

Aufgabe 5: Marktwaage

5.1 Lösungsidee

Dieses Problem lässt sich mithilfe von *Backtracking* lösen. Für jedes einzelne Gewichtsstück gibt es 3 Möglichkeiten, es auf die Waage zu legen: links (mit dem zu wiegenden Objekt), rechts oder es wird nicht verwendet. Indem wir alle möglichen Kombinationen von Belegungen der Waage testen, können wir alle abmessbaren Gewichte bestimmen.

Unser Algorithmus liest die Gewichte zunächst ein und speichert in zwei Arrays jeweils das Gewicht bzw. die Anzahl der vorkommenden Gewichtsstücke mit diesem Gewicht. Dann verhält sich der Algorithmus wie folgt:

Algorithmus 4 Backtracking(Gewichte, Anzahl)

```

1: Kombinationen = [ ]                                     ▷ Eine Liste von Kombinationen
2: Kombination = [ ]
3: FindeKombinationen(0, 0)
4: Return Sortiere(Kombinationen)

5: procedure FINDEKOMBINATIONEN(tiefe, summe)
6:   if tiefe < Anzahl der unterschiedlichen Gewichte then
7:     for i = -Anzahl[tiefe] to Anzahl[tiefe] do           ▷ Inkusive Grenzen
8:       Füge (Gewicht[tiefe], i) zur Kombination hinzu
9:       FindeKombinationen(tiefe + 1, summe + Gewichte[tiefe] * i)
10:      Entferne (Gewicht[tiefe], i) aus der Kombination
11:    end for
12:   else
13:     Füge (summe, Kombination) zu Kombinationen hinzu
14:   end if
15: end procedure

```

Für jedes Gewicht werden alle Möglichkeiten durchprobiert, von der Kombination, bei der alle Gewichtsstücke dieses Gewichts links zusammen mit dem zu wiegenden Objekt, bis zur Kombination, bei der alle auf der rechten Seite der Waage liegen. Liegt ein Gewichtsstück auf der rechten Seite der Waage, so wird sein Gewicht zur Gesamtsumme addiert, und liegt es auf der linken Seite, so wird sein Gewicht von der Gesamtsumme abgezogen. Hierzu werden die Gewichte jeweils mit einem Faktor multipliziert, der beschreibt, wie viele Gewichtsstücke dieses Gewichts auf eine Seite kommen, wobei negative Faktoren das Ablegen auf die linke Seite simulieren. Die Kombinationen werden dabei zusammen mit der jeweiligen Summe in einer Liste gespeichert.

Die Liste der Kombinationen wird nun nach aufsteigender Summe sortiert. Für jeden der gesuchten Werte wird eine Kombination ausgegeben, welche möglichst nah an dem gesuchten Wert liegt. Um diese Kombination effizient zu finden, wird eine Binärsuche in der Liste durchgeführt.

5.2 Beispieldergebnis

Wenn wir die Gewichte 5 g, 5 g, 20 g haben, so findet unser Programm die folgenden Kombinationen und messbaren Gewichte:

Faktor 5 g	Faktor 20 g	Summe in g
-2	-1	-30
-1	-1	-25
0	-1	-20
1	-1	-15
2	-1	-10
-2	0	-10
-1	0	-5
0	0	0
1	0	5
2	0	10
-2	1	10
-1	1	15
0	1	20
1	1	25
2	1	30

Bei diesem Beispiel werden 15 verschiedene Kombinationen getestet. Wie die Anzahl der Kombinationen berechnet werden kann, wird in der Laufzeitanalyse behandelt. Wir stellen fest, dass es zu jeder negativen Summe die „gespiegelte“ Kombination mit entsprechender positiver Summe gibt, die negativen Summen also ignoriert werden können. Zu beachten ist auch, dass der Wert 10 g (und entsprechend -10 g) mehrere Lösungen hat. Wenn dies der Fall ist, muss eine Wahl für eine davon getroffen werden. Unser Programm entscheidet sich jeweils für die Lösung, welche die geringste Anzahl an Gewichtsstücken verwendet.

5.3 Laufzeitanalyse

Sei N die Anzahl der unterschiedlichen Gewichte und a_i die Anzahl der Gewichtsstücke mit dem i -ten Gewicht.

Da jedes Gewicht bis zu a_i mal auf der linken Seite, bis zu a_i mal auf der rechten Seite, oder gar nicht auf der Waage liegen kann, gibt es $2 \cdot a_i + 1$ Möglichkeiten pro Gewicht. Daher ist die Anzahl der Kombinationen

$$K = (2 \cdot a_1 + 1)(2 \cdot a_2 + 1) \cdots (2 \cdot a_N + 1).$$

Mit $a := \max(a_1, \dots, a_n)$ gilt insbesondere

$$K \leq (2 \cdot a + 1)^N.$$

Ein Algorithmus, welcher für ein gegebenes Zielgewicht alle Kombinationen testet, hat also für jedes Zielgewicht eine exponentielle Laufzeit in Abhängigkeit der Anzahl der Gewichte:

$$T(a, N) = \mathcal{O}((2 \cdot a + 1)^N)$$

Ein Algorithmus, welcher hingegen zuerst alle Kombinationen berechnet und dann für jedes Zielgewicht mit einer Binärsuche nach der besten Kombination sucht, hat *insgesamt* die folgen-

de, bessere Laufzeit (wobei b die Anzahl der Zielgewichte bezeichnet):

$$\begin{aligned} T(a, b, N) &= \mathcal{O}((2 \cdot a + 1)^N + b \cdot \log((2 \cdot a + 1)^N)) \\ &= \mathcal{O}((2 \cdot a + 1)^N + b \cdot N \cdot \log(2 \cdot a + 1)) \end{aligned}$$

5.4 Dynamischer Ansatz

Ein dynamischer Ansatz (im Sinne *Dynamischer Programmierung*) zu diesem Problem würde in einer geeigneten Datenstruktur die Menge aller erreichbaren Summen abspeichern, die sich mit einer Teilmenge der Gewichtsstücke erzeugen lässt. Es wird begonnen mit der Menge, die nur den Wert 0 enthält, und dann werden auf alle Werte in dieser Menge nacheinander die Gewichtsstücke aufaddiert, bis alle Gewichtsstücke verwendet werden. Die Laufzeit dieses Ansatzes lässt sich nach oben abschätzen durch die Gesamtanzahl der Gewichte multipliziert mit der Summe aller Gewichte. Der Backtrackingansatz ist jedoch etwas effizienter bei den gegebenen Beispieldateien. Ein Satz von Gewichten, bei dem dieser Dynamische Ansatz effizienter ist, könnte folgendermaßen aussehen:

Gewicht	Anzahl
10	1
20	1
30	1
⋮	⋮
190	1
200	1

Die Anzahl der Kombinationen ist hier $3^{20} = 3486784401$ und die Summe aller Gewichte multipliziert mit der doppelten Anzahl aller Gewichte ist $20 \cdot 2 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} = 8400$. Der dynamische Ansatz hätte hier eine bessere Laufzeit als der Backtrackingansatz. Er würde auch alle Beispieldateien in angemessener Zeit lösen.

5.5 Dokumentation der Beispiele

Es folgen die Ergebnisse für alle Beispieldateien der BWINF-Website. Die Ergebnisse werden in Tabellenform dargestellt, wobei für jede Zielsumme die Platzierung der einzelnen Gewichtsstücke mithilfe eines Faktors dargestellt wird. Ist der Faktor negativ, so werden diese Gewichtsstücke auf die linke Seite gelegt, ist er positiv, werden sie auf die rechte Seite gelegt. Alle Summen, die die Zielsumme exakt erreichen, werden **fett** geschrieben.

gewichtsstuecke0.txt

Anzahl der Kombinationen: 36015
 Summe aller Gewichtsstücke: 9930
 Exakte Lösungen: 993
 Zeit in ms: 10

Zielsumme in g	10	50	100	500	1000	5000	Summe in g
10	1	0	0	0	0	0	10
20	2	0	0	0	0	0	20
30	-2	1	0	0	0	0	30
40	-1	1	0	0	0	0	40
50	0	1	0	0	0	0	50
60	1	1	0	0	0	0	60
70	2	1	0	0	0	0	70
80	-2	0	1	0	0	0	80
90	-1	0	1	0	0	0	90
100	0	0	1	0	0	0	100
110	1	0	1	0	0	0	110
120	2	0	1	0	0	0	120
130	-2	1	1	0	0	0	130
140	-1	1	1	0	0	0	140
150	0	1	1	0	0	0	150
160	1	1	1	0	0	0	160
170	2	1	1	0	0	0	170
180	-2	0	2	0	0	0	180
190	-1	0	2	0	0	0	190
200	0	0	2	0	0	0	200
210	1	0	2	0	0	0	210
220	2	0	2	0	0	0	220
230	-2	1	2	0	0	0	230
240	-1	1	2	0	0	0	240
250	0	1	2	0	0	0	250
260	1	1	2	0	0	0	260
270	2	1	2	0	0	0	270
280	-2	0	-2	1	0	0	280
290	-1	0	-2	1	0	0	290
300	0	0	-2	1	0	0	300
310	1	0	-2	1	0	0	310
320	2	0	-2	1	0	0	320
330	-2	-1	-1	1	0	0	330
340	-1	-1	-1	1	0	0	340
350	0	-1	-1	1	0	0	350
360	1	-1	-1	1	0	0	360
370	-3	0	-1	1	0	0	370
380	-2	0	-1	1	0	0	380
390	-1	0	-1	1	0	0	390
400	0	0	-1	1	0	0	400
410	1	0	-1	1	0	0	410
420	2	0	-1	1	0	0	420
430	-2	-1	0	1	0	0	430
440	-1	-1	0	1	0	0	440
450	0	-1	0	1	0	0	450
460	1	-1	0	1	0	0	460
470	-3	0	0	1	0	0	470
480	-2	0	0	1	0	0	480
490	-1	0	0	1	0	0	490
500	0	0	0	1	0	0	500

Zielsumme in g	10	50	100	500	1000	5000	Summe in g
9500	0	0	0	3	3	1	9500
9510	1	0	0	3	3	1	9510
9520	2	0	0	3	3	1	9520
9530	-2	1	0	3	3	1	9530
9540	-1	1	0	3	3	1	9540
9550	0	1	0	3	3	1	9550
9560	1	1	0	3	3	1	9560
9570	2	1	0	3	3	1	9570
9580	-2	0	1	3	3	1	9580
9590	-1	0	1	3	3	1	9590
9600	0	0	1	3	3	1	9600
9610	1	0	1	3	3	1	9610
9620	2	0	1	3	3	1	9620
9630	-2	1	1	3	3	1	9630
9640	-1	1	1	3	3	1	9640
9650	0	1	1	3	3	1	9650
9660	1	1	1	3	3	1	9660
9670	2	1	1	3	3	1	9670
9680	-2	0	2	3	3	1	9680
9690	-1	0	2	3	3	1	9690
9700	0	0	2	3	3	1	9700
9710	1	0	2	3	3	1	9710
9720	2	0	2	3	3	1	9720
9730	-2	1	2	3	3	1	9730
9740	-1	1	2	3	3	1	9740
9750	0	1	2	3	3	1	9750
9760	1	1	2	3	3	1	9760
9770	2	1	2	3	3	1	9770
9780	-2	0	3	3	3	1	9780
9790	-1	0	3	3	3	1	9790
9800	0	0	3	3	3	1	9800
9810	1	0	3	3	3	1	9810
9820	2	0	3	3	3	1	9820
9830	-2	1	3	3	3	1	9830
9840	-1	1	3	3	3	1	9840
9850	0	1	3	3	3	1	9850
9860	1	1	3	3	3	1	9860
9870	2	1	3	3	3	1	9870
9880	-2	2	3	3	3	1	9880
9890	-1	2	3	3	3	1	9890
9900	0	2	3	3	3	1	9900
9910	1	2	3	3	3	1	9910
9920	2	2	3	3	3	1	9920
9930	3	2	3	3	3	1	9930
9940	3	2	3	3	3	1	9930
9950	3	2	3	3	3	1	9930
9960	3	2	3	3	3	1	9930
9970	3	2	3	3	3	1	9930
9980	3	2	3	3	3	1	9930
9990	3	2	3	3	3	1	9930
10000	3	2	3	3	3	1	9930

gewichtsstuecke1.txt

Anzahl der Kombinationen: 7007

Summe aller Gewichtsstücke: 12733

Exakte Lösungen: 300

Zeit in ms: 3

Zielsumme in g	42	127	371	2000	Summe in g
10	0	3	-1	0	10
20	-3	0	-5	1	19
30	-3	3	-6	1	29
40	1	0	0	0	42
50	-2	-3	-4	1	51
60	1	-1	-5	1	60
70	1	2	-6	1	70
80	2	0	0	0	84
90	-1	-3	-4	1	93
100	-3	0	6	-1	100
110	-3	3	5	-1	110
120	-3	-1	1	0	118
130	-3	2	0	0	128
140	1	-1	6	-1	141
150	1	2	5	-1	151
160	-2	-1	1	0	160
170	-2	2	0	0	170
180	-2	-2	-4	1	178
190	-2	1	-5	1	188
200	2	-2	1	0	201
210	2	1	0	0	211
220	-1	-2	-4	1	220
230	-1	1	-5	1	230
240	2	3	-6	1	239
250	3	1	0	0	253
260	3	-3	-4	1	261
270	-2	1	6	-1	269
280	3	3	-6	1	281
290	-2	0	1	0	287
300	-2	3	0	0	297
310	2	0	6	-1	310
320	2	3	5	-1	320
330	-1	0	1	0	329
340	-1	3	0	0	339
350	3	0	6	-1	352
360	0	-3	2	0	361
370	3	-1	1	0	370
380	3	2	0	0	380
390	-3	0	-4	1	390
400	-3	3	-5	1	400
410	1	0	1	0	413
420	-2	-3	-3	1	422
430	1	-1	-4	1	431
440	1	2	-5	1	441
450	-1	-2	2	0	446
460	-1	1	1	0	456
470	2	-1	-4	1	473
480	0	2	6	-1	480

490	-3	-1	2	0	489
500	-3	2	1	0	499

Zielsumme in g	42	127	371	2000	Summe in g
9500	3	-2	-1	5	9501
9510	3	1	-2	5	9511
9520	-2	-2	5	4	9517
9530	-2	1	4	4	9527
9540	1	3	3	4	9536
9550	1	2	-2	5	9554
9560	-1	-2	5	4	9559
9570	-1	1	4	4	9569
9580	2	3	3	4	9578
9590	-1	0	-1	5	9587
9600	3	-3	5	4	9600
9610	3	0	4	4	9610
9620	-3	-2	0	5	9620
9630	-3	1	-1	5	9630
9640	0	3	-2	5	9639
9650	1	1	4	4	9653
9660	1	-3	0	5	9661
9670	1	0	-1	5	9671
9680	1	3	-2	5	9681
9690	-1	-1	5	4	9686
9700	2	-3	0	5	9703
9710	2	0	-1	5	9713
9720	-3	-3	6	4	9719
9730	-3	0	5	4	9729
9740	-3	3	4	4	9739
9750	-3	-1	0	5	9747
9760	-2	-3	6	4	9761
9770	1	-1	5	4	9770
9780	1	2	4	4	9780
9790	-2	-1	0	5	9789
9800	-2	2	-1	5	9799
9810	2	-1	5	4	9812
9820	2	2	4	4	9822
9830	2	-2	0	5	9830
9840	2	1	-1	5	9840
9850	-3	-2	6	4	9846
9860	-3	1	5	4	9856
9870	3	-2	0	5	9872
9880	3	1	-1	5	9882
9890	-2	-2	6	4	9888
9900	-2	1	5	4	9898
9910	1	3	4	4	9907
9920	-2	0	0	5	9916
9930	-1	-2	6	4	9930
9940	-1	1	5	4	9940
9950	2	3	4	4	9949
9960	-1	0	0	5	9958
9970	3	-3	6	4	9971

9980	3	0	5	4	9981
9990	0	-3	1	5	9990
10000	0	0	0	5	10000

gewichtsstuecke2.txt

Anzahl der Kombinationen: 59049

Summe aller Gewichtsstücke: 10230

Exakte Lösungen: 1000

Zeit in ms: 2

Zielsumme in g	10	20	40	80	160	320	640	1280	2560	5120	Summe in g
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
20	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	20
30	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	30
40	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	40
50	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	50
60	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	60
70	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	70
80	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	80
90	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	90
100	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	100
110	-1	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	110
120	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	120
130	-1	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	130
140	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	140
150	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	150
160	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	160
170	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	170
180	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	180
190	-1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	190
200	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	200
210	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	210
220	0	-1	0	-1	0	1	0	0	0	0	220
230	-1	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	230
240	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	240
250	1	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	250
260	0	-1	-1	0	0	1	0	0	0	0	260
270	-1	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	270
280	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	280
290	-1	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	290
300	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	300
310	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	310
320	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	320
330	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	330
340	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	340
350	-1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	350
360	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	360
370	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	370
380	0	-1	0	1	0	1	0	0	0	0	380
390	-1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	390
400	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	400

410	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	410
420	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	420
430	-1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	0	430
440	0	0	-1	0	-1	0	1	0	0	0	440
450	-1	-1	0	0	-1	0	1	0	0	0	450
460	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	0	460
470	-1	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	470
480	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	480
490	1	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	490
500	0	1	0	0	-1	0	1	0	0	0	500

Zielsumme in g	10	20	40	80	160	320	640	1280	2560	5120	Summe in g
9500	0	-1	0	-1	0	0	1	1	1	1	9500
9510	-1	0	0	-1	0	0	1	1	1	1	9510
9520	0	0	0	-1	0	0	1	1	1	1	9520
9530	1	0	0	-1	0	0	1	1	1	1	9530
9540	0	-1	-1	0	0	0	1	1	1	1	9540
9550	-1	0	-1	0	0	0	1	1	1	1	9550
9560	0	0	-1	0	0	0	1	1	1	1	9560
9570	-1	-1	0	0	0	0	1	1	1	1	9570
9580	0	-1	0	0	0	0	1	1	1	1	9580
9590	-1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	9590
9600	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	9600
9610	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	9610
9620	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	9620
9630	-1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	9630
9640	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	9640
9650	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	9650
9660	0	-1	0	1	0	0	1	1	1	1	9660
9670	-1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	9670
9680	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	9680
9690	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	9690
9700	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	9700
9710	-1	0	-1	0	1	0	1	1	1	1	9710
9720	0	0	-1	0	1	0	1	1	1	1	9720
9730	-1	-1	0	0	1	0	1	1	1	1	9730
9740	0	-1	0	0	1	0	1	1	1	1	9740
9750	-1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	9750
9760	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	9760
9770	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	9770
9780	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	9780
9790	-1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	9790
9800	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	9800
9810	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	9810
9820	0	-1	0	-1	0	1	1	1	1	1	9820
9830	-1	0	0	-1	0	1	1	1	1	1	9830
9840	0	0	0	-1	0	1	1	1	1	1	9840
9850	1	0	0	-1	0	1	1	1	1	1	9850
9860	0	-1	-1	0	0	1	1	1	1	1	9860
9870	-1	0	-1	0	0	1	1	1	1	1	9870
9880	0	0	-1	0	0	1	1	1	1	1	9880
9890	-1	-1	0	0	0	1	1	1	1	1	9890

9900	0	-1	0	0	0	1	1	1	1	1	9900
9910	-1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	9910
9920	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	9920
9930	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	9930
9940	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	9940
9950	-1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	9950
9960	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	9960
9970	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	9970
9980	0	-1	0	1	0	1	1	1	1	1	9980
9990	-1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	9990
10000	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	10000

gewichtsstuecke3.txt

Anzahl der Kombinationen: 2187

Summe aller Gewichtsstücke: 10930

Exakte Lösungen: 1000

Zeit in ms: 2

Zielsumme in g	10	30	90	270	810	2430	7290	Summe in g
10	1	0	0	0	0	0	0	10
20	-1	1	0	0	0	0	0	20
30	0	1	0	0	0	0	0	30
40	1	1	0	0	0	0	0	40
50	-1	-1	1	0	0	0	0	50
60	0	-1	1	0	0	0	0	60
70	1	-1	1	0	0	0	0	70
80	-1	0	1	0	0	0	0	80
90	0	0	1	0	0	0	0	90
100	1	0	1	0	0	0	0	100
110	-1	1	1	0	0	0	0	110
120	0	1	1	0	0	0	0	120
130	1	1	1	0	0	0	0	130
140	-1	-1	-1	1	0	0	0	140
150	0	-1	-1	1	0	0	0	150
160	1	-1	-1	1	0	0	0	160
170	-1	0	-1	1	0	0	0	170
180	0	0	-1	1	0	0	0	180
190	1	0	-1	1	0	0	0	190
200	-1	1	-1	1	0	0	0	200
210	0	1	-1	1	0	0	0	210
220	1	1	-1	1	0	0	0	220
230	-1	-1	0	1	0	0	0	230
240	0	-1	0	1	0	0	0	240
250	1	-1	0	1	0	0	0	250
260	-1	0	0	1	0	0	0	260
270	0	0	0	1	0	0	0	270
280	1	0	0	1	0	0	0	280
290	-1	1	0	1	0	0	0	290
300	0	1	0	1	0	0	0	300
310	1	1	0	1	0	0	0	310
320	-1	-1	1	1	0	0	0	320

330	0	-1	1	1	0	0	0	330
340	1	-1	1	1	0	0	0	340
350	-1	0	1	1	0	0	0	350
360	0	0	1	1	0	0	0	360
370	1	0	1	1	0	0	0	370
380	-1	1	1	1	0	0	0	380
390	0	1	1	1	0	0	0	390
400	1	1	1	1	0	0	0	400
410	-1	-1	-1	-1	1	0	0	410
420	0	-1	-1	-1	1	0	0	420
430	1	-1	-1	-1	1	0	0	430
440	-1	0	-1	-1	1	0	0	440
450	0	0	-1	-1	1	0	0	450
460	1	0	-1	-1	1	0	0	460
470	-1	1	-1	-1	1	0	0	470
480	0	1	-1	-1	1	0	0	480
490	1	1	-1	-1	1	0	0	490
500	-1	-1	0	-1	1	0	0	500

Zielsumme in g	10	30	90	270	810	2430	7290	Summe in g
9500	-1	-1	1	-1	0	1	1	9500
9510	0	-1	1	-1	0	1	1	9510
9520	1	-1	1	-1	0	1	1	9520
9530	-1	0	1	-1	0	1	1	9530
9540	0	0	1	-1	0	1	1	9540
9550	1	0	1	-1	0	1	1	9550
9560	-1	1	1	-1	0	1	1	9560
9570	0	1	1	-1	0	1	1	9570
9580	1	1	1	-1	0	1	1	9580
9590	-1	-1	-1	0	0	1	1	9590
9600	0	-1	-1	0	0	1	1	9600
9610	1	-1	-1	0	0	1	1	9610
9620	-1	0	-1	0	0	1	1	9620
9630	0	0	-1	0	0	1	1	9630
9640	1	0	-1	0	0	1	1	9640
9650	-1	1	-1	0	0	1	1	9650
9660	0	1	-1	0	0	1	1	9660
9670	1	1	-1	0	0	1	1	9670
9680	-1	-1	0	0	0	1	1	9680
9690	0	-1	0	0	0	1	1	9690
9700	1	-1	0	0	0	1	1	9700
9710	-1	0	0	0	0	1	1	9710
9720	0	0	0	0	0	1	1	9720
9730	1	0	0	0	0	1	1	9730
9740	-1	1	0	0	0	1	1	9740
9750	0	1	0	0	0	1	1	9750
9760	1	1	0	0	0	1	1	9760
9770	-1	-1	1	0	0	1	1	9770
9780	0	-1	1	0	0	1	1	9780
9790	1	-1	1	0	0	1	1	9790
9800	-1	0	1	0	0	1	1	9800
9810	0	0	1	0	0	1	1	9810

9820	1	0	1	0	0	1	1	9820
9830	-1	1	1	0	0	1	1	9830
9840	0	1	1	0	0	1	1	9840
9850	1	1	1	0	0	1	1	9850
9860	-1	-1	-1	1	0	1	1	9860
9870	0	-1	-1	1	0	1	1	9870
9880	1	-1	-1	1	0	1	1	9880
9890	-1	0	-1	1	0	1	1	9890
9900	0	0	-1	1	0	1	1	9900
9910	1	0	-1	1	0	1	1	9910
9920	-1	1	-1	1	0	1	1	9920
9930	0	1	-1	1	0	1	1	9930
9940	1	1	-1	1	0	1	1	9940
9950	-1	-1	0	1	0	1	1	9950
9960	0	-1	0	1	0	1	1	9960
9970	1	-1	0	1	0	1	1	9970
9980	-1	0	0	1	0	1	1	9980
9990	0	0	0	1	0	1	1	9990
10000	1	0	0	1	0	1	1	10000

gewichtsstuecke4.txt

Anzahl der Kombinationen: 27783

Summe aller Gewichtsstücke: 10079

Exakte Lösungen: 610

Zeit in ms: 2

Zielsumme in g	5	21	29	259	287	399	2993	Summe in g
10	-1	-2	1	-1	1	0	0	10
20	0	1	-1	-1	1	0	0	20
30	0	0	2	1	-1	0	0	30
40	-1	-2	3	0	0	0	0	40
50	0	1	1	0	0	0	0	50
60	-1	-1	2	-1	1	0	0	60
70	0	-2	0	0	-1	1	0	70
80	0	1	3	1	-1	0	0	80
90	0	-1	-1	-1	0	1	0	90
100	0	2	2	0	0	0	0	100
110	-1	0	3	-1	1	0	0	110
120	0	-1	1	0	-1	1	0	120
130	0	-2	-3	1	0	0	0	130
140	0	0	0	-1	0	1	0	140
150	-1	-1	1	1	1	-1	0	150
160	0	2	-1	1	1	-1	0	160
170	0	0	2	0	-1	1	0	170
180	0	-1	-2	1	0	0	0	180
190	0	1	1	-1	0	1	0	190
200	0	0	-3	0	1	0	0	200
210	0	3	0	1	1	-1	0	210
220	-1	-3	1	1	0	0	0	220
230	0	0	-1	1	0	0	0	230
240	-1	-2	0	0	1	0	0	240

250	0	1	-2	0	1	0	0	250
260	1	1	3	1	1	-1	0	260
270	-1	-2	2	1	0	0	0	270
280	0	1	0	1	0	0	0	280
290	-1	-1	1	0	1	0	0	290
300	0	2	-1	0	1	0	0	300
310	1	1	-3	1	-1	1	0	310
320	0	-1	-2	0	0	1	0	320
330	0	2	1	1	0	0	0	330
340	-1	0	2	0	1	0	0	340
350	0	-1	0	1	-1	1	0	350
360	-1	-3	1	0	0	1	0	360
370	0	0	-1	0	0	1	0	370
380	-1	-2	0	-1	1	1	0	380
390	-1	1	3	0	1	0	0	390
400	0	0	1	1	-1	1	0	400
410	-1	-2	2	0	0	1	0	410
420	0	1	0	0	0	1	0	420
430	-1	-1	1	-1	1	1	0	430
440	0	2	-1	-1	1	1	0	440
450	0	1	2	1	-1	1	0	450
460	-1	-1	3	0	0	1	0	460
470	0	2	1	0	0	1	0	470
480	-1	0	2	-1	1	1	0	480
490	0	3	0	-1	1	1	0	490
500	0	2	3	1	-1	1	0	500

Zielsumme in g	5	21	29	259	287	399	2993	Summe in g
9500	0	3	3	1	-1	1	3	9500
9510	-1	-3	-3	0	1	1	3	9510
9520	-1	0	0	1	1	0	3	9520
9530	1	0	0	1	1	0	3	9530
9540	-1	-3	-1	1	0	1	3	9540
9550	0	0	-3	1	0	1	3	9550
9560	-1	-2	-2	0	1	1	3	9560
9570	-1	1	1	1	1	0	3	9570
9580	1	1	1	1	1	0	3	9580
9590	-1	-2	0	1	0	1	3	9590
9600	0	1	-2	1	0	1	3	9600
9610	-1	-1	-1	0	1	1	3	9610
9620	1	-1	-1	0	1	1	3	9620
9630	1	2	2	1	1	0	3	9630
9640	-1	-1	1	1	0	1	3	9640
9650	0	2	-1	1	0	1	3	9650
9660	-1	0	0	0	1	1	3	9660
9670	1	0	0	0	1	1	3	9670
9680	1	3	3	1	1	0	3	9680
9690	-1	0	2	1	0	1	3	9690
9700	0	3	0	1	0	1	3	9700
9710	-1	1	1	0	1	1	3	9710
9720	1	1	1	0	1	1	3	9720
9730	0	3	1	1	0	1	3	9729

9740	-1	1	3	1	0	1	3	9740
9750	1	1	3	1	0	1	3	9750
9760	-1	2	2	0	1	1	3	9760
9770	1	2	2	0	1	1	3	9770
9780	1	-3	-3	1	1	1	3	9779
9790	-1	-2	-3	1	1	1	3	9790
9800	1	-2	-3	1	1	1	3	9800
9810	-1	3	3	0	1	1	3	9810
9820	1	3	3	0	1	1	3	9820
9830	1	-2	-2	1	1	1	3	9829
9840	-1	-1	-2	1	1	1	3	9840
9850	1	-1	-2	1	1	1	3	9850
9860	-1	0	-2	1	1	1	3	9861
9870	-1	-1	-1	1	1	1	3	9869
9880	1	-1	-1	1	1	1	3	9879
9890	-1	0	-1	1	1	1	3	9890
9900	1	0	-1	1	1	1	3	9900
9910	-1	1	-1	1	1	1	3	9911
9920	-1	0	0	1	1	1	3	9919
9930	1	0	0	1	1	1	3	9929
9940	-1	1	0	1	1	1	3	9940
9950	1	1	0	1	1	1	3	9950
9960	-1	2	0	1	1	1	3	9961
9970	-1	1	1	1	1	1	3	9969
9980	1	1	1	1	1	1	3	9979
9990	-1	2	1	1	1	1	3	9990
10000	1	2	1	1	1	1	3	10000

gewichtsstuecke5.txt

Anzahl der Kombinationen: 101269035

Summe aller Gewichtsstücke: 4636393543

Exakte Lösungen: 84

Zeit in ms: 2038

Um die Breite der letzten Tabelle zu verringern werden folgende Buchstaben als Abkürzung der Gewichtsstücke verwendet.

Gewicht	Anzahl	Zeichen
11	1	a
99480	1	b
99511	1	c
299836	2	d
599761	1	e
4497786	3	f
1499171	1	g
10499654	4	h
41999427	1	i
94499810	3	j
283501867	1	k
661499326	3	l
1984505261	1	m

Zielsumme in g	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	Summe in g
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11
20	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20
30	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	31
40	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	42
50	-1	1	-1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	47
60	0	1	-1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	58
70	1	1	-1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	69
80	-1	0	0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	78
90	0	0	0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	89
100	1	0	0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	100
110	-1	-1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	109
120	0	-1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	120
130	1	-1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	131
140	0	1	-1	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	139
150	1	1	-1	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	150
160	-1	0	0	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	159
170	0	0	0	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	170
180	1	0	0	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	181
190	-1	-1	1	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	190
200	0	-1	1	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	201
210	1	-1	1	2	-1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	212
220	-1	1	-1	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	217
230	0	1	-1	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	228
240	1	1	-1	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	239
250	-1	0	0	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	248
260	0	0	0	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	259
270	1	0	0	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	270
280	-1	-1	1	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	279
290	0	-1	1	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	290
300	1	-1	1	0	0	2	1	4	1	-1	0	-3	1	301
310	-1	1	-1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	306
320	0	1	-1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	317
330	1	1	-1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	328
340	-1	0	0	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	337
350	0	0	0	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	348
360	1	0	0	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	359
370	-1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	368
380	0	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	379
390	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
400	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
410	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
420	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
430	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
440	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
450	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
460	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
470	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
480	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
490	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390
500	1	-1	1	-2	1	2	1	4	1	-1	0	-3	1	390

Zielsumme in g	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	Summe in g
9500	1	-1	1	0	0	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9503
9510	-1	1	-1	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9508
9520	0	1	-1	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9519
9530	1	1	-1	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9530
9540	-1	0	0	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9539
9550	0	0	0	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9550
9560	1	0	0	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9561
9570	-1	-1	1	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9570
9580	0	-1	1	-2	1	-2	-1	-4	-1	-2	1	0	0	9581
9590	-1	1	-1	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9589
9600	0	1	-1	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9600
9610	1	1	-1	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9611
9620	-1	0	0	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9620
9630	0	0	0	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9631
9640	1	0	0	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9642
9650	-1	-1	1	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9651
9660	0	-1	1	2	-1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9662
9670	0	0	0	2	-1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9668
9680	1	0	0	2	-1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9679
9690	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9689
9700	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9700
9710	1	-1	1	2	-1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9710
9720	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9720
9730	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9731
9740	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9740
9750	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9751
9760	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9762
9770	1	0	0	0	0	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9768
9780	0	1	-1	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9778
9790	1	1	-1	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9789
9800	1	-1	1	0	0	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9799
9810	0	0	0	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9809
9820	1	0	0	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9820
9830	-1	-1	1	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9829
9840	0	-1	1	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9840
9850	1	-1	1	-2	1	0	0	0	0	-3	1	-3	1	9851
9860	1	0	0	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9857
9870	-1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9866
9880	0	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9877
9890	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9900	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9910	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9920	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9930	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9940	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9950	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9960	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9970	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9980	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
9990	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888
10000	1	-1	1	-2	1	-2	-1	1	0	3	-1	-3	1	9888

5.6 Bewertungskriterien

Die Bewertungskriterien vom Bewertungsbogen werden hier erläutert (Punktabzug in []).

- [-1] **Lösungsverfahren fehlerhaft**

Das Lösungsverfahren muss stets eine korrekte Lösung, also eine Verteilung der Gewichtsstücke auf die Waage, mit der das Zielgewicht gemessen werden kann, finden, wenn es eine gibt. Ansonsten muss es herausfinden, wie groß die minimale Differenz eines messbaren Gewichts zum Zielgewicht ist.

- [-1] **Gewichte unnötig kombiniert**

Es wird erwartet, dass alle Gewichtsstücke des gleichen Gewichts als ununterscheidbar behandelt werden. Weiterhin sollten unnötige Kombinationen (wie 10g links und 10g rechts) von vorn herein ausgeschlossen werden.

- [-1] **Verfahren bzw. Implementierung unnötig aufwendig / ineffizient**

Das Verfahren sollte für eine Liste von Gewichtsstücken und alle Zielgewichte (in 10g-Schritten zwischen 10g und 10kg) in angemessener Zeit je eine Lösung (also eine passende Platzierung von Gewichtsstücken auf der Waage) bzw. die Differenz zum nächstgelegenen messbaren Gewicht bestimmen. Dazu sollten bereits berechnete Gewichtskombinationen gesichert bzw. wiederverwendet werden – ob durch Vorberechnung wie in der Beispillösung oder auf andere Art und Weise. Die Vorberechnung ist nur sinnvoll, wenn auf die so ermittelten Ergebnisse auch effizient zugegriffen wird. Das bedeutet insbesondere, dass es auch dann Abzug gibt, wenn alle Kombinationen in einer Liste gespeichert werden, in der die Zielsummen dann später linear gesucht werden. Ein erneutes Testen aller möglichen Kombinationen bei jedem Zielgewicht ist nicht akzeptabel.

- [-1] **Ergebnisse schlecht nachvollziehbar**

Für jedes Beispiel ist für alle Zielgewichte (in 10g-Schritten zwischen 10g und 500g sowie zwischen 9500g und 10kg) eine Verteilung von Gewichtsstücken bzw. die Differenz zum nächstgelegenen messbaren Gewicht auszugeben. Wenn die in der Dokumentation enthaltenen Listen knapper ausfallen, ist das akzeptabel, solange man sich insgesamt gut einen Eindruck vom Funktionieren des Verfahrens verschaffen kann. Die Ausgabe des nächstgelegenen messbaren Gewichts statt der Differenz zum Zielgewicht ist ausreichend. Die Ausgabe einer Verteilung der Gewichtsstücke ist nur gefordert, wenn das Zielgewicht exakt erreicht werden kann.

- [-1] **Beispiele fehlerhaft bzw. zu wenige oder ungeeignete Beispiele**

Die Dokumentation soll Ergebnisse zu mindestens 3 der vorgegebenen Beispiele (gewichtsstuecke0.txt bis gewichtsstuecke5.txt) enthalten. Die Ergebnisse müssen in der Dokumentation nicht vollständig enthalten sein, Auszüge genügen. Ausnahmsweise sind auch Übersichten bzw. ausreichend viele Ergebnis-Listings außerhalb der Dokumentation akzeptabel, sofern in der Dokumentation darauf verwiesen wird.