

Tilastollinen päättely, syksy 2013 – kevät 2014
2. kurssikokeen uusinta 20. 3. 2014

Huom. Kokeessa saa käyttää laskinta mutta ei omia taulukoita!

1. Havaintoja vastaavat satunnaismuuttujat ovat $Y_1, \dots, Y_n \sim P(\mu) \perp$. Etsi parametrille μ yksiulotteinen tyhjentävä tunnusluku.
2. Tilastollinen malli on $f_Y(y; \theta)$, ja nollahypoteesin $H_0: \theta = \theta_0$ testaamiseen käytetään testisuuretta $t = t(y)$, jonka suurten arvojen tiedetään olevan kriittisiä H_0 :lle. Määrittele huolellisesti tähän liittyvä p-arvo eli havaittu merkitsevyystaso. Oletetaan, että on tehtävä päätös H_0 :n hyväksymisestä tai hylkäämisestä. Miten tällöin menetellään? Millaiset virhemahdollisuudet tässä päätöksenteossa on?
3. Diskreetin satunnaismuuttujan Y arvojoukko on $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ja sen jakauma riippuu parametrista θ , jolla on kolme mahdollista arvoa: 1, 2 ja 3. Vastaavat pistetodennäköisyydet on lueteltu alla.

y	0	1	2	3	4
$f_Y(y; 1)$.03	.02	.05	.80	.10
$f_Y(y; 2)$.05	.05	.80	.10	.00
$f_Y(y; 3)$.60	.38	.02	.00	.00

Halutaan testata hypoteesia $H_0: \theta = 1$ vastaan $H_1: \theta = 3$ merkitsevyystasolla 0.05. Ilmoita voimakkaimman testin kriittinen alue. Muodosta myös sen voimafunktio.

4. Toistokokeessa (onnistumistodennäköisyys θ) suoritetaan n toistoa ja havainnot ovat $Y_1, \dots, Y_n \sim B(\theta) \perp$. Parametrin θ suurimman uskottavuuden estimaattori on $\hat{\theta}$.
 - a) Mitä normaalijakaumaa $\hat{\theta}$ approksimatiivisesti noudattaa, kun n on suuri?
 - b) Toistojen lukumäärä on $n = 100$ ja onnistumisten lukumäärä $y_1 + \dots + y_n = 28$. Muodosta Waldin testiin (eli yo. normaaliapproksimaatioon) perustuva approksimatiivinen 95 %:n luottamusväli parametrille θ .

Muistin tueksi:

Jakauman $P(\mu)$ pistetodennäköisyydet ovat $f(y; \mu) = e^{-\mu} \mu^y / y!$, kun $y = 0, 1, 2, \dots$, ja odotusarvo sekä varianssi kumpikin μ .

Jos $Z \sim N(0, 1)$, niin $P(Z \geq 1.96) \approx 0.025$.