

VEKTORIANALYYSI
TENTTI
KESÄKUU 2013

1. Olkoon $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ funktio

$$\text{a) } f(x, y) := (x + y)^2 - xy - x + y, \quad \text{b) } f(x, y) := 2y^3 - 2x^3 + 6x.$$

Määrä f :n lokaalit ääriarvokohdat.

2. Olkoon $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(2, 0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ funktio

$$f(x, y) := \frac{xy^2 + x^2 - 4}{(x - 2)^2 + y^4}.$$

Onko olemassa raja-arvoa

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (2, 0)} f(x, y)?$$

3. Laske integraali

$$\int_D f dx dy$$

kun $f : D \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x, y) := x^2y + y^3$ ja D on tasoalue

$$D := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid |(x, y)| < 1, x < 0, y < 0\}$$

4. Laske vektorikentän

$$F(x, y, z) := (3y^3 e^{-x^2 z^2}, -3x^3 \cos(yz), \cos(xy) \sin(yz))$$

roottorin vuo puolipallon kuoren S (normaalivektori ylöspäin) läpi,

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}.$$

5. Laske käyräintegraali

$$\int_{\gamma} 3z dx - 2y dy + x^2 dz,$$

kun γ on kolmesta janasta koostuva murtoviiva, jonka alkupiste on $(1, 1, 0)$, loppupiste on $(0, 0, 1)$ ja muut kärkipisteet ovat $(1, 1, 1)$ ja $(1, 0, 1)$.