

A4: Vereinfache die folgenden Ausdrücke.

a. $\neg p \wedge q \rightarrow p \vee q$

b. $\neg p \wedge (p \vee q)$

c. $p \vee q \rightarrow \neg p \wedge \neg q$

d. $\neg(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$

① Auflösung Subjunktion (=Pfeil)

② DeMorgan

③ Distributivgesetz

$$\begin{aligned} \text{a. } \neg p \wedge q \rightarrow p \vee q &\stackrel{\textcircled{1}}{\Leftrightarrow} \neg(\neg p \wedge q) \vee p \vee q \\ &\stackrel{\textcircled{2}}{\Leftrightarrow} \neg p \vee \underline{\neg q} \vee p \vee \underline{q} \Leftrightarrow 1 \text{ (=wahr)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \neg p \wedge (p \vee q) &\stackrel{\textcircled{3}}{\Leftrightarrow} \underbrace{(\neg p \wedge p)}_{0 \text{ (=falsch)}} \vee (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \wedge q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } p \vee q \rightarrow \neg p \wedge \neg q &\stackrel{\textcircled{1}}{\Leftrightarrow} \neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ &\stackrel{\textcircled{2}}{\Leftrightarrow} (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q \stackrel{\textcircled{2}}{\Leftrightarrow} \neg(p \vee q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \neg(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p &\stackrel{\textcircled{1}}{\Leftrightarrow} (\neg q \rightarrow \neg p) \vee \neg p \stackrel{\textcircled{1}}{\Leftrightarrow} (q \vee \neg p) \vee \neg p \\ &\stackrel{\textcircled{1}}{\Leftrightarrow} \neg p \vee q \stackrel{\textcircled{1}}{\Leftrightarrow} p \rightarrow q \end{aligned}$$