

A3

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihre Grenzwerte.

a) $a_n = \frac{2n+1}{n+3} + \frac{4n^2+3n+1}{(2n+1)^2}$

b) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2-2} \quad (n \geq 2)$

c) $a_n = \frac{1+2+\dots+n}{n^2}$

d) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n^2-1}{n^2+1}$

e) $a_n = \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$

Terme mit kleineren Exponenten

a) $\frac{2n+1}{n+3} + \frac{4n^2+3n+1}{(2n+1)^2} = \frac{2n+\dots}{n+\dots} + \frac{4n^2+\dots}{4n^2+\dots}$

$= \frac{2+\dots}{1+\dots} + \frac{4+\dots}{4+\dots} \rightarrow 3$
für $n \rightarrow \infty$

b) $(-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2-2} \xrightarrow{\text{für } n \rightarrow \infty} 0 \quad (n^2 \text{ wächst schneller als } n)$

c) $\frac{1+2+\dots+n}{n^2} = \frac{\frac{1}{2}(n+1)(n)}{n^2} \rightarrow \frac{1}{2}$

d) $(-1)^n \cdot \frac{n^2-1}{n^2+1} = (-1)^n \cdot \frac{1-\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}} \quad \text{divergiert}$

e) $\frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1} \rightarrow -1$
für $n \rightarrow \infty$