

2019

A2019

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $\frac{4x-5}{(x+1)(x-2)} \leq 0$.

b) Bestimmen Sie reelle Zahlen A, B , so dass

$$\frac{4x-5}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} \text{ für alle } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\} \text{ erfüllt ist.}$$

c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f mit

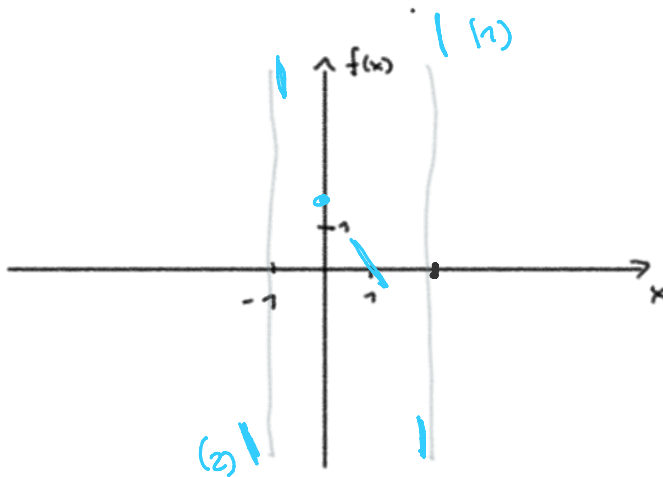
$$f(x) = \frac{4x-5}{(x+1)(x-2)} \text{ für } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$$

unter Berücksichtigung der Nullstellen, des Monotonieverhaltens und der Asymptoten.

a) Nullstellen des Zählers:

$$4x - 5 = 0 \\ x = \frac{5}{4}$$

Nullstellen des Nenners: $x_1 = -1, x_2 = 2$ (Polstellen)



Punktprobe: $f(0) = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{3}{3 \cdot 0^+} = \infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{-1}{0^- \cdot -3} = -\infty \quad (2)$$

$$\mathbb{L} = (-\infty, -1) \cup \left[\frac{5}{4}, 2\right)$$

b) der unorthodoxe kurze Weg:

$$\frac{4x-5}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-2)}$$

A-Term explodiert bei -1: $A = \frac{-4-5}{-3} = 3$

B-Term explodiert bei 2: $B = \frac{8-5}{3} = 1$

Der Weg über Koeffizientenvergleich:

$$4x-5 = A(x-2) + B(x+1) = Ax - 2A + Bx + B = (A+B)x - 2A + B$$

$$A + B = 4 \quad (1)$$

$$-2A + B = -5 \quad (2)$$

$$(1) - (2): \quad 3A = 9 \Rightarrow A = 3 \Rightarrow B = 1$$

c)

