A1: Löse $Ax = b$ mit einer einfachen Linearkombination. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

a. $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ b. $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ c. $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

A2: Löse $Ax = b$ mit Elimination und Rücksubstitution.

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix}$ b. $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 3 & 3 & 7 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 16 \\ -3 \end{bmatrix}$

A3: Bestimme die Dimension (n x m) von C und die angegebenen Elemente. Gib für die Berechnung der Spalte bzw Zeile die entsprechende Linearkombination an.

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ $C = A \cdot B$ Bestimme: $c_{3,2}$ - 1.Spalte - 2.Zeile

b. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $C = A \cdot B$ Bestimme: $c_{3,2}$ - 2.Spalte - 4.Zeile

A4: Die Matrix U geht aus der Matrix A durch die angegeben Operationen hervor. Schreibe die entsprechende Matrixgleichung (für jede Operation eine Matrix, die Multiplikation muss nicht durchgeführt werden).

a. $U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & -9 & -16 \end{bmatrix}$

(1) Vertausche Zeile 1 und 2 (2) Ziehe von Zeile 2 das 3-fache von Zeile 1 ab
(3) Ziehe von Zeile 3 das -2-fache von Zeile 1 ab (4) Ziehe von Zeile 3 das -1-fache von Zeile 2 ab.

b. $U = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 16.5 & 15.25 & 49.5 \\ 5 & 4.5 & 14 \end{bmatrix}$

(1) Vertausche Zeile 2 und 3
(2) Ziehe vom 2-fachen der Zeile 2 das 5-fache von Zeile 1 ab
(3) Ziehe von Zeile 3 das -1-fache von Zeile 1 ab
(4) Ziehe vom 2-fachen der Zeile 3 das 7-fache von Zeile 2 ab.

A5: Ermittle die LU-Faktorisierung für Matrix A.

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & -3 & -5 \\ 0 & 9 & 1 \end{bmatrix}$ b. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$

A6: Ermittle mit dem Gauß-Jordan-Algorithmus die Inverse der Matrix A.

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ b. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -3 & -4 & -3 \\ -4 & -3 & -3 \end{bmatrix}$

A7: Gegeben sei eine 5x5 Matrix A. Die Matrix B gehe aus A durch die angegebenen Operationen hervor. Gib eine Matrix P an, die die angegebenen Operationen durchführt und formuliere eine Gleichung mit A,B und P.
a. Tausch der 1. mit der 4. Zeile, dann Tausch der 5. mit der 2. Zeile,
dann Tausch der 2. mit der 3.Zeile.
b. Tausch der 1. mit der 3. Spalte, dann Tausch der 5. mit der 4. Spalte.

A8: Finde alle Lösungen für Ax = b.

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$ b. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 8 & 12 \\ 3 & 6 & 7 & 13 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$

A9: Lies aus der Matrix A und ihrer rref-Form folgende Angaben ab: Anzahl pivots und Anzahl freier Variablen bei der Elimination, Rang(A), Dimension Bild(A), Dimension Kern(A), eine Basis von Bild(A), eine Basis von Kern(A).

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $\text{rref}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
.

b. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 6 & 7 & -11 \\ -1 & -2 & -6 & -8 & 13 \end{bmatrix}$ $\text{rref}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$