Matematiikan ja tilastotieteen laitos Matemaattisen analyysin kurssi Kurssikoe 2, 14.12.2012

- 1. Määritä funktion $f(x) = x^4 2x^3$ lokaalit ääriarvot, kuperuussuunnat ja käännepisteet.
- 2. Tutki funktion

$$f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$$

monotonisuutta eri väleillä. Mitä arvoja f saa välillä] $-\infty,1$ [? Entä välillä]1, ∞ [?

- 3. Määritä funktion $f(x) = |x^3| x^2$ suurin ja pienin arvo välillä [-1, 2].
- 4. Olkoon $f(x) = e^{-3x}$. Osoita väliarvolauseen avulla, että

$$f(y) - f(x) < 3(x - y),$$

kun x>y>0. Tutki, onko olemassa sellaista vakiota a, että epäyhtälö f(y)-f(x)< a(x-y) pätee aina kun $0\geq x>y$.