A1

**A1:** Eine Zahl $a \in \mathbb{R}$ heißt rational, wenn sie sich als Bruch $a = \frac{p}{q}$ mit ganzzahligen $p, q$ und $q \neq 0$ darstellen lässt. Gegeben seien eine feste rationale Zahl $a \neq 0$ und eine beliebige reelle Zahl $b$. Folgender Satz soll untersucht werden: Ist $b$ nicht rational, so ist auch $a \cdot b$ nicht rational.

a. Geben Sie Voraussetzung und Behauptung des Satzes an.
b. Bilden Sie die Kontraposition.
c. Beweisen Sie den Satz.

a. Voraussetzung: b ist nicht rational, Behauptung: a * b ist nicht rational
b. Ist a * b rational, so ist auch b rational

c. Wir zeigen b.

$a \cdot b$ rational $\Rightarrow \exists p, q \in \mathbb{Z}: \quad a \cdot b = \frac{p}{q}$

$\Rightarrow \quad b = \frac{p}{q \cdot a}$

nach Voraussetzung gilt: $a$ rational $\Rightarrow \exists p', q' \in \mathbb{Z}: \quad a = \frac{p'}{q'}$

$\Rightarrow \quad b = \frac{p}{q \cdot \frac{p'}{q'}} = \frac{p \cdot q'}{q \cdot p'} \begin{matrix} \in \mathbb{Z} \\ \in \mathbb{Z} \end{matrix} \Rightarrow b$ rational