A2021

a) $p(x) = \underbrace{(x-1)\cdot(x+1)}_{\text{binom. Formel}}(x-3)$

$= (x^2-1)(x-3) = \underbrace{x^3-3x^2-x+3}_{\text{Dies hat Form } (*)\text{.}}$

b) $p(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) = (x^2 - xx_2 - x_1x + x_1x_2)(x-x_3)$

$= x^3 - x^2x_3 - x^2x_2 + xx_2x_3 - x_1x^2 + x_1xx_3 + x_1x_2x - x_1x_2x_3$

$= x^3 + x^2(-x_3-x_2-x_1) + x(x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2) - x_1x_2x_3$ (Form $*$)

Formeln für a, b, c:

$a = -(x_1+x_2+x_3)$

$b = x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2$

$c = -x_1x_2x_3$

c) $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 2b + c = 0$

$\Rightarrow c = -8-4a-2b = 2\overbrace{(-4-2a-b)}^{\in \mathbb{Z}\text{, da } a,b,c \in \mathbb{Z}}$

Da die Koeffizienten a, b, c nach Voraussetzung ganzzahlig sind, ist auch $(-4-2a-b)$ ganzzahlig. Also ist c durch 2 teilbar $\square$