

## KA7. Ekonometrian johdantokurssi. Välikoe I, 26.2.2002.

1.

- Tarkastellaan funktiota  $h: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = x^2$ , ei-negatiivisten reaalilukujen  $\mathbb{R}_+$  määrittelyjoukosta reaalilukujen  $\mathbb{R}$  maalijoukkoon. Perustele, että se on todella **funktio** ja että se on **injektio** (eli myös kääntäen yksikäsitteinen kuvapisteidensä joukossa).
- Määrittele parametrin  $\theta$  estimaattorin  $t$  keskineliövirhe  $MSE(t)$  . tai tarkemmin  $MSE(t, \theta)$  - ao. parametrin estimaattorina.
- Mitä tarkoittaa, että muuttuja on mitattu intervalliasteikolla (välimatkaeroasteikolla)?

2. Regressiomallin kertoimien estimoinnin onnistuminen riippuu siitä, ovatko virhetermien avulla ilmaistut ns. **Gauss-Markov-ehdot** voimassa vai ei. Näitä ehtoja on neljä kappaletta GM1-GM4 ja ne koskevat virhetermin 1) odotusarvoa, 2) varianssia, 3) kovarianssia ja 4) riippuvuutta selittäjien kanssa. Kerro tarkemmin mistä on kysymys.

3 . Monte-Carlo-mentelmä yhden selittäjän regressiomallin (jolle GM1-GM4 pätevät) regressiokertoimen  $\theta$  estimoinnin havainnollistamisessa. Kerro tarkemmin mistä on kysymys.

4. Tarkastellaan 670 havainnon poikkileikkausaineistosta estimoitua ruokamenojen kulutusfunktiota ( $x$  = tulot, arvioidut keskvirheet suluissa).

$$y = 55.3 + 0.093x$$

(2.4) (0.052)

- Päättele 95% luottamusvälin avulla poikkeako regressiokerroin nolasta 5%:n riskitasolla.
- Testaa, onko regressiokerroin nolla vai positiivinen 5%:n riskitasolla. Poikkeako tulos a-kohdasta ja jos poikkeaa, niin miksi? Molemmissa tapauksissa hypoteesit on esitettävä täsmällisesti.

Taustatietoa: Normaalijakaumassa  $N(0,1)$  5 prosenttia todennäköisyysmassasta on pisteen -1.645 alapuolella ja 2.5 prosenttia pisteen 1.960 yläpuolella. Vastaavat luvut t-jakaumalle vapausasteella 60 ovat -1.671 ja 2.000.

## KA7. Ekonometrian johdantokurssi. II välikoe, kevät 2002.

### Yrjö Vartia

1. CobbDouglas-tuotantofunktio. Kuinka virhetermi liitetään siihen OLS:n soveltamista varten? Kerro kuinka se estimoidaan tilanteessa, jossa panosten skaalajousto on yksi.

2. Poisjätetyn, mutta tarpeellisen selittäjän vaikutus. Muistin virkistämiseksi annan seuraavan asiaan liittyvän yhtälön:

$$E[\text{Cov}(x_1, y) / \text{Var}(x_1)] = \beta_1 + \beta_2 E[\text{Cov}(x_1, x_2) / \text{Var}(x_1)]$$

3. Regressiomallissa  $y_t = \alpha + \beta(x_t) + u_t$  virhetermi noudattaa ensimmäisen asteen autokorrelaatioprosessia AR(1). Muokkaa yhtälö siten, että autokorrelaatio häviää virhetermistä. Tulkitse muokattu malli dynaamisena mallina (jossa esiintyy viivästettyjä selittäjiä).

4. Miksi lineaaristen taloudellisten simultaanimallien estimoinnissa tarvitaan yleensä PNS-menetelmästä poikkeavia menetelmiä? Tarkastele yksinkertaisen keynesiläisen kulutusfunktion ja taseidentiteetin muodostaman simultaanimallin parametrien estimointia ns. epäsuoralla PNS-menetelmällä (Indirect Least Squares, ILS).

## KA7. Ekonometrian johdantokurssi. II välikoe, 22.4.2003

### Yrjö Vartia

Vastaukset annetaan kokonaisuudessaan yhdellä kolmesta kielestä. Niitä kutakin on laajennettu tieteellisissä yhteyksissä samalla standardilla matematiikan ja logiikan kielellä.

1. Tarkastele ja vertaile mittausvirheiden vaikutusta yhden selittäjän regressiomallion kulmakertoimen estimoinnissa, kun mittausvirhettä on:

- a. selittävässä x-muuttujassa
- b. selitettävässä y-muuttujassa

2. Kuinka voidaan testata 5%:n riskitasolla sitä mahdollisuutta ("hypoteesia"), että regressiomalli

$$y_j = \alpha + \beta(x_j) + u_j$$

on väärinspesifioitu sillä tavalla, että y:n riippuvuus x:stä sisältää lisäksi x:n neliöjuuren? Gauss-Markov-ehtojen oletetaan olevan oikeassa paikassa voimassa. Tämä on vakavan ongelman, väärinspesifioinnin perustapaus.

3. Tarkastellaan 670 havainnon poikkileikkausaineistosta estimoitua ruokamenojen kulutusfunktiota ( $x$ =tulot, arvioidut keskivirheet suluissa).

$$y = 55.3 + 0.093x$$

(2.4) (0.052)

- a. *Poikkeaako* regressiokerroin nolasta 5%:n riskitasolla? Testaa tämä luottamusvälitekniikalla.
- b. Testaa, onko regressiokerroin *nolla vai positiivinen* 5%:n riskitasolla. Poikkeaako tulos a-kohdasta ja jos poikkeaa, niin miksi? Molemmissa tapauksissa hypoteesit on esitettävä täsmällisesti.

Taustatietoa: Normaali jakaumassa  $N(0,1)$  5 prosenttia todennäköisyysmassasta on pisteen -1.645 alapuolella ja 2.5 prosenttia pisteen 1.960 yläpuolella. Vastaavat luvut t-jakaumalle vapausasteella 60 ovat -1.671 ja 2.000.

4. Määrittele

- a. Keynesiläinen kulutusmalli (taseidentiteetillä) suljetulle taloudelle rakennemuodossa. (Keynes oli eräs kansantaloustieteen "suurista nimistä" ja tämä on ratkaisevan oleellinen osa makrotaloustiedettä.)
- b. Johda sen redusoitu muoto. Mihin sitä tarvitaan?
- c. Osoita ns. simultaaniharhan syntyminen. Siis se, että OLS rakennemuotoon sovellettuna on tarkentumaton ja harhainen sen keskeisen tärkeälle parametrille. (Haavelmo sai taloustieteen Nobelin tämän ilmiön paljastamisesta.)
- d. Kuinka kulutusfunktio estimoidaan tarkentuvasti ns. ILS-menetelmällä?

Kysymys on pitkä, koska siihen sisältyy koko ongelman hahmotus ja runsaasti ohjeita. Vastaus voi olla hyvin lyhyt ja ytimekäs. Muutama kaava ja joitakin oikein valittuja sanoja voi tuottaa täydet 6 pistettä. Tarpeettomat sanat eivät vähennä pisteitä, mutta virheelliset ja monimieliset väitteet (niistä poimin "ikävän tulkinnan") vähentävät.

## **KA7. Ekonometrian johdantokurssi. Loppukoe, 22.4.2003**

### **Yrjö Vartia**

Vastaukset annetaan kokonaisuudessaan yhdellä kolmesta kielestä. Niitä kutakin on laajennettu tieteellisissä yhteyksissä samalla standardilla matematiikan ja logiikan kielellä.

Tilastotieteen (mukaanluettuna sille välttämättömän matematiikan) peruskäsitteitä koskeva kysymys.

- a. Olkoon A ja B mielivaltaisia joukkoja ja  $f: A \rightarrow B$  funktio (kuvaus) A:lta B:lle. Esittele tämä matematiikan eräs tärkeimmistä käsitteistä, mitä muistat tai olet ymmärtänyt sen määritelmästä, jonka olet kohdannut lukuisia kertoja. Vain pari ehtoa tarvitaan. Olkoon nyt  $A = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  äärellinen

joukko väitelauseita (propositioita), jotka ovat joko tosia (1) tai epätosia (0). Onko lauseen totuusarvo  $T(p)$ , siis 1 tai 0 riippuen siitä, onko se tosi vai epätosi, funktio  $T:A \rightarrow R$ ,  $R$ =reaaliluvut? Vastaus perusteltava määritelmäsi mukaisesti. Totuusarvo on **Wittgensteinin** intrudusoima peruskäsite ja sillä logiikka palautuu matematiikkaan. Ei mikään pikkujuttu!

- b. Tarkastellaan kahta muuttujaa  $x$  ja  $y$  ja suurehkoa satunnaisotosta niiden arvopareista. Määrittele niiden kovarianssi ja kerro, mistä on kysymys ja miksi se on niin tärkeä suure (myös) ekonometriassa. **Dougherty** on erityisesti korostanut kovarianssin oleellista merkitystä läpi koko kirjansa.

2. Kuinka voidaan testata 5%:n riskitasolla sitä mahdollisuutta ("hypoteesia"), että regressiomalli

$$y_j = \alpha + \beta(x_j) + u_j$$

on väärinspesifioitu sillä tavalla, että  $y$ :n riippuvuus  $x$ :stä sisältää lisäksi  $x$ :n neliöjuuren? Gauss-Markov-ehtojen oletetaan olevan oikeassa paikassa voimassa. Tämä on vakavan ongelman, väärinspesifioinnin perustapaus.

3. Tarkastellaan 670 havainnon poikkileikkausaineistosta estimoitua ruokamenojen kulutusfunktiota ( $x$ =tulot, arvioidut keskivirheet suluissa).

$$y = 55.3 + 0.093x$$

(2.4) (0.052)

- a. *Poikkeako* regressiokerroin nolasta 5%:n riskitasolla? Testaa tämä luottamusväliteknikalla.  
b. Testaa, onko regressiokerroin *nolla vai positiivinen* 5%:n riskitasolla. Poikkeako tulos a-kohdasta ja jos poikkeaa, niin miksi? Molemmissa tapauksissa hypoteesit on esitettävä täsmällisesti.

Taustatietoa: Normaali jakaumassa  $N(0,1)$  5 prosenttia todennäköisyysmassasta on pisteen -1.645 alapuolella ja 2.5 prosenttia pisteen 1.960 yläpuolella. Vastaavat luvut  $t$ -jakaumalle vapausasteella 60 ovat -1.671 ja 2.000.

4. Määrittele

- a. Keynesiläinen kulutusmalli (taseidentiteetillä) suljetulle taloudelle rakennemuodossa. (Keynes oli eräs kansantaloustieteen "suurista nimistä" ja tämä on ratkaisevan oleellinen osa makrotaloustiedettä.)  
b. Johda sen redusoitu muoto. Mihin sitä tarvitaan?  
c. Osoita ns. simultaaniharhan syntyminen. Siis se, että OLS rakennemuotoon sovellettuna on tarkentumaton ja harhainen sen keskeisen tärkeälle parametrille. (Haavelmo sai taloustieteen Nobelin tämän ilmiön paljastamisesta.)  
d. Kuinka kulutusfunktio estimoidaan tarkentuvasti ns. ILS-menetelmällä?

Kysymys on pitkä, koska siihen sisältyy koko ongelman hahmotus ja runsaasti ohjeita. Vastaus voi olla hyvin lyhyt ja ytimekäs. Muutama kaava ja joitakin oikein valittuja sanoja voi tuottaa täydet 6 pistettä. Tarpeettomat sanat eivät vähennä pisteitä, mutta virheelliset ja monimieliset väitteet (niistä poimin "ikävän tulkinnan") vähentävät.