Aussagenlogik

Eine **Aussage** ist ein Satz oder eine Formel, der man genau einen Wahrheitswert zuordnen kann (w: wahr, f: falsch). Befehle oder Fragen sind keine Aussagen.
Statt w und f nutzen wir auch 1 und 0.

Mit **Junktoren** können wir zusammengesetzte Aussagen bilden.

- Negation - $\neg$ - nicht
- Konjunktion - $\wedge$ - und
- Disjunktion - $\vee$ - oder (nicht ausschließend)
- Kontravalenz - $\oplus$ - xor - entweder...oder - ausschließendes oder - $\dot{\vee}$, $\veebar$
- Implikation - $\Rightarrow$ - wenn...dann
- Äquivalenz - $\Leftrightarrow$ - genau dann, wenn

Wahrheitstafeln

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$\neg p$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	0

Gesetze der Aussagenlogik

$p \Leftrightarrow \neg(\neg p)$	doppelte Negation
$p \wedge q \Leftrightarrow p \wedge q$ $p \vee q \Leftrightarrow p \vee q$	Kommutativgesetze
$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$	Assoziativgesetze
$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	Distributivgesetze
$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$	DeMorgansche Regeln
$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \Rightarrow \neg p$	Kontrapositionsregel
$p \wedge p \Leftrightarrow p$ $p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow 0$ $p \vee \neg p \Leftrightarrow 1$	Sonstige

$\neg$ bindet stärker als $\vee$ und $\wedge$ und diese binden stärker als $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.

Prädikatenlogik

$\forall x \in X : p(x)$	Für alle x aus X ist die Aussage $p(x)$ wahr.
$\exists x \in X : p(x)$	Es gibt mindestens ein x aus X für das die Aussage $p(x)$ wahr ist.

Prädikatenlogische Verneinungsregeln

$\neg(\forall x \in X : p(x)) \Leftrightarrow \exists x \in X : \neg p(x)$
$\neg(\exists x \in X : p(x)) \Leftrightarrow \forall x \in X : \neg p(x)$

Quantoren können auch hintereinander stehen:
$\neg(\forall x \in X\, \exists y \in Y : p(x, y)) \Leftrightarrow \exists x \in X\, \forall y \in Y : \neg p(x, y)$