



AI WorkShop

金融データを扱った機械学習の演習

フィナンシャル機械学習 第5章 分数次差分を取った特徴量

2021/11/19

土田晃司

金融データを扱った機械学習の演習

フィナンシャル機械学習 第5章 分数次差分

目次

1. 定常性とメモリーのジレンマ
2. 整数次差分と分数次差分
3. 最大限メモリーを保持した定常性を得るための実装
4. 結論
5. 演習問題

1. 定常性とメモリーのジレンマ

- ▶ 時系列データの定常性：イールドの変化やボラティリティの変化などの不変のプロセスを扱う場合に、時間や位置によってその確率分布が変化しないという確率過程の性質を表します。
- ▶ 時系列データのメモリー：時系列の平均値を時間経過に従ってシフトさせる過去の水準の長期履歴を表します。

時系列データが非定常なのはメモリーが存在するためで、定常にするために差分を取るが、メモリーが消えてしまい予測の目的を損なってしまう。

非定常データを定常にするということをpythonを使ってグラフで確認する

2. 整数次差分と分数次差分

- ▶ 整数次差分：トレンドの存在する時系列データは非定常性であり、差分はトレンドが存在する場合にトレンドの影響を除去する目的に使用されます。差分の次数は、1次差分は線型トレンドを表し、2次差分は2次トレンドを表す、など時系列のトレンドは次数に対応しています。
- ▶ 分数次差分：差分の次数に分数を用いることで長期的な正負の系列相関を示す。ARIMA過程の一種を一般化したものです。時系列データにおいて1期先のデータと差分を取っていたものを、 $1/2$ 期先差分または 1.2 期先差分をとれるように拡張するイメージ。

差分は減衰傾向であることをグラフで確認する

3. 最大限メモリーを保持した定常性を 得るための実装

- ▶ 拡大ウィンドウ：時系列の分数次差分を取る。ウェイト損失をコントロールしない場合に、トレンドのみが示され、ウェイト損失をコントロールしても期待する結果が得られない。ウェイトの長さが変化する。
- ▶ 固定ウィンドウ：閾値を下回ったウェイト損失を無視するようにして、メモリー保持しながら定常的な値を取得する。ウェイトの長さが変化しない。

時系列データと各ウィンドを使って分数次差分を出力したグラフを確認する

4. 結論

- ▶ ほとんどの計量経済分析は2つのパラダイムのうちの1つに従っている
 1. リターンは定常だが、メモリーは失われている。
 2. 対数価格はメモリーを持つが、非定常である。

- ▶ この章で提案された、固定幅ウィンドウ分数次差分（FFD）はメモリーを保持したまま定常性得ることができる。整数次差分はどんな時系列データに対しても情報を削除しすぎていることを指摘しており、 $3/5$ 以下で差分を取ることで定常性は得られる。

5. 練習問題

- ▶ **IIDな（独立で同一分布に従う）ガウス過程に従う時系列を生成せよ。これはメモリーがなく、定常な時系列ある。**
 - 1. この時系列についてADF統計量を計算せよ。P値はいくつか。
 - 2. 観測地の累計を計算せよ。これはメモリーのない非定常系列である。
 - 1. この累計時系列は何次の和分か
 - 2. この時系列のADF統計量を計算せよ。P値はいくつか。
 - 3. この時系列の差分を2回取ろう。この過度に差分を取った時系列のP値はいくつか
- ▶ **正弦関数に従う時系列を生成せよ。**
 - 1. この時系列についてADF統計量を計算せよ。p値はいくつか。
 - 2. 全ての観測地を同じ正值だけシフトし、累計を計算せよ。これはメモリーを持つ非定常時系列である。
 - 1. この時系列のADF統計量を計算せよ。P値はいくつか。
 - 2. $T = 1 \times 10^{-2}$ として拡大ウィンドウ分数次差分を適用せよ。P値が5%を下回る最小性のdとしてどのような値が得られるだろうか
 - 3. $T = 1 \times 10^{-5}$ としてFFDを適用せよ。P値が5%を下回る最小のdとしてどのような値が得られるだろうか

5. 練習問題

▶ **練習問題5.2の時系列を用いよ。**

1. 時系列に正弦関数をフィッティングせよ。決定係数はいくつか。
2. FFD($d=1$)を提供し字いけ列に正弦関数をフィッティングせよ。決定係数はいくつか。
3. FFD(d)への正弦関数フィッティングの決定係数が最大になる d の値はいくつか。それはなぜか。

▶ **E-miniS&P 500先物のドルバーをの時系列を用いよ。いくつかの $d=[0,2]$ について巢にぺつと5.3のコードを持ちてfracDiff_FFDを計算せよ。何が得られるか。それはなぜか。**

▶ **E-miniS&P 500先物のドルバーをの時系列を用いよ。**

1. 対数価格の累計を取ることで新しい時系列を作成せよ
2. $T = 1 \text{ E-}5$ としてFFDを適用せよ。新しい寺家列が定常となる最小の $d = [0,2]$ を求めよ。
3. 分数次差分時系列と元の時系列の相関を計算せよ。
4. 元も時系列と分数次差分時系列に対してEngle[^]Grangerの共和分検定を行なってみよう。2つの時系列は共和分の関係にあるだろうか。
5. 分数次差分時系列についてJarque -Bera正規性検定を実施せよ。