

A6:

Beweise die folgenden Aussagen:

a. Wenn $a \equiv b \pmod{m}$ und $c \equiv d \pmod{m}$, dann $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.b. Wenn $a \equiv b \pmod{m}$, dann $-a \equiv -b \pmod{m}$.c. Wenn $a \equiv b \pmod{m}$ und $b \equiv c \pmod{m}$, dann $a \equiv c \pmod{m}$.

$$a. \quad a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \exists k_1 \in \mathbb{Z}: a = b + k_1 m$$

$$c \equiv d \pmod{m} \Rightarrow \exists k_2 \in \mathbb{Z}: c = d + k_2 m$$

$$\Rightarrow a + c = b + d + \underbrace{(k_1 + k_2)}_{k' \in \mathbb{Z}} \cdot m$$

$$\Rightarrow a + c \equiv b + d \pmod{m}$$

$$b. \quad a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z}: a = b + km$$

$$\Rightarrow -a = -b - km \quad \Rightarrow \quad -a \equiv -b \pmod{m}$$

$k' = -k$

$$c. \quad \left. \begin{array}{l} a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \exists k_1: a = b + k_1 m \\ b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow \exists k_2: b = c + k_2 m \end{array} \right\} \quad a = c + k_2 m + k_1 m = c + \underbrace{(k_2 + k_1)}_{k' \in \mathbb{Z}} m \Rightarrow a \equiv c \pmod{m}$$