

A6

A6:

Beweise die folgenden Aussagen:

- a. Wenn $a \equiv b \pmod{m}$ und $c \equiv d \pmod{m}$, dann $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.
- b. Wenn $a \equiv b \pmod{m}$, dann $-a \equiv -b \pmod{m}$.
- c. Wenn $a \equiv b \pmod{m}$ und $b \equiv c \pmod{m}$, dann $a \equiv c \pmod{m}$.

$$\begin{array}{l} a. \quad a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \exists k_1 \in \mathbb{Z} : a - b = k_1 \cdot m \\ \quad c \equiv d \pmod{m} \Rightarrow \exists k_2 \in \mathbb{Z} : c - d = k_2 \cdot m \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} (a - b) + (c - d) = k_1 \cdot m + k_2 \cdot m \\ (a + c) - (b + d) = \underbrace{(k_1 + k_2)}_{\in \mathbb{Z}} \cdot m \\ \Rightarrow a + c \equiv b + d \pmod{m} \end{array}$$