Aufgaben zu Integrationsmethoden

Partielle Integration

A1: Berechne mithilfe partieller Integration

a.
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2x \cdot \sin(x) dx$$
 b. $\int_0^3 \frac{2}{3} x \cdot e^{2x} dx$ c. $\int_0^4 x \cdot (x-2)^5 dx$

A2: Berechne durch mehrfache Anwendung partieller Integration

a.
$$\int_0^2 3x^2 \cdot e^x dx$$
 b. $\int_0^{\pi} x^2 \cdot \cos(\frac{1}{2}x) dx$ c. $\int_0^{\frac{5}{2}} x^2 \cdot (2x-5)^4 dx$

A3: Bestimme eine Stammfunktion von f

a.
$$f(x) = 2x \cdot \ln(x)$$
 b. $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$ c. $f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \ln(x)$

A4: Berechne die Integrale

a.
$$\int_0^{\pi} \cos^2(x) dx$$
 b. $\int_{-1}^1 \sin^2(\pi x) dx$ c. $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot \ln(x) dx$

Lineare Substitution

A5: Berechne die Integrale

a.
$$\int_0^1 3e^{2x-1} dx$$
 b. $\int_1^2 (3-2x)^2 dx$ b. $\int_0^2 \sqrt{4x+1} dx$

Logarithmische Integration

A6: Berechne die Integrale

a.
$$\int_0^1 \frac{2e^x}{2e^x + 1} dx$$
 b. $\int_1^2 \frac{2x + 2}{x^2 + 2x + 3} dx$ c. $\int_1^2 \frac{x^2}{1 - 8x^3} dx$

Substitution

A7: a.
$$\int_0^{\pi/2} 3\sin(x)\cos(x) dx$$
 b. $\int_0^{14} \frac{1}{4+x^2} \cdot 2x dx$ c. $\int_{-1}^2 x(1+x^2)^3 dx$ d. $\int_1^e x^3 \ln(x^4) dx$ e. $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{9+x^2}} dx$ f. $\int_2^4 \sqrt{x^2(20-x^2)} dx$

A8: Berechne die folgende Integrale zweimal: Einmal mit Substitution, dann mit partieller Integration.

a.
$$\int_{e}^{e^2} \frac{1}{x} \ln(x) dx$$
 b. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin^2(x) \cdot \cos(x) dx$

A9: Berechne die folgende Integrale

a.
$$\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$$
 b. $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+4x+4} dx$ c. $\int_1^{16} \frac{6}{2+\sqrt{x}} dx$ d. $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} dx$

A10: Bestimme eine Stammfunktion von f

a.
$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$
 b. $f(x) = \frac{e^{2x}}{(e^x - 2)^3}$

Partialbruchzerlegung

A11: Berechne die folgende Integrale

a.
$$\int_{-1}^{1} \frac{3x+3}{(x-2)(x+7)} dx$$
 b. $\int_{5}^{6} \frac{2}{(x-4)(x+1)} dx$ c. $\int_{3}^{4} \frac{2x+2}{x(x-1)(x-2)} dx$

A12: Berechne die folgende Integrale

a.
$$\int_0^1 \frac{2x-4}{(x-3)^2} dx$$
 b.
$$\int_1^2 \frac{7x+7}{x^2-3x-10} dx$$
 c.
$$\int_0^1 \frac{9x^2+9x+9}{x^3-3x-2} dx$$
 d.
$$\int_3^5 \frac{x^2+4}{x^2-4} dx$$
 e.
$$\int_{-1}^0 \frac{4x^2-2x+2}{x^2-4x+3} dx$$

Vermischtes

A13: Berechne mit einer geeigneten Methode

a.
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{9x+3}{x^2-1} dx$$
 b. $\int_0^9 \frac{\sqrt{x}}{4+\sqrt{x}} dx$ c. $\int_{-\pi}^{\pi} (x+3)\sin(x) dx$ d. $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$