

A9: Lies aus der Matrix A und ihrer rref-Form folgende Angaben ab: Anzahl pivots und Anzahl freier Variablen bei der Elimination, $\text{Rang}(A)$, Dimension $\text{Bild}(A)$, Dimension $\text{Kern}(A)$, eine Basis von $\text{Bild}(A)$, eine Basis von $\text{Kern}(A)$.

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $\text{rref}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 6 & 7 & -11 \\ -1 & -2 & -6 & -8 & 13 \end{bmatrix}$ $\text{rref}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

a. $v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

A

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

rref(A)

$$\text{rang}(A) = \dim(\text{Bild}(A)) = \text{Anzahl pivots} = 3$$

$$\text{Basis von Bild}(A) = \{v_1, v_2, v_4\}$$

$$\dim \text{Kern}(A) = \text{Anzahl freie Variablen} = 1$$

$$\text{Basis von Kern}(A) = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

b.

$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4 \quad v_5$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 6 & 7 & -11 \\ -1 & 2 & -6 & -8 & 13 \end{bmatrix}$$

A

I F

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

rref(A)

$$\text{rang}(A) = \dim(\text{Bild}(A)) = \text{Anzahl pivots} = 2$$

$$\text{Basis von Bild}(A) : \{v_1, v_2\}$$

$$\dim \text{Kern}(A) = \text{Anzahl freie Variablen} = 3$$

$$\text{Basis Kern}(A) = \left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$