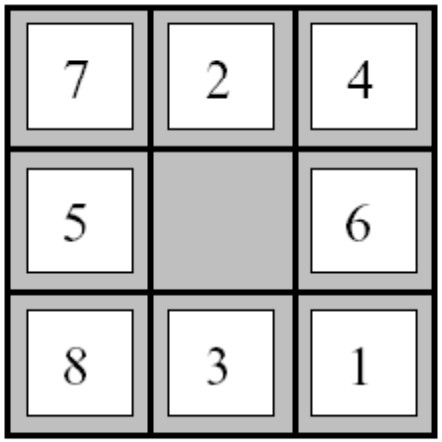
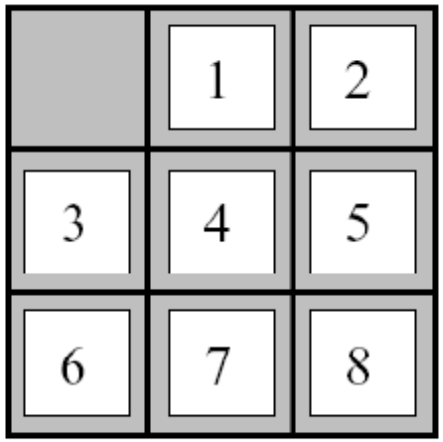
Informatik

Suchalgorithmen am Beispiel 8-Puzzle

In vielen Problemstellung geht es darum, in einer (meist sehr großen) Menge von Möglichkeiten eine Lösung zu finden. Am Beispiel des 8-Puzzle werden verschiedene Suchalgorithmen für das Finden einer Lösung vorgestellt.



Start State



Goal State

`http://mypuzzle.org/sliding`

Einzelne Spielstellungen stellen wir uns als Knoten vor. Die Kanten zwischen den Knoten sind mögliche Spielzüge. Die Startstellung ist also die Wurzel eines Suchbaums, in dem wir einen Pfad zu einem Knoten suchen, der den `goaltest` besteht.

In der Regel ist der Suchbaum so groß, dass er nicht in seiner Gesamtheit aufgebaut werden kann. Während der Suche wird der Suchbaums immer wieder erweitert und wir hoffen, dass wir auf eine Lösung stoßen, ohne den gesamten Baum durchsuchen zu müssen.

Die Knoten, die wir noch untersuchen müssen, verwalten wir in der `frontier` (fringe, open set). Zu jedem Knoten, der in die `frontier` kommt, merken wir uns den Elternknoten in einem dictionary `prev`. Zu Beginn ist nur der Startknoten in der `frontier` mit Elternknoten `None`.

Wenn wir einen Knoten untersuche, holen wir ihn aus der `frontier` und schauen, ob er den `goaltest` besteht. Wenn das nicht der Fall ist, gehen wir die Liste seiner Kinder durch. Nur Kinder, die noch nicht key im dictionary `prev` sind, werden der `frontier` hinzugefügt.

Wir gehen davon aus, dass wir folgende Funktionen zur Verfügung haben:

```
def nextstates(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: eine Liste oder Menge von möglichen Folgestellungen zu state
    '''

def goaltest(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: True, wenn Spielstellung einen Lösung ist
    '''
```

Wenn wir bei einer Spielstellung angekommen sind, die den `goaltest` besteht, interessiert uns der Weg, wie wir dahin gekommen sind. Dazu merken wir uns für jede untersuchte Spielstellung deren Vorgänger in einem dictionary prev. Die Funktion `reconstructPath` ermittelt dann den Weg zur Lösung.

```
def reconstructPath(prev):
    '''
    prev: dictionary, das jeder Spielstellung ihren Vorgänger zuordnet.
       Die Startstellung hat als Vorgänger None zugeordnet.
    returns: String-Repräsentation des Weges von der Start- zur Zielstellung
    '''
```

Breitensuche: frontier ist Queue

```
Initialisiere frontier als Queue mit dem startstate
Initialisiere prev als dictionary der Vorgänger
Der Vorgänger von startstate ist None

solange frontier nicht leer:
    hole state aus frontier

    wenn goalTest(state):
        return dictionary mit Vorgängern

    für jedes v aus nextstates(state):
        wenn für v kein Eintrag in prev vorhanden:
            füge v in die frontier ein.
            merke state als Vorgänger von v
```

```
from collections import deque
def bfs(s):
    '''
    s: Startstellung
    returns: dictionary mit den Vorgängern der Spielstellungen
        auf dem Weg zum Ziel, None wenn Ziel nicht gefunden
    '''
```

```
from collections import deque
def bfs(s):
    '''
    s: Startstellung
    returns: dictionary mit den Vorgängern der Spielstellungen
        auf dem Weg zum Ziel, None wenn Ziel nicht gefunden
    '''
    frontier = deque([s])
    prev = {s:None}
    while frontier:
        state = frontier.popleft()
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in prev:
                frontier.append(v)
                prev[v] = state
```

Eine Spielstellung modellieren wir mit einem 9-Tuple.
(7,2,4,5,0,6,8,3,1) entspricht der Spielstellung

```
7 2 4
5   6
8 3 1
```

```
def goaltest(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: True, wenn state Zielposition ist
    '''
```

Eine Spielstellung modellieren wir mit einem 9-Tuple.
(7,2,4,5,0,6,8,3,1) entspricht der Spielstellung

```
7 2 4
5   6
8 3 1
```

```
def goaltest(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: True, wenn state Zielposition ist
    '''
    return state == (0,1,2,3,4,5,6,7,8)
```

```
def swap(state,i,j):
    '''
    state: Spielstellung
    i, j: ints zwischen 0 und 8
    returns: Spielstellung, bei der gegenüber state
        die Zahlen an den Positionen i und j vertauscht sind.
    '''
```

```
def swap(state,i,j):
    '''
    state: Spielstellung
    i, j: ints zwischen 0 und 8
    returns: Spielstellung, bei der gegenüber state
        die Zahlen an den Positionen i und j vertauscht sind.
    '''
    temp = list(state)
    temp[i],temp[j] = temp[j],temp[i]
    return tuple(temp)
```

```
def nextstates(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: Liste mit den möglichen Folgestellungen für state. Die möglichen Bewegung
       des Leerfeldes halten sich an die Reihenfolge: up, down, left, right
    '''
```

```
def nextstates(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: Liste mit den möglichen Folgestellungen für state. Die möglichen Bewegung
       des Leerfeldes halten sich an die Reihenfolge: up, down, left, right
    '''
    if state[0] == 0: return [swap(state,0,3),swap(state,0,1)]
    elif state[1] == 0: return [swap(state,1,4),swap(state,1,0),swap(state,1,2)]
    elif state[2] == 0: return [swap(state,2,5),swap(state,2,1)]
    elif state[3] == 0: return [swap(state,3,0),swap(state,3,6),swap(state,3,4)]
    elif state[4] == 0: return [swap(state,4,1),swap(state,4,7),swap(state,4,3)
                               ,swap(state,4,5)]
    elif state[5] == 0: return [swap(state,5,2),swap(state,5,8),swap(state,5,4)]
    elif state[6] == 0: return [swap(state,6,3),swap(state,6,7)]
    elif state[7] == 0: return [swap(state,7,4),swap(state,7,6),swap(state,7,8)]
    elif state[8] == 0: return [swap(state,8,5),swap(state,8,7)]
```

```
def reconstructPath(prev):
    '''
    prev: dictionary, das jeder Spielstellung ihren Vorgänger
        zuordnet. Die Startstellung hat als Vorgänger
        None zugeordnet.
    returns: String-Repräsentation des Weges von
        der Start- zur Zielstellung
    '''
```

```
def reconstructPath(prev):
    '''
    prev: dictionary, das jeder Spielstellung ihren Vorgänger
        zuordnet. Die Startstellung hat als Vorgänger
        None zugeordnet.
    returns: String-Repräsentation des Weges von
        der Start- zur Zielstellung
    '''
    s = (0,1,2,3,4,5,6,7,8)
    tmp = []
    while prev[s] is not None:
        i = s.index(0)
        ip = prev[s].index(0)
        if i == ip-1: tmp.append('left')
        elif i == ip+1: tmp.append('right')
        elif i == ip+3: tmp.append('down')
        elif i == ip-3: tmp.append('up')
        s = prev[s]
    tmp.reverse()
    return ' '.join(tmp)
```

```
def reconstructPath(prev):
    '''
    prev: dictionary, das jeder Spielstellung ihren Vorgänger
        zuordnet. Die Startstellung hat als Vorgänger
        None zugeordnet.
    returns: String-Repräsentation des Weges von
        der Start- zur Zielstellung
    '''
    s = (0,1,2,3,4,5,6,7,8)
    tmp = []
    while prev[s] is not None:
        i = s.index(0)
        ip = prev[s].index(0)
        if i == ip-1: tmp.append('left')
        elif i == ip+1: tmp.append('right')
        elif i == ip+3: tmp.append('down')
        elif i == ip-3: tmp.append('up')
        s = prev[s]
    tmp.reverse()
    return ' '.join(tmp)
```

```
def bfs(s):
    frontier =  deque([s])
    prev = {s:None}
    while frontier:
        state = frontier.popleft()
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in prev:
                frontier.append(v)
                prev[v] = state

startstate = (2,3,8,4,7,0,1,6,5)

left up left down down right right up up left
 left down right down right up left up left
Länge =  19
#explored:  37151 Laufzeit: 0.12920860860504035
```

```
def bfs_long(s):
    frontier =  deque([s])
    prev = {s:None}
    explored = []
    while frontier:
        state = frontier.popleft()
        explored.append(state)
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in frontier and v not in explored:
                frontier.append(v)
                prev[v] = state

startstate = (2,3,8,4,7,0,1,6,5)

Länge =  19
#explored:  37151  Laufzeit:  79.70530492193336
```

Über 600 mal längere Laufzeit durch falsche Wahl der Datenstrukturen.

```
def dfs(s):
```

```
def dfs(s):
    frontier =  [s]
    prev = {s:None}
    while frontier:
        state = frontier.pop()
        if goaltest(state):
            return prev
        nxt = nextstates(state)
        nxt.reverse()
        for v in nxt:
            if v not in prev:
                frontier.append(v)
                prev[v] = state
```

```
def dfs(s):
    frontier =  [s]
    prev = {s:None}
    while frontier:
        state = frontier.pop()
        if goaltest(state):
            return prev
        nxt = nextstates(state)
        nxt.reverse()
        for v in nxt:
            if v not in prev:
                frontier.append(v)
                prev[v] = state

startstate = (2,3,8,4,7,0,1,6,5)

Länge =  7827
#explored:  8036  Laufzeit:  0.030488986085174474
```

Wir wollen aus der `frontier` die Spielstellungen früh entnehmen, die Erfolg versprechen. Dazu bewerten wir sie mit einer Heuristik.

Wir wollen aus der `frontier` die Spielstellungen früh entnehmen, die Erfolg versprechen. Dazu bewerten wir sie mit einer Heuristik.

```
def h(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: Anzahl der unterschiedlichen Positionen gegenüber
        der Zielposition
    '''
    return sum(a!=b for a,b in zip((0,1,2,3,4,5,6,7,8),state))
```

Die Stellungen s mit dem kleinsten Wert h(s) sollen möglichst früh aus der `frontier` genommen werden. Als Datenstruktur für die `frontier` eignet sich

Wir wollen aus der `frontier` die Spielstellungen früh entnehmen, die Erfolg versprechen. Dazu bewerten wir sie mit einer Heuristik.

```
def h(state):
    '''
    state: Spielstellung
    returns: Anzahl der unterschiedlichen Positionen gegenüber
        der Zielposition
    '''
    return sum(a!=b for a,b in zip((0,1,2,3,4,5,6,7,8),state))
```

Die Stellungen s mit dem kleinsten Wert h(s) sollen möglichst früh aus der `frontier` genommen werden. Als Datenstruktur für die `frontier` eignet sich ein Heap.

```
from heapq import heappop, heappush
def greedy(s):
```

```
from heapq import heappop, heappush
def greedy(s):
    frontier =[(h(s),s)]
    prev = {s:None}
    while frontier:
        _ ,state = heappop(frontier)
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in prev:
                heappush(frontier,(h(v),v))
                prev[v] = state
```

```
from heapq import heappop, heappush
def greedy(s):
    frontier =[(h(s),s)]
    prev = {s:None}
    while frontier:
        _ ,state = heappop(frontier)
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in prev:
                heappush(frontier,(h(v),v))
                prev[v] = state

Länge =  53
#explored:  184  Laufzeit:  0.0015245134493397927
```

Der A^*-Algorithmus berücksichtigt sowohl die vermuteten Vorwärtskosten laut Heuristik, als auch die bisher tatsächlich angefallenen (Rückwärts)-Kosten.

```
from heapq import heappop, heappush
def astar(s):
```

Der A^*-Algorithmus berücksichtigt sowohl die vermuteten Vorwärtskosten laut Heuristik, als auch die bisher tatsächlich angefallenen (Rückwärts)-Kosten.

```
from heapq import heappop, heappush
def astar(s):
    frontier =[(h(s),s)]
    prev = {s:None}
    g = {s:0}  # backword costs: hier die Anzahl Züge
    while frontier:
        _ ,state = heappop(frontier)
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in prev:
                g[v] = g[state]+1
                heappush(frontier ,(g[v]+h(v),v))
                prev[v] = state
```

Der A^*-Algorithmus berücksichtigt sowohl die vermuteten Vorwärtskosten laut Heuristik, als auch die bisher tatsächlich angefallenen (Rückwärts)-Kosten.

```
from heapq import heappop, heappush
def astar(s):
    frontier =[(h(s),s)]
    prev = {s:None}
    g = {s:0}  # backword costs: hier die Anzahl Züge
    while frontier:
        _ ,state = heappop(frontier)
        if goaltest(state):
            return prev
        for v in nextstates(state):
            if v not in prev:
                g[v] = g[state]+1
                heappush(frontier ,(g[v]+h(v),v))
                prev[v] = state
```

```
Länge =  19
#explored:  6391 Laufzeit: 0.06271929580725555
```

Wenn die Heuristik die tatsächlich anfallenden Kosten nicht überschätzt, dann findet A^* die beste Lösung.

Weitere Heuristik:

Wenn die Heuristik die tatsächlich anfallenden Kosten nicht überschätzt, dann findet A^* die beste Lösung.

Weitere Heuristik: Summe der Manhattenabstände bis zur Zielposition // 2

```
def h(state):
```

Wenn die Heuristik die tatsächlich anfallenden Kosten nicht überschätzt, dann findet A^* die beste Lösung.

Weitere Heuristik: Summe der Manhattenabstände bis zur Zielposition // 2

```
def h(state):
    mh = 0
    for i in range(8):
        z1, s1 = i//3, i%3
        z2, s2 = state[i]//3, state[i]%3
        mh += abs(z1-z2)+abs(s1-s2)
    return mh//2
```

Wenn die Heuristik die tatsächlich anfallenden Kosten nicht überschätzt, dann findet A^* die beste Lösung.

Weitere Heuristik: Summe der Manhattenabstände bis zur Zielposition // 2

```
def h(state):
    mh = 0
    for i in range(8):
        z1, s1 = i//3, i%3
        z2, s2 = state[i]//3, state[i]%3
        mh += abs(z1-z2)+abs(s1-s2)
    return mh//2
```

```
Länge =  19
#explored:  1963  Laufzeit:  0.027578512442687497
```