

Практикум на ЭВМ, 8 семестр 2020/2021 уч.г.
Задание 1. Краевая задача для ОДУ 2-го порядка

Вариант 2

Требуется численно решить задачу

$$\begin{aligned} -(k(x)u')' + p(x)u &= f(x) \quad u(0) = u'(1) = 0, \\ k(x) &= 1 + x, \quad p(x) = 2x^2. \end{aligned}$$

Основные этапы

1. Построение схемы методом Рунге с кусочно-линейным базисом на равномерной сетке $x_n = nh$, $0 \leq n \leq N$, $Nh = 1$.
2. Аппроксимация, устойчивость, сходямость.
3. Решение системы уравнений методом левой прогонки. Корректность метода.
4. Составление таблиц погрешностей $\|(u)_h - u_h\|$ для $N = 32, 64, 128$. При фиксированном N в качестве точного решения берутся функции $u_1(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$, $u_2(x) = \sin \frac{\pi(N-1)x}{2}$, $u_3(x) = x(1-x)^2$, для каждой из которых аналитически вычисляется правая часть $f(x)$ и по построенной схеме находится численное решение.