

A8 Wurzelgleichung

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der angegebenen Wurzelgleichungen.

a) $\sqrt{4x} - \sqrt{2x+7} = 1, x \in \mathbb{R}$

b) $\sqrt{x+30} = 6 \cdot \sqrt{x-5}, x \in \mathbb{R}$

c) $\sqrt{x} = \sqrt{x+8} - 2, x \in \mathbb{R}$

a) $\sqrt{4x} - \sqrt{2x+7} = 1$

$$\sqrt{4x} = 1 + \sqrt{2x+7} \quad | ()^2$$

$$4x = 1 + 2\sqrt{2x+7} + 2x+7$$

$$2x - 8 = 2\sqrt{2x+7}$$

$$x - 4 = \sqrt{2x+7} \quad | ()^2$$

$$x^2 - 8x + 16 = 2x + 7$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = 9, x_2 = 1$$

Probe: $x_1 = 9: \sqrt{36} - \sqrt{25} = 1 \quad \checkmark$

$$x_2 = 1: \sqrt{4} - \sqrt{9} = -1 \neq 1 \quad \times$$

$$\mathbb{L} = \{9\}$$

b) $\sqrt{x+30} = 6 \cdot \sqrt{x-5} \quad | ()^2$

$$x+30 = 36(x-5) = 36x - 180$$

$$35x = 210$$

$$x = 6$$

Probe: $\sqrt{36} = 6 \cdot \sqrt{1} \quad \checkmark$

$$\mathbb{L} = \{6\}$$

c) $\sqrt{x} = \sqrt{x+8} - 2$

$$\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x+8} \quad | ()^2$$

$$x + 4\sqrt{x} + 4 = x + 8$$

$$x + 4\sqrt{x} + 4 = x + 8$$

$$4\sqrt{x} = 4$$

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = 1$$

Probe: $\sqrt{1} = \sqrt{9} - 2 \quad \checkmark \quad \mathbb{L} = \{1\}$