



1. Tehtaalla on kaksi konetta A ja B, joilla valmistetaan samanlaisia ruuveja. A- ja B-koneiden valmistamat ruuvit sekoitetaan keskenään ja pakataan laatikoihin. Koska A-kone toimii hitaammin, niin laatikoihin tulee A- ja B-koneiden valmistamia ruuveja suhteessa 3:5. A-koneen valmistamista ruuveista 5 % on viallisia ja B-koneen valmistamista ruuveista 8 % on viallisia. Valitaan satunnaisesti laatikollinen ruuveja tutkittavaksi ja poimitaan valitusta laatikosta satunnaisesti yksi ruuvi tutkittavaksi.
 - (a) Mikä on todennäköisyys, että poimittu ruuvi on viallinen?
 - (b) Poimittu ruuvi osoittautuu vialliseksi. Mikä on todennäköisyys, että sen on valmistanut kone A?
2. Lähtiessään töihin herra K nousee työvuorobussiin sen lähtöpysäkiltä, josta bussit lähtevät 15 minuutin välein klo 7:00 alkaen klo 8:00 asti, siis 7:00, 7:15, 7:30, 7:45 ja 8:00.
 - (a) Herra K:n saapumisaika pysäkille on jakautunut tasaisesti välille 7:00–8:00. Laske todennäköisyys, että hän joutuu odottamaan bussin lähtöä
 - (i) vähemmän kuin 5 minuuttia,
 - (ii) enemmän kuin 10 minuuttia.
 - (b) Laske todennäköisyys, että herra K myöhästyy viimeisestäkin klo 8:00 lähtevästä bussista, kun oletetaan, että herra K:n saapumisaika pysäkille on normaalijakautunut odotusarvona klo 7:30 ja hajontana 15 minuuttia.
3. Olkoon $X \sim \text{Bin}(n, p)$. Osoita, että $E(X(X-1)) = n(n-1)p^2$. Johda tämän tuloksen avulla tuttu tulos $D^2X = npq$, missä $q = 1 - p$, kun tiedät, että $EX = np$.
4. (a) Määritä vakio $c \in \mathbb{R}$ siten, että funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x}, & \sqrt{e} < x < e, \\ 0, & \text{muulloin,} \end{cases}$$
on tiheysfunktio.
 - (b) Olkoon X satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on f . Määritä X :n kertymäfunktio F .
 - (c) Mikä on muunnoksen $Y = \ln X$ jakauma?
5. (a) Osoita, että luonnolliset luvut (ei-negatiiviset kokonaisluvut) $n_1, \dots, n_k \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}_+$, voidaan valita $\binom{n+k-1}{k-1}$ tavalla siten, että
$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = n, \quad n \in \mathbb{N}.$$
 - (b) Sijoittajalla on 20 000 euroa sijoitettavanaan neljään mahdolliseen sijoituskohteeseen. Hän tekee sijoitukset tuhansissa euroissa. Jos sijoittaja käyttää koko summan eli 20 000 euroa, niin kuinka monta erilaista sijoitusstrategiaa hänellä on? Entä jos koko summaa ei ole pakko käyttää, niin kuinka monta sijoitusstrategiaa hänellä silloin on?