2017

A2017

Gegeben ist das Polynom $p(x) = x^3 - x^2 - 2x + 8$ mit $x \in \mathbb{R}$.
a) Zeigen Sie, dass p die Nullstelle $x = -2$ besitzt.
b) Beweisen Sie, dass p keine weitere reelle Nullstelle besitzt.
c) Bestimmen Sie alle drei x-Werte, für die $p(x)$ den Wert 8 annimmt.
d) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $p(x) \leq 8, x \in \mathbb{R}$.

a) $p(-2) = -8 - 4 + 4 + 8 = 0$ ✓

b) $(x^3 - x^2 - 2x + 8) : (x+2) = x^2 - 3x + 4$

$$\begin{array}{l} x^3 + 2x^2 \\ \hline -3x^2 - 2x + 8 \\ -3x^2 - 6x \\ \hline 4x + 8 \end{array}$$

$x^2 - 3x + 4 = 0 \qquad x_{1/2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 16}}{2}$

Die Diskriminante ist < 0, daher keine weitere reelle Nullstelle.

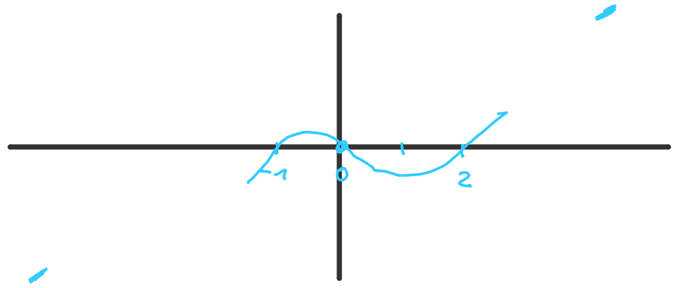
c) $p(x) = 8 \iff x^3 - x^2 - 2x = 0$

$x_1 = 0 \qquad x^2 - x - 2 = 0$

$x_{2/3} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \dfrac{1 \pm 3}{2}$

$x_2 = 2, \quad x_3 = -1$

d) $p(x) \leq 8 \iff x^3 - x^2 - 2x \leq 0$



$\mathbb{L} = (-\infty, -1] \cup [0, 2]$