahren eignen sich gut, um verschiedene Programmierstrategien zu zeigen:

- Eine *Greedy* Strategie versucht durch *gieriges* Vorgehen das jeweils kurzfristig bestmögliche zu erreichen.
- Bei *Divide and Conquer* wird zunächst das gegebene Problem in Teilprobleme zerlegt, dann deren Lösung zur Gesamtlösung zusammengeführt.
- *Rekursive* Verfahren lösen die ursprüngliche Aufgabenstellung auf einer reduzierten Problemgröße mit demselben Lösungsansatz und konstruieren aus dieser Teillösung die Gesamtlösung.

Motivation fürs Sortieren: Häufiges Suchen. Einmal Sortieren, dann jeweils $\log n$ Aufwand beim Suchen.

Selection Sort

„Hole jeweils das kleinste Element nach vorne“

15 23 4 42 8 16

Selection Sort

„Hole jeweils das kleinste Element nach vorne“

15	23	4	42	8	16
4	23	15	42	8	16
4	8	15	42	23	16
4	8	15	16	23	42

```python
def selection_sort(a):
    for i in range(len(a)-1):
        pos = i
        min = a[i]
        for j in range(i+1,len(a)):
            if a[j] < min:
                pos = j
                min = a[j]
        a[pos], a[i] = a[i], a[pos]
```

Analyse für Selection Sort

Wird der Algorithmus schneller, wenn die Daten schon sortiert sind?

Analyse für Selection Sort

Wird der Algorithmus schneller, wenn die Daten schon sortiert sind? Nein.

Anzahl Vergleiche bei den zwei ineinander geschachtelten for-Schleifen:

Analyse für Selection Sort

Wird der Algorithmus schneller, wenn die Daten schon sortiert sind? Nein.

Anzahl Vergleiche bei den zwei ineinander geschachtelten for-Schleifen:

$(n-1)+(n-2)+(n-3)+...+1=\frac{n\cdot(n-1)}{2}=\frac{n^2-n}{2}\in O(n^2)$

worst case = best case = average case: $O(n^2)$

Zusätzlicher Platzbedarf:

Analyse für Selection Sort

Wird der Algorithmus schneller, wenn die Daten schon sortiert sind? Nein.

Anzahl Vergleiche bei den zwei ineinander geschachtelten for-Schleifen:

$(n-1)+(n-2)+(n-3)+...+1=\frac{n\cdot(n-1)}{2}=\frac{n^2-n}{2}\in O(n^2)$

worst case = best case = average case: $O(n^2)$

Zusätzlicher Platzbedarf: $O(1)$

Selection Sort ist ein Greedy-Algorithmus.

Bubble Sort = große Blasen steigen nach oben auf

„Vertausche jeweils unsortierte Nachbarn “

15 23 4 42 8 16

Bubble Sort = große Blasen steigen nach oben auf

„Vertausche jeweils unsortierte Nachbarn "

15	23	4	42	8	16
15	4	23	8	16	42
4	15	8	16	23	42
4	8	15	16	23	42

```python
def bubble_sort(a):
    getauscht = True
    while getauscht:
        getauscht = False
        for i in range(len(a)-1):
            if a[i] > a[i+1]:
                a[i],a[i+1]=a[i+1],a[i]
                getauscht = True
```

Analyse von Bubble Sort

Best case:

Analyse von Bubble Sort

Best case: $O(n)$
Worst case:

Analyse von Bubble Sort

Best case: $O(n)$
Worst case: (wenn die Folge ungekehrt sortiert ist) $O(n^2)$
Average case: $O(n^2)$

Weitere Verbesserungen möglich: Shaker Sort, aber es bleibt bei $O(n^2)$.
Grund: die Austauschpositionen liegen zu nahe beieinander.

Zusätzlicher Platzbedarf:

Analyse von Bubble Sort

Best case: $O(n)$
Worst case: (wenn die Folge ungekehrt sortiert ist) $O(n^2)$
Average case: $O(n^2)$

Weitere Verbesserungen möglich: Shaker Sort, aber es bleibt bei $O(n^2)$.
Grund: die Austauschpositionen liegen zu nahe beieinander.

Zusätzlicher Platzbedarf: $O(1)$

Bubble Sort ist ein Greedy-Algorithmus.

Mergesort

Idee (rekursiv formuliert):

- Sortiere die vordere Hälfte der Folge
- Sortiere die hintere Hälfte der Folge
- Mische die beiden sortierten Folgen zu einer sortierten Folge

Mergesort

Idee (rekursiv formuliert):

- Sortiere die vordere Hälfte der Folge
- Sortiere die hintere Hälfte der Folge
- Mische die beiden sortierten Folgen zu einer sortierten Folge

Die Vorgehensweise wird *Divide and Conquer* genannt. Das ursprüngliche Problem wird in unabhängige Teilprobleme zerlegt, danach werden die Teillösungen zur Gesamtlösung zusammengefügt.

Mergesort

Idee (rekursiv formuliert):

- Sortiere die vordere Hälfte der Folge
- Sortiere die hintere Hälfte der Folge
- Mische die beiden sortierten Folgen zu einer sortierten Folge

Die Vorgehensweise wird *Divide and Conquer* genannt. Das ursprüngliche Problem wird in unabhängige Teilprobleme zerlegt, danach werden die Teillösungen zur Gesamtlösung zusammengefügt.

7 13 15 18   2 4 19 22

Mergesort

Idee (rekursiv formuliert):

- Sortiere die vordere Hälfte der Folge
- Sortiere die hintere Hälfte der Folge
- Mische die beiden sortierten Folgen zu einer sortierten Folge

Die Vorgehensweise wird *Divide and Conquer* genannt. Das ursprüngliche Problem wird in unabhängige Teilprobleme zerlegt, danach werden die Teillösungen zur Gesamtlösung zusammengefügt.

7 13 15 18   2 4 19 22

2 4 7 13 15 18 19 22

Die Hilfsfunktion *merge* zum Mischen der sortierten Teilfolgen:

```
def merge(a, b):
    i = j = 0
    c=[]
    while i < len(a) and j < len(b):
        if a[i] < b[j]:
            c.append(a[i])
            i+=1
        else:
            c.append(b[j])
            j+=1
    c+=a[i:]+b[j:]
    return c
```

```python
def merge_sort(a):
    if len(a) <= 1: return a
    halb = len(a)//2
    b = a[:halb]
    c = a[halb:]
    return merge(merge_sort(b),merge_sort(c))
```

Die Liste `a = [17,3,23,4,1,9,11]` wird mit Merge Sort sortiert.
a. Wieviel mal wird `merge` aufgerufen?
b. Wieviel mal wird `mergeSort` aufgerufen?
c .Bei jedem Aufruf von `merge` wird eine Liste zurückgegeben. Notiere die Listen in der Reihenfolge, in der sie zurückgegeben werden.

Die Liste `a = [17,3,23,4,1,9,11]` wird mit Merge Sort sortiert.

a. Wieviel mal wird `merge` aufgerufen?

b. Wieviel mal wird `mergeSort` aufgerufen?

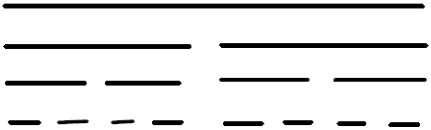
c .Bei jedem Aufruf von `merge` wird eine Liste zurückgegeben. Notiere die Listen in der Reihenfolge, in der sie zurückgegeben werden.

a. 6 b. 13

```
3  23
3  17  23
1  4
9  11
1  4  9  11
1  3  4  9  11  17  23
```

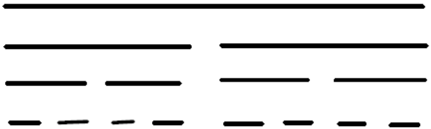
Analyse von MergeSort

Analyse von MergeSort



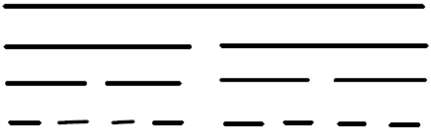
Anzahl Ebenen: $\log n$

Analyse von MergeSort



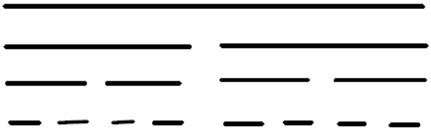
Anzahl Ebenen: $\log n$
Aufwand pro Ebene:

Analyse von MergeSort



Anzahl Ebenen: $\log n$
Aufwand pro Ebene: $O(n) \Rightarrow$ Laufzeit:

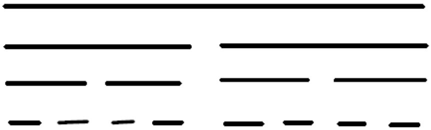
Analyse von MergeSort



Anzahl Ebenen: $\log n$
Aufwand pro Ebene: $O(n) \Rightarrow$ Laufzeit: $O(n \cdot \log n)$

zusätzlicher Platzbedarf:

Analyse von MergeSort



Anzahl Ebenen: $\log n$
Aufwand pro Ebene: $O(n) \Rightarrow$ Laufzeit: $O(n \cdot \log n)$

zusätzlicher Platzbedarf: $O(n)$

QuickSort

Idee: teile die Folge in eine elementweise kleinere und eine elementweise größere Hälfte und sortiere diese nach demselben Verfahren.

15 26 22 18 16 28 9 38 8

QuickSort

Idee: teile die Folge in eine elementweise kleinere und eine elementweise größere Hälfte und sortiere diese nach demselben Verfahren.

15 26 22 18 16 28 9 38 8

```
15 26 22 18 16 28 9 38 8 -   0-8, pivot=16
15 8 9 16 18 28 22 38 26 -   0-3, pivot= 8
8 15 9 16 18 28 22 38 26 -   1-3, pivot= 9
8 9 15 16 18 28 22 38 26 -   2-3, pivot=15
8 9 15 16 18 28 22 38 26 -   4-8, pivot=22
8 9 15 16 18 22 28 38 26 -   4-5, pivot=18
8 9 15 16 18 22 28 38 26 -   6-8, pivot=38
8 9 15 16 18 22 28 26 38 -   6-7, pivot=28
```

Analyse von QuickSort

best case:

Analyse von QuickSort

best case: Pivot-Element so, dass ungefähr gleich große Hälften entstehen. Dann gibt es $\log n$ Rekursionsebenen. Pro Ebene muss einmal durchs Array gelaufen werden, also insgesamt: $O(n \cdot \log n)$

worst case:

Analyse von QuickSort

best case: Pivot-Element so, dass ungefähr gleich große Hälften entstehen. Dann gibt es $\log n$ Rekursionsebenen. Pro Ebene muss einmal durchs Array gelaufen werden, also insgesamt: $O(n \cdot \log n)$

worst case: Pivot-Element so, dass ein Teil immer nur aus einem Element besteht.
$n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + ...1 \in O(n^2)$

average case: $O(n \cdot \log n)$.

Zusätzlicher Platz:

Analyse von QuickSort

best case: Pivot-Element so, dass ungefähr gleich große Hälften entstehen. Dann gibt es $\log n$ Rekursionsebenen. Pro Ebene muss einmal durchs Array gelaufen werden, also insgesamt: $O(n \cdot \log n)$

worst case: Pivot-Element so, dass ein Teil immer nur aus einem Element besteht.
$n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + ...1 \in O(n^2)$

average case: $O(n \cdot \log n)$.

Zusätzlicher Platz: $O(\log n)$
(nicht $O(1)$ denn in jeder der Rekursionsebenen benötigt man eine konstante Anzahl Variablen)

```python
def quick_sort(a, unten=0, oben=None):
    if oben is None: oben = len(a)-1
    i , j = unten, oben
    mitte = (unten + oben) // 2
    pivot = a[mitte]
    while i <= j:
        while a[i] < pivot: i+=1
        while a[j] > pivot: j-=1
        if i <= j:
            a[i],a[j]=a[j],a[i]
            i, j = i+1, j-1
    if unten < j: quick_sort(a,unten,j)
    if i < oben: quick_sort(a,i,oben)
```

Beispiel dafür, dass die Abfrage `if i <= j` notwendig ist: [2, 4, 3, 1]

Beispiel dafür, dass die Abfrage `if i <= j` notwendig ist: [2, 4, 3, 1]

2 4 3 1 –

Beispiel dafür, dass die Abfrage `if i <= j` notwendig ist: [2, 4, 3, 1]

```
2 4 3 1   - 0-3, pivot=4
2 1 4 3   - 0-1, pivot=2
1 2 4 3   # falsches Resultat ohne die Abfrage
```

Beispiel dafür, dass die Abfrage `if i <= j` notwendig ist: [2, 4, 3, 1]

```
2 4 3 1   - 0-3, pivot=4
2 1 4 3   - 0-1, pivot=2
1 2 4 3    # falsches Resultat ohne die Abfrage
```

Tausch mit sich selbst

```
3 2 1 4   -
```

Beispiel dafür, dass die Abfrage `if i <= j` notwendig ist: [2, 4, 3, 1]

```
2 4 3 1   – 0–3, pivot=4
2 1 4 3   – 0–1, pivot=2
1 2 4 3    # falsches Resultat ohne die Abfrage
```

Tausch mit sich selbst

```
3 2 1 4   – 0–3, pivot=2
1 2 3 4   – 2–3, pivot=3
1 2 3 4
```