

物理学 A 中間試験（渡慶次）

2025 年 6 月 5 日・90 分間

注意事項

1. 試験問題はこの裏面 1 枚。配布物はこの紙 1 枚，解答用紙 2 枚，計算用紙 1 枚。下線のものを提出すること。
2. 問題用紙と解答用紙の両方に学籍番号・氏名等の必要事項を記入すること。
3. 最終的な結果だけでなく，結果に至る過程（日本語を含む）も目で追える程度に詳しく書くこと。
4. 問題文に与えられていない記号を解答に用いる場合には，定義を記すこと。
5. 資料の持ち込みは一切不可。
6. 各大問に付随する小問はどのような順序で解いてもよい。
7. 問題の不備や条件不足が考えられる場合には，適宜修正のうえ，修正点を明記して解答すること。

以上

I. 重力加速度を g として、質点 m の等加速度直線落下運動を考える。地表（地面）を $z = 0$ とする。座標軸の正方向を好きに選んで以下の問に答えよ。空気抵抗や質量変化といった面倒なことは考慮しなくてよい。

- (1) 質点にはたらく力を座標軸とともに図示し、質点の運動方程式を $z(t)$ に対する微分方程式の形で記せ。
- (2) 前問で記した運動方程式を解き、位置 $z(t)$ の一般解を与えよ。任意定数は c_1 と c_2 （順不同）とすること。
- (3) 次の条件が満たされるように設問 (2) の任意定数 c_1 と c_2 を決定せよ。 $h > 0$ かつ $t_2 > t_1 > 0$ とする。

$$(\text{条件}) \quad t = t_1 \text{ で } z(t_1) = h \quad \text{かつ} \quad t = t_2 \text{ で } z(t_2) = 0$$

- (4) 特に $t_2 - t_1 = \sqrt{2h/g}$ が満たされるとき、 $z(t)$ と速度 $v(t) \equiv dz(t)/dt$ を、 t_2 を用いることなく記せ。
- (5) 設問 (4) で求めた $z(t)$ を t の関数として図示せよ。特徴的な時刻や座標などがあれば記入すること。
- (6) 質点の力学的エネルギー $E(t)$ を求めよ。時間変化 dE/dt を計算し、そのようになる理由を述べよ。

II. 水平面上を弾性定数 k のばねに繋がれた質点 m が運動している。ばねの一端は壁に固定されており、自然長位置を $x = 0$ とする。運動の開始時刻を $t = 0$ とし、座標軸の正方向を好きに選んで以下の問に答えよ。

- (1) 質点にはたらく力を座標軸とともに図示し、質点の運動方程式を $x(t)$ に対する微分方程式の形で記せ。
- (2) 設問 (1) で記した運動方程式の一般解を記せ。任意定数は c_1 と c_2 （順不同）とすること。
- (3) $t = 0$ で自然長において速度 v_0 を与えた。この初期条件を満たす解 $x(t)$ を求めよ。
- (4) 設問 (3) で求めた $x(t)$ に対して xt グラフを描け。また速度 $v(t)$ に対して vt グラフを描け。
- (5) 設問 (3) で求めた $x(t)$ に対して、運動エネルギー $K \equiv mv^2/2$ （ただし $v \equiv dx/dt$ は速度）とポテンシャル・エネルギー $V \equiv kx^2/2$ を t の関数として求め、 $0 \leq t \leq 2\pi\sqrt{m/k}$ の範囲で同一のグラフに描け。
- (6) 質点の力学的エネルギー $E(t)$ を求めよ。時間変化 dE/dt を計算し、そのようになる理由を述べよ。

III. 重力加速度の大きさを g として、上空から直線的に落下する質点 m の運動を考える。質点には、速度に比例する空気抵抗がはたらくとし、比例定数を k とする。座標軸の正方向を好きに選んで以下の問に答えよ。

- (1) 質点にはたらく力を座標軸とともに図示し、質点の運動方程式を $z(t)$ に対する微分方程式の形で記せ。
- (2) 前問で書いた運動方程式を速度 $v \equiv dz/dt$ で書き換え、一般解 $v(t)$ を求めよ。
- (3) 初期条件 $v(0) = 0$ を満たす $v(t)$ を求めて図示せよ。縦軸に終端速度、横軸に時定数の値を明記すること。
- (4) 初期条件 $z(0) = z_0$ を満たす $z(t)$ を求めよ。
- (5) 質点の力学的エネルギー $E(t)$ を求めよ。時間変化 dE/dt を計算し、そのようになる理由を述べよ。計算に際しては設問 (4) で求めた $z(t)$ と設問 (3) で求めた $v(t)$ を用いてよい。
- (6) ストークスの法則によれば、半径 a の球状物体にはたらく空気抵抗の比例係数は $k = 6\pi a\eta$ で与えられる。粘性係数 η の次元を求めよ。

♠ 時間が余った人や、問題を解くのを諦めた人は、講義に対する感想や要望がもしあれば自由に述べてください。特にない場合は、まったく関係ない自由記述を行なってもかまいません。採点には一切影響しないものです。

以上