2018

A2018

a) Beweisen Sie, dass die Polynomfunktion $p(x) = 6x^2 - 12x + 7$ für alle reellen Werte von x positive Werte annimmt.

b) Gegeben sind die zwei Gleichungen

$\sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 3x - 2$ (1)

$\sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 2 - 3x$ (2)

Untersuchen Sie beide Gleichungen auf Lösbarkeit und bestimmen Sie gegebenenfalls alle Lösungen.

c) Bestimmen Sie, für welche reellen Zahlen x die Ungleichung $\sqrt{6x^2 - 12x + 7} \leq 3x - 2$ erfüllt ist.

a) $6x^2 - 12x + 7 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 24 \cdot 7}}{12}$

Diskriminante < 0, daher keine reelle Nullstelle.

$p(0) = 7 \Rightarrow p(x) > 0$ für $x \in \mathbb{R}$

b) $6x^2 - 12x + 7 = (3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

$-3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \quad x_{1,2} = \pm 1$

Probe ist notwendig, da Quadrieren keine Äquivalenzumformung

$x_1 = 1$ ist Lösung für (1)

$x_1 = -1$ " (2)

c) Die linke Seite ist nach a) für alle reellen Zahlen definiert. Einen Schnittpunkt haben die Funktionen der beiden Seiten nach b) bei x = 1.

Punktprobe bei $x = 0$: $\sqrt{7} \leq 2$ falsch

$\Rightarrow \mathbb{L} = [1, +\infty)$