

Notas:

- a) Responda a cada questão numa folha de exame separada (5 questões = 5 folhas).
- b) No Grupo I use apenas Prolog Standard, e no Grupo II use também a biblioteca *CLPFD* do SICStus Prolog.
- c) Predicados solicitados em alíneas anteriores podem ser utilizados em alíneas seguintes, mesmo que não os tenha implementado.

GRUPO I - Programação em Prolog

1. [5 valores] Uma base de dados contém factos como os seguintes, relacionados com sequelas cinematográficas:

```
% sequela(Título,Id,Tipo)
sequela('The Lord of the Rings',1,'fantasia').
sequela('Batman',2,'ficção científica').

% filme(IdSequela,Subtítulo,Ano,Personagens_e_Atores).
filme(1,'The Fellowship of the Ring',2001,
      [aragorn-'Viggo Mortensen',frodo-'Elijah Wood']).
filme(1,'The Two Towers',2002,
      [aragorn-'Viggo Mortensen',gandalf-'Ian McKellen']).
filme(1,'The Return of the King',2003,
      [aragorn-'Viggo Mortensen',frodo-'Elijah Wood']).
filme(2,'-',1989,
      [batman-'Michael Keaton',joker-'Jack Nicholson']).
filme(2,'Batman Returns',1992,
      [batman-'Michael Keaton',catwoman-'Michelle Pfeiffer']).
filme(2,'Batman Forever',1995,
      [batman-'Val Kilmer',robin-'Chris ODonnell',riddler-'Jim Carrey']).
```

- a) O predicado *filme_de(+Sequela,-Subtítulo,-Ano)* obtém, por *backtracking*, filmes de uma sequela dada, identificada pelo seu título. Implemente-o.
- b) O predicado *entrou_na_sequela(+Ator,-Sequela)* obtém, por *backtracking*, sequelas (identificadas pelo título) em que um ator dado participou (entrou num ou mais dos seus filmes). O predicado sucede apenas uma vez para cada sequela. Implemente-o.
- c) O predicado *atores(+Subtítulo,-ListaAtores)* obtém, para um filme (subtítulo), uma lista com os nomes dos atores (sem personagens) que nele entraram. Implemente-o.
| ?- actores('Batman Forever',LA).
LA = ['Val Kilmer','Chris ODonnell','Jim Carrey']
- d) O predicado *manteve_ator(+Sequela,+Personagem)* sucede se a personagem dada foi representada sempre pelo mesmo ator em todos os filmes da sequela, identificada pelo seu título. Implemente-o. Nota: em caso omissio assume-se que foi o mesmo ator (por exemplo, a personagem *gandalf* manteve o mesmo ator nos três filmes).
- e) O predicado *mostra_sequela(+Sequela)* imprime no ecrã os dados relacionados com uma sequela, identificada pelo seu título, na forma exemplificada em baixo. Implemente-o.

```
The Lord of the Rings (fantasia)
  The Fellowship of the Ring (2001)
    aragorn: Viggo Mortensen
    frodo: Elijah Wood
  The Two Towers (2002)
    aragorn: Viggo Mortensen
    gandalf: Ian McKellen
  The Return of the King (2003)
    aragorn: Viggo Mortensen
    frodo: Elijah Wood
```

2. [4 valores] O governo de Pequena Utopia mantém registos da sua população em factos Prolog com os seguintes esquemas:

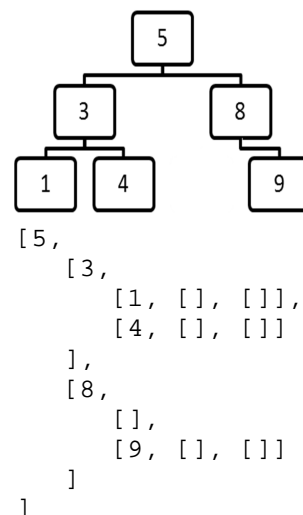
```
nascimento(IdPessoa, IdMãe, Data)
óbito(IdPessoa, Data)
casamento(IdConjuge1, IdConjuge2, Data)
divórcio(IdPessoa1, IdPessoa2, Data)
imigrou(IdPessoa, Data)
```

Os IDs de pessoa são números inteiros. O fundador de Pequena Utopia tem $Id = 1$, e foi um imigrante. Os imigrantes não têm registo de nascimento (um imigrante é uma pessoa que entrou no país para nele passar a residir). As datas são representadas por termos $data(Ano, Mês, Dia)$, e.g. $data(1852, 11, 27)$.

Nas questões que se seguem, deve implementar o predicado indicado.

- Calcule a **quantidade_de_registos_de_casamento(?N)** (número de factos).
- Identifique o **imigrante_mais_recente(?IdPessoa)** de Pequena Utopia.
- Calcule a **população_ativa(?N)**: quantidade de habitantes (vivos) com idade superior a 14 anos (na data de hoje). Em Pequena Utopia, como os imigrantes não têm registo de nascimento, convencionou-se, para efeitos estatísticos, que 50% são ativos, e 50% não.
- Determine o **pai(+IdPessoa, -IdPai)**, assumindo que o pai dum utopiano era o marido da mãe nove meses antes do nascimento.

3. [4 valores] Uma árvore binária de pesquisa é uma estrutura de dados em que cada nó tem como descendentes 2 (ou menos) subárvores. Cada nó guarda um valor X: valores inferiores a X estão na sua subárvore esquerda, e valores superiores a X estão na sua subárvore direita. Neste exercício, um nó é sempre representado por uma lista de 3 elementos: [Valor, SubÁrvoreEsquerda, SubÁrvoreDireita]. Caso um nó não tenha algum dos descendentes (e.g. o nó com valor 8 no exemplo seguinte), tal é representado com uma lista vazia. Uma árvore é representada pelo nó da sua raiz, uma vez que a partir dele é possível aceder a todos os nós da árvore. Uma árvore vazia é representada por uma lista vazia. Exemplo:



- Um novo nó é sempre inserido como uma folha da árvore. A inserção deve garantir que a árvore continua a ser uma árvore binária de pesquisa. Implemente o predicado **adiciona/3** que insira um valor numa árvore, retornando uma nova árvore contendo esse valor. Utilize e assinale um cut vermelho na sua implementação. Exemplos:

```
| ?- adiciona(6, [5, [3, [1, [], []], [4, [], []]], [8, [], [9, [], []]]], A).
A = [5, [3, [1, [], []], [4, [], []]], [8, [6, [], []], [9, [], []]]]
| ?- adiciona(5, [], A).
A = [5, [], []]
```

- Implemente o predicado **nega/2** que dada uma árvore binária de pesquisa A retorna a árvore binária de pesquisa B cujos elementos têm valor simétrico aos elementos de A. A árvore B tem de continuar a ser uma árvore binária de pesquisa. Exemplo:

```
| ?- nega([5, [3, [1, [], []], [4, [], []]], [8, [], [9, [], []]]], B).
B = [-5, [-8, [-9, [], []], []], [-3, [-4, [], []], [-1, [], []]]]
```

GRUPO II - Programação em Lógica com Restrições

4. [4 valores] Pretende-se fazer um gerador de puzzles de Sudoku válidos, com dimensão $N \times N$, isto é, puzzles semelhantes ao que se apresenta na figura (caso de 4×4). As regras para este puzzle são as seguintes:

1	2	3	4
3	4	1	2
2	1	4	3
4	3	2	1

- O número N é um quadrado perfeito.
- Cada linha não pode ter números repetidos.
- Cada coluna não pode ter números repetidos.
- Cada bloco (quadrado de 2×2 no caso do puzzle de 4×4 , que tem 4 blocos) não pode ter números repetidos.

- a) Considere que já tem os seguintes predicados:

getLine(+LineNumber,+Sudoku,-Line): obtém a linha *Line* (uma lista) número *LineNumber* do *Sudoku*.

getColumn(+ColumnNumber,+Sudoku,-Column): obtém a coluna *Column* (uma lista) número *ColumnNumber* do *Sudoku*.

getBlock(+BlockNumber,+N,+Sudoku,-Block): obtém o bloco *Block* (uma lista de linhas que são listas) de índice *BlockNumber* do *Sudoku* de dimensão $N \times N$.

Implemente um predicado para gerar puzzles válidos com dimensão $N \times N$. Exemplo:

```
| ?- sudoku(4,S).
S = [[1,2,3,4],[3,4,1,2],[2,1,4,3],[4,3,2,1]] ? ;
S = [[1,2,3,4],[3,4,1,2],[4,1,2,3],[2,3,4,1]] ?
```

- b) Acrescente ao problema anterior a restrição adicional de existirem exatamente k 1s numa (e só numa) das diagonais principais do puzzle, onde $k = \sqrt{N}$ (ver figura). Considere que já tem os predicados para obter cada uma das diagonais: **getDiagonal1(+N,+Sudoku,-Diagonal)** e **getDiagonal2(+N,+Sudoku,-Diagonal)**, onde *Diagonal* é uma lista. Exemplo:

```
| ?- sudoku2(4,S).
S = [[1,2,3,4],[3,4,2,1],[4,3,1,2],[2,1,4,3]]
```

1	2	3	4
3	4	2	1
4	3	1	2
2	1	4	3

- c) Indique que *flag(s)* deverá(ão) ser passadas como argumento ao *labeling* tendo em vista maximizar a eficiência de execução para o problema da alínea b). Justifique a sua escolha.

5. [3 valores] Considere o problema de colorir um conjunto de N regiões. Cada cor é identificada por um inteiro diferente $\leq N$. É requerido que:

- Regiões adjacentes tenham cores diferentes;
- Exatamente 3 adjacências tenham cores das regiões adjacentes com valores pares;
- O custo total da atribuição das cores seja o mínimo possível, sendo que o custo de atribuir uma cor a uma região é igual a $N - \text{Cor} + 1$.

Implemente o predicado **regioes/3** que dados o número de regiões a colorir e uma lista de adjacências determine a cor de cada região. Exemplo:

1	3	6
2	4	8
5		9

```
| ?- regioes(9, [1-2, 1-3, 2-3, 2-4, 2-5, 3-4, 3-6, 4-5, 4-6,
4-7, 4-8, 5-8, 5-9, 6-7, 7-8, 8-9], Cores).
Cores = [9,8,7,6,9,8,9,8,7]
```