$T(n) = 3T(\sqrt{n}) + \log n$
Ответ: $T(n) = \Theta((\log n)^{\log_2 3})$. Докажем это:

- $T(n) = O(\log n^{\log_2 3})$, то есть
  $T(\sqrt{n}) \leq c(\log \sqrt{n})^{\log_2 3} + d \log \sqrt{n}$
  $\implies T(n) \leq c(\log n)^{\log_2 3} + d \log n$
  Доказательство:
  $T(n) = 3T(\sqrt{n}) + \log n$
  $T(n) \leq 3(c(\log \sqrt{n})^{\log_2 3} + d \log \sqrt{n}) + \log n$
  $T(n) \leq 3c(\frac{1}{2} \log n)^{\log_2 3} + \frac{3d \log n}{2} + \log n$
  $T(n) \leq 3c\frac{(\log n)^{\log_2 3}}{2^{\log_2 3}} + (\frac{3}{2}d + 1) \log n$
  $T(n) \leq 3c\frac{(\log n)^{\log_2 3}}{3} + (\frac{3}{2}d + 1) \log n$
  $T(n) \leq c(\log n)^{\log_2 3} + (\frac{3}{2}d + 1) \log n$
  Возьмём $d = -2$. Тогда $(\frac{3}{2}d+1) = -2 \implies$

  $T(n) \leq c(\log n)^{\log_2 3} - 2 \log n \implies$
  $T(n) \leq c(\log n)^{\log_2 3} + d \log n \quad \square$

- Заменив в предыдущем доказательстве все знаки $\leq$ на $\geq$ получим
  $T(\sqrt{n}) \geq c(\log \sqrt{n})^{\log_2 3} + d \log \sqrt{n} \implies$
  $T(n) \geq c(\log n)^{\log_2 3} + d \log n$, то есть
  $T(n) = \Omega(\log n^{\log_2 3}) \quad \square$