

Дедлайн - 18 апреля

1. (2 балла) Пусть G — связный граф с не менее чем тремя вершинами. Докажите, что следующие утверждения эквивалентны:
 - A) G не содержит точек сочленения;
 - B) любые две вершины графа G принадлежат некоторому общему простому циклу;
 - C) любая вершина и любое ребро графа G принадлежат некоторому общему простому циклу;
 - D) любые два ребра графа G принадлежат некоторому общему простому циклу;
 - E) для любых двух вершин и любого ребра графа G существует простая цепь, соединяющая эти вершины и включающая данное ребро;
 - F) для любых трех различных вершин графа G существует простая цепь, соединяющая две из них и проходящая через третью;
 - G) для любых трех различных вершин графа G существует простая цепь, соединяющая две из них и не проходящая через третью.
2. (2 балла) Пусть G — связный граф, имеющий по крайней мере три вершины. Докажите, что следующие утверждения эквивалентны:
 - A) в G нет мостов;
 - B) любые две вершины графа G лежат на некотором общем (реберно-простом) цикле;
 - C) любая вершина и любое ребро графа G лежат на некотором общем (реберно-простом) цикле;
 - D) любые два ребра графа G лежат на некотором общем цикле;
 - E) для любой пары вершин и любого ребра графа G существует цепь (реберно-простая), соединяющая эти вершины и содержащая данное ребро;
 - F) для любой пары вершин и любого ребра графа G существует простая цепь, соединяющая эти вершины и не содержащая данное ребро;
 - G) для любых трех вершин u, v, w существует цепь, соединяющая u и v и содержащая w .
3. Дан неориентированный граф и две его вершины u и v . Какие ребра и какие вершины: а) обязательно лежат; б) могут лежать на простом пути из u в v ? $O(V+E)$
4. Дан ориентированный граф и две его вершины u и v . Какие ребра и какие вершины: обязательно лежат на простом пути из u в v ? $O(V+E)$
5. Дан неориентированный граф $G = (V, E)$. Поступает Q запросов трех типов: 1) добавить ребро в граф; 2) удалить ребро из графа; 3) для заданных двух вершин сообщить, лежат ли эти вершины в одной компоненте связности. $O((V+E+Q) \sqrt{V+E+Q})$.