

## Задача 5 (семинар 18.04.2016)

Обозначим  $n = V + E + Q$ . Сделаем sqrt-декомпозицию по запросам. Итак, у нас есть отрезок из  $\sqrt{Q}$  запросов и мы хотим за  $O(n)$  их обработать. Для начала получим граф на момент перед первым запросом в нашем отрезке запросов, например следующим образом: до всех запросов заведём мультисет рёбер, изначально в нём находятся рёбра из  $E$ . Далее, мы будем по очереди обрабатывать отрезки по  $\sqrt{Q}$  запросов, после обработки каждого отрезка будем обновлять наш мультисет. Теперь, у нас есть отрезок запросов и мультисет рёбер. Проитерируем по мультисету (мы знаем что это  $O(n)$ ), и получим граф в виде списка смежности  $g$ .

Теперь удалим из  $g$  те рёбра, которые встречаются в нашем отрезке запросов: заметим, что  $g_i$  — отсортированный список, Создадим  $h$  — такой же список смежности, состоящий из рёбер встречающихся в нашем отрезке запросов. Потом сделаем set\_difference. Выделим в полученном графе компоненты связности (dfs), получим граф  $g'$ , изначально в нём нет рёбер, добавим в него рёбра которые встречаются в запросах и которые были в исходном графе  $g$  (на момент до первого запроса). Заметим что в  $g'$   $O(\sqrt{n})$  рёбер. Далее по очереди обрабатываем запросы, запрос добавления/удаления ребра делаем просто за  $O(\sqrt{n})$ , запрос проверки на принадлежность одной компоненте связности — также за  $O(\sqrt{n})$ , обычный dfs, ибо в нашем графе  $g'$  всегда  $O(\sqrt{n})$  рёбер.