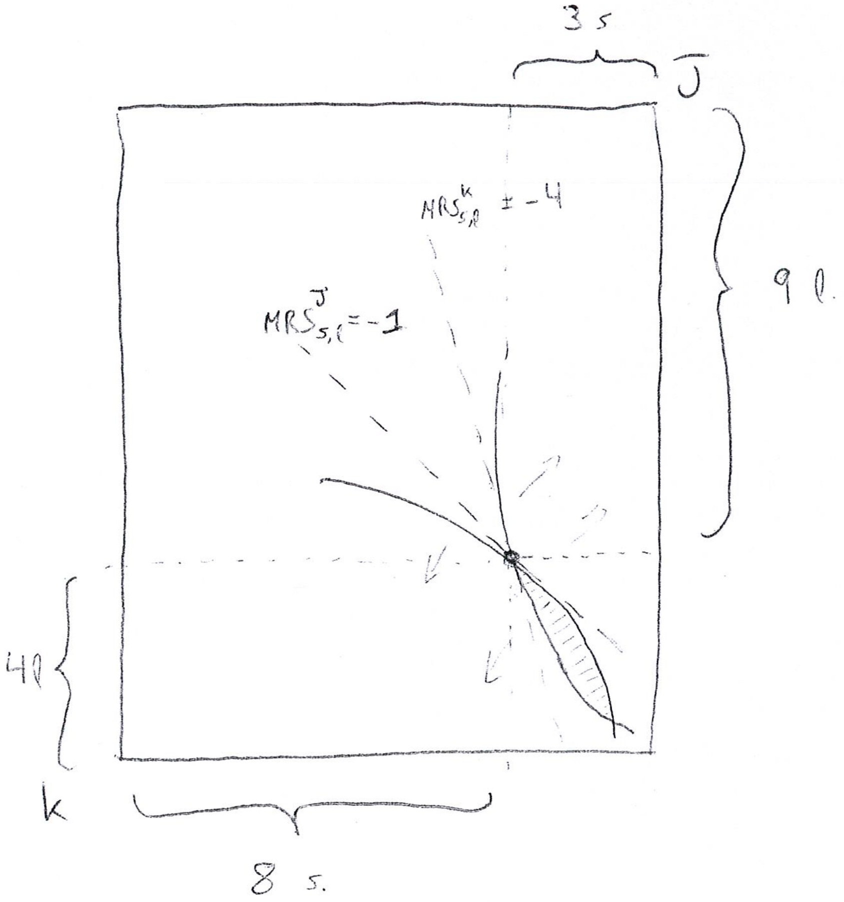
TA3a Harjoitus 6

Jorge Soria

1. a)



b) $MRS^J_{s,l} = -1 = \frac{\Delta l^J}{\Delta s^J} \Rightarrow -\Delta l^J = \Delta s^J$

Jaakko on valmis vaihtamaan jos suhde on 1:1

$MRS^k_{s,l} = -4 = \frac{\Delta l^k}{\Delta s^k} \Rightarrow -4\Delta s^k = \Delta l^k$

Kaisa valmis vaihtamaan jos saa ainakin 1 sämpylä jokaisesta 4:sta litrasta

Kaisa antaa limsaa ja Jaakko antaa sämpylöitä.

Loppupiste on siis oikealla ja alempana. Merkattu alueen pisteet ovat Kaisalle ja Jaakolle $\succsim$ (parempia tai ainakin yhtä hyviä).

2. Työvoiman kustannus:

$$w(x) = a + bx$$

$$TC(x) = ax + bx^2$$

$y = f(x)$ ja p annettuna (täyd. kilpailu)

a) $$\Pi(x) = p f(x) - ax - bx^2$$

$$\frac{d\Pi(x)}{dx} = p f'(x) - a - 2bx \overset{set}{=} 0$$

$$\Rightarrow \frac{p f'(x) - a}{2b} = x^*$$

$$\frac{d^2\Pi(x)}{dx^2} = p f''(x) - 2b,$$

jos $f''(x) < 0 \Rightarrow \frac{d^2\Pi}{dx} < 0$

b) $f'(x) = MP_x$

$p\,MP_x$ laskeva jos MP_x on neg.

Eli: $f'(x)$ negatiivinen mutta tämä tarkoittaisi, että $f(x)$ on laskeva... mikä ei ole kovin järkevä.

Jos lähdetään liikkelle siitä, että $f'(x) > 0$ $p\,MP_x$ voi olla laskeva jos

$$\frac{d(p\,MP_x)}{dx} < 0 \Rightarrow p\frac{d\,MP_x}{dx} < 0 \Rightarrow \frac{d\,MP_x}{dx} < 0 \Rightarrow \frac{d\,f'(x)}{dx} < 0 \Rightarrow f''(x) < 0$$

Ja täten meillä of $f(x)$ such that $f'(x) > 0$ ja $f''(x)$, toisin sanoen sillä on laskevat skaalatuotot (tuotantofunktio on konkaavi).

c) $f(x) = x \Rightarrow x^* = \frac{p f'(x) - a}{2b} = \frac{p-a}{2b}$

$$w(x^*) = a + bx^* = a + \frac{\cancel{b}(p-a)}{2\cancel{b}} = \frac{2a}{2} + \frac{p-a}{2}$$

$$w(x^*) = \frac{a+p}{2} \qquad = \frac{a+p}{2}$$

3. (ω_A^1, ω_A^2) ja (ω_B^1, ω_B^2)

$$x_i^1(p_1, p_2, m_i) = \frac{\alpha m_i}{p_1}, \quad i = A, B$$

$$x_i^2(p_1, p_2, m_i) = \frac{(1-\alpha) m_i}{p_2}, \quad i = A, B$$

a) $m_i = p_1 \omega_i^1 + p_2 \omega_i^2$.

Jokaisen tuotteen kohdalla nettokysyntä on:

$$e_i^1(p_1, p_2, \omega_i) = \frac{\alpha m_i}{p_1} - \omega_i^1 = \frac{\alpha(p_1 \omega_i^1 + p_2 \omega_i^2)}{p_1} - \omega_i^1$$

$$e_i^2(p_1, p_2, \omega_i) = \frac{(1-\alpha) m_i}{p_2} - \omega_i^2 = \frac{(1-\alpha)(p_1 \omega_i^1 + p_2 \omega_i^2)}{p_2} - \omega_i^2$$

$$Z^1 = e_A^1 + e_A^2 = \underbrace{\frac{\alpha(p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_A^2)}{p_1} - \omega_A^1}_{\text{paljon A kysyy 1}} + \underbrace{\frac{\alpha(p_1 \omega_B^1 + p_2 \omega_B^2)}{p_1} - \omega_B^1}_{\text{paljon B kysyy 1}}$$

$$z^2 = \frac{(1-\alpha)}{p_2}\left[p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_A^2 + p_1 \omega_B^1 + p_2 \omega_B^2\right] - \omega_A^2 - \omega_B^2$$

$$= \frac{(1-\alpha)}{p_2}\left[p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2)\right] - (\omega_A^2 + \omega_B^2)$$

$$= \frac{(1-\alpha) p_1}{p_2}(\omega_A^1 + \omega_B^1) \cancel{+} - \alpha(\omega_A^2 + \omega_B^2)$$

$\cdot \; Z^1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a\, p_2}{p_1}(w_A^2 + w_B^2) - (1-a)(w_A^1 + w_B^1) = 0$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{(1-a)}{a} \frac{(w_A^1 + w_B^1)}{(w_A^2 + w_B^2)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{1-a} \frac{w_A^2 + w_B^2}{w_A^1 + w_B^1}$$

, huom. hinnat ovat suhteellisia, voisimme normalisoida p_1 tai $p_2 = 1$.

c) $(w_A^1, w_A^2) = (50, 0)$

$(w_B^1, w_B^2) = (0, 100)$

milloin $p_1 > p_2$?

$$p_1 > p_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} > 1 \Rightarrow \frac{a}{1-a}\left(\frac{100}{50}\right) > 1 \Rightarrow \frac{a}{1-a} > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2a > 1-a \Rightarrow 3a > 1 \Rightarrow a > \frac{1}{3}$$

6.4

- Maksuhalukkuus hyvästä autosta 10000, huonosta autosta 7000.
- Harri myy hyviä autoja, Timo huonoja.
- Harrin kustannukset 8000, Timon 5000.

(a) Ostajan kannalta hyvän todennäköisyys on $\frac{1}{2}$ ja huonon todennäköisyys $\frac{1}{2}$. Ostaja on tällöin valmis maksamaan

$$P_r = \frac{1}{2}10000 + \frac{1}{2}7000 = 8500.$$

Harrin voitto autoa kohden maksimissaan $\pi_H = 8500 - 8000 = 500$. Hinta voisi asettua mihin vain välillä 8000-8500, voitto voi siis olla välillä 0-500. Timon voitto on maksimissaan $\pi_T = 8500 - 5000 = 3500$. Taas hinta voisi asettua mihin vain välillä 5000-8500 ja voitto voisi olla välillä 0-3500.

(b) Ajatellaan, että kuluttaja tulkitsee kaikki vakuutusta (tässä ennemminkin takuuta) tarjoavat autot hyviksi ja on siis valmis maksamaan vakuutetusta autosta 10000. Harrin kustannukset vakuutuksen kanssa ovat 8500 ja Timon 6500. Tarkastellaan tässä pelkästään maksimaalisia voittoja ja tehdään vertailu niiden perusteella. Harrin maksimaaliset voitot vakuutuksella ovat $\pi_H^V = 10000 - 8500 = 1500$. Harrin kannattaa siis tarjota vakuutusta. Mutta mitä tekee Timo? Jos Timo uskottelee autojensa olevan hyviä, hän saa myös 10000 per auto. Voitto vakuutuksen kanssa siis maksimissaan $\pi_T^V = 10000 - 6500 = 3500$. Jos Timo ei tarjoa vakuutusta (takuuta), ostajat tulkitsevat hänen autojensa olevan huonoja ja haluavat maksaa enintään 7000. Tällöin Timon voitto on $\pi_T^{\mathrm{Ei}\,V} = 7000 - 5000 = 2000 < \pi_T^V$. Timon kannattaa siis matkia Harria, joten erottautuminen ei onnistu.

5. $C_s = 5s^2 + (1-x)^2$

$C_k = k^2 + 2x$

$p_s = 10$, $p_k = 4$

a) $\Pi_s = p_s s - 5s^2 - (1-x)^2$

tietysti se asettaa $x = 1$

ja

$\Pi_s = 10s - 5s^2$

$\frac{d\Pi_s}{ds} = 10 = 10s \Rightarrow s = 1$

$\Pi_s = 10 \cdot 1 - 5 = 5$

kalastaja:

$\Pi_k = 4k - k^2 - 2$

$\frac{d\Pi_k}{dk} = 4 - 2k \Rightarrow k = 2$

$\Pi_k = 8 - 4 - 2 = 2$

b) $\Pi_{s+k} = 10s + 4k - 5s^2 - (1-x)^2 - k^2 - 2x$

$\frac{d\Pi_{s+k}}{ds} = 10 - 10s \Rightarrow s = 1$

$\frac{d\Pi_{s+k}}{dk} = 4 - 2k \Rightarrow k = 2$

$\frac{d\Pi_{s+k}}{dx} = +2(1-x) - 2 = 0 \Rightarrow$ $2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 0$

$\Pi_{s+k} = 10 + 8 - 5 - 1 - \cancel{4} = 8$ $> \Pi_s + \Pi_k$!

6 a) $\max_{x_1, x_2, G} \quad u_1(x_1, G) \quad \text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + G = \omega_1 + \omega_2 \\ u_2(x_2, G) = \bar{u}_2 \end{cases}$

jossa $\quad u_i(x_i, G) = x_i + v_i(G) \quad$ ja $\quad G = g_1 + g_2$

$\omega_1 + \omega_2 = x_1 + x_2 + G \Rightarrow x_1 = \omega_1 + \omega_2 - G - x_2 \quad (1)$

$\bar{u}_2 = x_2 + v_2(G) \Rightarrow x_2 = \bar{u}_2 - v_2(G) \quad (2)$

$(2) \rightarrow (1) \Rightarrow x_1 = \omega_1 + \omega_2 - G - \bar{u}_2 + v_2(G) \quad (3)$

$$\max_{x_1, x_2, G} u_1(x_1, G) = \max_{G} \underbrace{\omega_1 + \omega_2 - G - \bar{u}_2 + v_2(G)}_{= x_1} + v_1(G)$$

$$\Rightarrow \frac{du(G)}{dG} = -1 + v_2'(G) + v_1'(G) \overset{\text{set}}{=} 0 \Rightarrow 1 = v_1'(G) + v_2'(G)$$

b) $v_i(G) = a_i G^{1/2} \quad \Rightarrow v_i'(G) = \frac{a_i}{2} G^{-1/2}$

Optimi: $\quad 1 = v_1' + v_2'$

$$\Rightarrow 1 = \frac{a_1}{2} G^{-1/2} + \frac{a_2}{2} G^{-1/2} \Rightarrow 1 = \frac{(a_1 + a_2)}{2 G^{1/2}} \Rightarrow G^{1/2} = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$\Rightarrow \left[G^{1/2}\right]^2 = \left[\frac{a_1 + a_2}{2}\right]^2 \Rightarrow G^* = \frac{(a_1 + a_2)^2}{4}$$

huom! $(a_1 + a_2)^2 = a_1^2 + a_2^2 + \underline{\underline{2a_1a_2}}$

ei $a_1^2 + a_2^2$!!!