A1

A1

a. Untersuchen Sie die nachstehend gegebene Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert durch Anwendung der Sätze über konvergente Folgen.

$$a_n = \frac{(n-1)(n+1)}{2n-2} \cdot \frac{2n^3+3n^2+5}{3n^4+2n^3+n^2+2}$$

b. Gegeben sei eine konvergente Folge a_n mit $a_n \in \mathbb{R}, a_n \geq 0$. Zeigen Sie, dass für den Grenzwert $a = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$ die Ungleichung $a \geq 0$ gilt. *Hinweis:* Sie können beispielsweise die Annahme $a < 0$ zum Widerspruch führen.

Exponenten < 5

$$\frac{(n-1)(n+2)}{2n-2} \cdot \frac{2n^3+3n^2+5}{3n^4+2n^3+n^2+2} = \frac{2n^5+\dots}{6n^5+\dots}$$

$$= \frac{2+\dots}{6+\dots} \xrightarrow[\text{für } n\to\infty]{} \frac{1}{3}$$

$\to 0$

$\to 0$

Erweitern mit $\frac{1}{n^5}$

b) Annahme: $a < 0$

Setze $\varepsilon = \frac{|a|}{2}$. Dann gibt es ein $n_0 \in \mathbb{N}$, so dass ab n_0 alle Folgenglieder in der ε-Umgebung von a liegen. Diese wären alle negativ. $\lightning$