

1. (3 Punkte) Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k > 0\}$. Gib eine Grammatik an, die die Sprache L erzeugt.

Lösung: Die Grammatik hat die Variablen $V = \{S, A, B, C\}$ und die Regeln:

$$S \rightarrow ABC$$
$$A \rightarrow a|aA$$
$$B \rightarrow b|bB$$
$$C \rightarrow c|cC$$

2. (3 Punkte) Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die Sprache $L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}_0, i + j > 0\}$. Gib eine Grammatik an, die die Sprache L erzeugt.

Lösung: Die hat die Variablen $V = \{S, A, B, C\}$ und die Regeln:

$$S \rightarrow aSc|B|ac$$
$$B \rightarrow bBc|bc$$

3. (3 Punkte) Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$. Gib eine kontextfreie Grammatik für folgende Sprache an: $L = \{0^n 1^{2n} 2^m \mid n, m \geq 0\}$

Lösung: Die Grammatik hat die Variablen $V = \{S, T\}$ und die Regeln:

$$S \rightarrow S2|T$$
$$T \rightarrow 0T11|\epsilon$$

4. (4 Punkte) Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. Es sei L die Sprache aller Wörter, in der a nie neben b, b nie neben c und c nie neben d steht. Gib eine Grammatik an, die die Sprache L erzeugt.

Lösung: Die Grammatik hat die Variablen $V = \{S, A, B, C, D\}$ und die Regeln:

$$S \rightarrow A|B|C|D|\epsilon$$
$$A \rightarrow a|aA|aC|aD$$
$$B \rightarrow b|bB|bD$$
$$C \rightarrow c|cA|cC$$
$$D \rightarrow d|dA|dB|cD$$

5. (3 Punkte) Beschreibe die Sprache, die durch folgende Grammatik gegeben ist:

$\Sigma = \{0, 1, 2\}$, $V = \{S, A, B\}$, Regeln:

$S \rightarrow \epsilon | 0B | 1A | 2A$

$A \rightarrow 0 | 0S | 1AA | 2AA$

$B \rightarrow 1S | 2S | 0BB$.

Lösung: Die Sprache aller Wörter, für die die Anzahl der Nullen gleich der Anzahl der Einsen plus die Anzahl der Zweien ist.