



1. Kukkarossa on 50 kolikkoa, joista yhdessä on molemmilla puolilla kruuna; kahdessa on molemmilla puolilla klaava; muut 47 kolikkoa ovat tavallisia (toisella puolella kruuna ja toisella klaava). Kukkarosta valitaan umpimähkään yksi kolikko.

- (a) Valittua kolikkoa heitetään yhden kerran. Millä todennäköisyydellä saadaan kruuna?  
(b) Valittua kolikkoa heitetään kuusi kertaa. Jokaisella heittokerralla saadaan kruuna. Mikä on todennäköisyys, että valituksi tullessa kolikossa on molemmilla puolilla kruuna?

2. Eräällä satunnaismuuttujalla  $X$  on jatkuva jakauma tiheysfunktiolla  $f$ ,

$$f(x) = \begin{cases} cx & \text{jos } 0 < x < 10, \\ 0 & \text{muuten.} \end{cases}$$

- (a) Määritä vakio  $c$ .  
(b) Laske  $X$ :n odotusarvo ja varianssi.  
(c) Laske  $P(X^2 < 16)$ .

3. Liftari tietää kokemuksensa perusteella keskimäärin 60 auton ajavan pysähtymättä ohi ennen kuin yksi pysähtyy. Kullakin kuljettajalla on keskenään sama todennäköisyys pysähtyä, ja he tekevät pysähtymispäätöksensä toisistaan riippumatta. Mikä on todennäköisyys, että jo ensimmäinen paikalle saapuva auto pysähtyy? Perustele ratkaisusi (esim. käyttämäsi jakauma) huolellisesti.

4. Satunnaismuuttujat  $X_1$ ,  $X_2$  ja  $X_3$  ovat riippumattomia ja  $N(0, 1)$ -jakautuneita. Merkitään

$$\bar{X} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3).$$

- (a) Mikä on  $\bar{X}$ :n jakauma?  
(b) Mikä on satunnaismuuttujan  $\bar{X} - X_1$  jakauma?  
(c) Laske  $P(-1 < \bar{X} < 1)$ .

Standardinormaali-jakauman kertymäfunktion  $\Phi$  arvoja;  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$

$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500000	0,503989	0,507978	0,511966	0,515953	0,519938	0,523922	0,527903	0,531881	0,535856
0,1	0,539828	0,543795	0,547758	0,551717	0,555670	0,559618	0,563560	0,567495	0,571424	0,575345
0,2	0,579260	0,583166	0,587064	0,590954	0,594835	0,598706	0,602568	0,606420	0,610261	0,614092
0,3	0,617911	0,621720	0,625516	0,629300	0,633072	0,636831	0,640576	0,644309	0,648027	0,651732
0,4	0,655422	0,659097	0,662757	0,666402	0,670031	0,673645	0,677242	0,680822	0,684386	0,687933
0,5	0,691462	0,694974	0,698468	0,702944	0,707402	0,711840	0,716260	0,720661	0,725043	0,729405
0,6	0,725747	0,729069	0,732371	0,735653	0,738914	0,742154	0,745373	0,748571	0,751748	0,754903
0,7	0,758036	0,761148	0,764238	0,767305	0,770350	0,773373	0,776373	0,779350	0,782305	0,785236
0,8	0,788145	0,791030	0,793892	0,796731	0,799546	0,802338	0,805106	0,807850	0,810570	0,813267
0,9	0,815940	0,818589	0,821214	0,823814	0,826391	0,828944	0,831472	0,833977	0,836457	0,838913
1,0	0,841345	0,843752	0,846136	0,848495	0,850830	0,853141	0,855428	0,857690	0,859929	0,862143
1,1	0,864334	0,866500	0,868643	0,870762	0,872857	0,874928	0,876976	0,879000	0,881000	0,882977
1,2	0,884930	0,886861	0,888768	0,890651	0,892512	0,894350	0,896165	0,897958	0,899727	0,901475
1,3	0,903200	0,904902	0,906582	0,908241	0,909877	0,911492	0,913085	0,914656	0,916207	0,917736
1,4	0,919243	0,920730	0,922196	0,923642	0,925066	0,926471	0,927855	0,929219	0,930563	0,931889
1,5	0,933193	0,934478	0,935744	0,936992	0,938220	0,939429	0,940620	0,941792	0,942947	0,944083
1,6	0,945201	0,946301	0,947384	0,948449	0,949497	0,950528	0,951543	0,952540	0,953521	0,954486
1,7	0,955434	0,956367	0,957284	0,958185	0,959070	0,959941	0,960796	0,961636	0,962462	0,963273
1,8	0,964070	0,964852	0,965620	0,966375	0,967116	0,967843	0,968557	0,969258	0,969946	0,970621
1,9	0,971283	0,971933	0,972571	0,973197	0,973810	0,974412	0,975002	0,975581	0,976148	0,976704
2,0	0,977250	0,977784	0,978308	0,978822	0,979325	0,979818	0,980301	0,980774	0,981237	0,981691