

A5

A5:

Bestimme möglichst alle ganzzahligen Lösungen x der folgenden Gleichungen:

a. $5 + x \equiv 2 \pmod{7}$ b. $5 \cdot x \equiv 2 \pmod{7}$

c. $5 \cdot x \equiv 2 \pmod{10}$ d. $-34 \equiv x \pmod{5}$

$$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{Die Differenz von } a \text{ und } b \text{ ist ein} \\ \text{Vielfaches vom } m \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : a - b = m \cdot k$$

a. $5 + x \equiv 2 \pmod{7} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : 3 + x = 7k$
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x = -3 + 7k$
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x = 4 + 7k$

$$L = \{ \dots -3, 4, 11, \dots \}$$

b. $5x \equiv 2 \pmod{7} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : 5x - 2 = 7k$
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : 5x + 7k = 2$

$(x/k) = (-1/1) \quad x = -1 + 7n \quad \text{für } n \in \mathbb{Z}$

$$L = \{ \dots -1, 6, 13, \dots \}$$

c. $5x \equiv 2 \pmod{10} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : 5 \cdot x - 2 = 10k$
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : 5x - 10k = 2$

keine Lösung da $\text{ggT}(5, 10) = 5 \nmid 2$ (kein Teiler von 2)

d. $-34 \equiv x \pmod{5} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x + 34 = 5k$
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x = -34 + 5k$
 $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x = 1 + 5k$

$$L = \{ \dots -4, 1, 6, \dots \}$$