

KA7 Ekonometrian perusteet. I välikoe 10.3.2014. Vastaa viiteen kysymykseen.

1. Satunnaismuuttuja M kuvaa kahden harhattoman nopan silmälukujen summaa.
 - (a) Johda M :n pistetodennäköisyysfunktio ja kertymäfunktio. Piirrä kuvio näistä (luontevalla tarkkuudella).
 - (b) Mikä on M :n odotusarvo? Kuinka keskihajonta lasketaan? (Älä yritä laskea liian tarkasti ilman laskinta).
 - (c) Näyttääkö jakauma mielestäsi normaalijakaumalta? Voisiko jakauman todennäköisyyksien arviointiin käyttää normaali-jakauma-approksimaatiota?
2. Valtakunnallisen matematiikan kokeen tulokset on normeerattu niin, että ne noudattavat normaalijakaumaa, jonka odotusarvo on 500 ja keskihajonta on 100. Valmennuskurssiyrittäjä mainostaa kurssia jonka se väittää parantavan koetuloksia noin kolmasosan keskihajontaa eli 30 pistettä. Kuluttajaviraston tilastotieteilijä suhtautuu väitteeseen epäilevästi ja uskoo, ettei kurssilla ole vaikutusta. Tilastotieteilijä muotoilee tilanteen hypoteesipariksi $H_0 : \mu = 500$, $H_1 : \mu = 530$. Vastaa kysymyksiin käyttäen oheista normaalijakaumataulukkoa ja seuraavia tietoja: $500/50 = 10$, $500/49 \approx 10.20$, $500/7 \approx 71.42$, $100/49 \approx 2.04$, $100/7 \approx 14.29$, $500/2.04 \approx 245.1$, $500/14.29 \approx 34.98$, $20/2.04 \approx 9.8$, $20/14.29 \approx 1.40$, $1.645 \cdot 2.04 \approx 3.356$, $1.645 \cdot 14.29 \approx 23.5$, $1.96 \cdot 2.04 \approx 4.00$.
 - (a) Hahmottele kummankin hypoteesin mukaisten jakaumien tiheysfunktiot.
 - (b) Kuluttajavirasto päättää testata asiaa lähettämällä kurssille satunnaisesti valitut 50 oppilasta. Heistä yksi sairastuu ja vain 49 pääsee paikalle. Mikä on 49 oppilaan keskiarvon jakauma nollahypoteesin tilanteessa? Entä vaihtoehdoisen hypoteesin.
 - (c) 49 kurssille menneen opiskelijan koetulosten keskiarvo on 520. Antaako tulos tilastollista näyttöä nollahypoteesia vastaan? Mikä on nollahypoteesijakauman mukainen yksisuuntainen p -arvo, so. kuinka todennäköistä on että 49 opiskelijan ryhmä, jonka tulokset ovat jakautuneet nollahypoteesin mukaisesti saa keskiarvon 520 tai paremman?
 - (d) Mikä olisi 5 % merkitsevyystason kriittinen arvo?
3. Jos voidaan olettaa virhetermin homoskedastisuus, kahden selittäjän regressiomallissa ensimmäisen selittäjän kerroinestimaatin $\hat{\beta}_1$ otantajakauman asymptoottinen varianssi on $\sigma_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1 - \rho_{x_1, x_2}^2} \right] \frac{\sigma_u^2}{\sigma_{x_1}^2}$.
 - (a) Miten homoskedastisuus ja heteroskedastisuus määritellään ja mikä on niiden tulkinta?
 - (b) Anna esimerkki tutkimusasetelmasta, jossa homoskedastisuusoletus olisi luonteva ja asetelmasta jossa se ei ole.
 - (c) Hyödyntäen annettua varianssikaavaa, selitä mitkä tekijät vaikuttavat regressiokertoimien estimointitarkkuuteen.
4. Tutkimuksessa tutkittiin vanhempien ja lasten pituuden yhteyttä. Aineistona on 110 opiskelijan ja näiden vanhempien otos. Vanhempien pituusmuuttuja on normeerattu niin, että naisten ja miesten keskipituudet ovat samat. Tuloksena saatu regressiomalli oli seuraava: $\hat{\text{Opisk.pituus}} = \underset{(20.0)}{50.1} + \underset{(0.10)}{0.75} \times \text{Vanh.keskipit.}$ Suluissa olevat luvut ovat heteroskedastisuusrobusteja keskivirhe-estimaatteja.
 - (a) Poikkeako vanhempien keskipituuden kerroin tilastollisesti merkitsevästi nolasta? (Voit taas hyödyntää liitteenä olevaa normaalijakaumataulukkoa).
 - (b) Jos lasten pituus olisi keskimäärin sama kuin vanhempiensa, tästä seuraisi kaksi hypoteesia: yksi vakiota, toinen kulmakerrointa koskeva. Esitä vakiota koskeva hypoteesi ja testaa sitä.
 - (c) Esitä kulmakerrointa koskeva hypoteesi ja testaa sitä.
 - (d) Muodosta järkevänä pitämäsi luottamusväli kulmakerroinestimaatille ja tulkitse se. Käytä tarkkuutta johon kykenet ilman laskinta.
 - (e) Kerro kuinka hypoteeseja voisi testata yhtäaikaaisesti. Testiä ei tarvitse suorittaa.
 - (f) Vanhempien keskipituuden keskiarvo otoksessa oli 172 senttiä. Mikä oli opiskelijoiden keskipituus?
5. Kirjoita muutama lause kustakin seuraavista aiheista.
 - (a) Selitysasteen määrittelmä, tulkinta ja merkitys.
 - (b) Korrelaatiokerroin.
 - (c) Suurten lukujen laki keskiarvon tapauksessa.
 - (d) Estimaattorin otantajakauma.
 - (e) Ehdollinen jakauma.

6. Ohessa olevassa taulukossa on esitetty regressiomallien tuloksia. Selitettävänä muuttujana kaikissa on koetulos Kalifornian osavaltion laajuisissa testeissä. Selittävät muuttujat ovat luokkakoko *str*, ei englantia äidinkielenään puhuvien osuus *el.pct*, ateriatukea saavien osuus *meal.pct* ja toimeentulotukea saavien osuus *calw.pct*. Kaikki muuttujat on mitattu koulupiiritasolla.

(a) Millaisia malleja aineistoon on sovitettu?

(b) Tulkitse taulukon luvut riveittäin.

(c) Voidaanko pelkästään taulukon tietojen avulla sanoa jotakin mallinnuksen onnistumisesta?

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
(Intercept)	698.93*** (10.46)	686.03*** (8.81)	700.15*** (5.64)	698.00*** (7.01)	700.39*** (5.62)
<i>str</i>	-2.28*** (0.52)	-1.10** (0.44)	-1.00*** (0.27)	-1.31*** (0.34)	-1.01*** (0.27)
<i>el.pct</i>		-0.65*** (0.03)	-0.12*** (0.03)	-0.49*** (0.03)	-0.13*** (0.04)
<i>meal.pct</i>			-0.55*** (0.02)		-0.53*** (0.04)
<i>calw.pct</i>				-0.79*** (0.07)	-0.05 (0.06)
R ²	0.05	0.43	0.77	0.63	0.77
Adj. R ²	0.05	0.42	0.77	0.63	0.77
Num. obs.	420	420	420	420	420

*** $p < 0.001$, ** $p < 0.01$, * $p < 0.05$

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414