

Johdatus tilastolliseen päättelyyn, kurssikoe 6.5.2013

Saat käyttää käsinkirjoitettua lunttilappua (yksi A4-arkki).
Taulukkokirjan käyttö ei ole sallittua.

1. Olkoon parametrilla θ kaksi mahdollista arvoa: 1 tai 2. Havaintoja y_1, y_2, y_3 vastaavat satunnaismuuttujat Y_1, Y_2, Y_3 ovat riippumattomia ja niillä on diskreetti jakauma pistetodennäköisyyksillä $g(y; \theta) = P_\theta(Y_i = y)$, jossa

y	1	2	3	4	5
$g(y; 1)$	0.2	0.5	0.15	0.1	0.05
$g(y; 2)$	0.05	0.1	0.2	0.4	0.25

Kirjoita havaintoja

$$y_1 = 2, \quad y_2 = 4, \quad y_3 = 3$$

vastaava uskottavuusfunktio, ja määritä parametrin θ suurimman uskottavuuden estimaatti.

2. Viideltä astmaatikolta mitattiin uloshengityksen sekuntinopeus (litraa sekunnissa) ennen ja jälkeen keuhkoputkia laajentavan lääkkeen ottamista. Havainnot olivat seuraavat

i	1	2	3	4	5
Ennen	1.5	1.7	2.1	1.6	2.4
Jälkeen	1.7	1.9	2.2	1.9	2.4

Laske kaksisuuntainen 95 %:n luottamusväli mittausten populaatio-odotusarvojen erotukselle $\mu_2 - \mu_1$, jossa alaindeksi 2 tarkoittaa tilannetta lääkityksen jälkeen ja alaindeksi μ_1 tilannetta ennen lääkitystä. (Tee tarvittavat normaalijakautuneisuus-oletukset.)

3. Kun tutkittiin 200 satunnaisesti valittua kolmelapsista perhettä, havaittiin seuraava lasten sukupuolijakauma,

Tyttöjen lukumäärä	3	2	1	0
Poikien lukumäärä	0	1	2	3
Perheiden lukumäärä	18	81	75	26

Testaa merkitsevyystasolla $\alpha = 0.05$, onko aineisto sopusoinnussa sen oletuksen kanssa, että pojan syntymisen todennäköisyys on yhtä suuri kuin tytön syntymisen todennäköisyys. (Eri syntymät oletetaan keskenään riippumattomiksi.)

KÄÄNNÄ!

4. Olet estimoinut tietokoneen avulla lineaarisen mallin

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

parametrit käyttäen $n = 13$ havaintoa. Kulmakertoimen suurimman uskottavuuden estimaatti b ja sen keskivirhe ovat

$$b = 1.092, \quad \text{se}(b) = 0.170.$$

- a) Laske kulmakertoimelle β kaksisuuntainen 95 %:n luottamusväli.
- b) Hyväksytäänkö vai hylätäänkö nollahypoteesi, jonka mukaan $\beta = 1$, kun vastahypoteesi on kaksisuuntainen ja merkitsevyystaso on 0.05?
- c) Selosta, kuinka b-kohdan testin p -arvo lasketaan. Tähän tarvittavia taulukoita ei ole tehtäväpaperissa, vaan sinun pitää kertoa, minkä funktion arvojen avulla p -arvo saataisiin laskettua (tietokonetta tai taulukoita käyttämällä).

Taulukko 1: Standardinormaalijakauman $N(0, 1)$ yläkvantiileja z_u . Tässä $u = P(Z > z_u)$, kun $Z \sim N(0, 1)$.

0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1.645	1.960	2.326	2.576	3.090