VEKTORIANALYYSI / CALCULUS OF SEVERAL VARIABLES
2. välikoe / 2. exam
9.12.2013

1. Kun $a > 0$, merkintä $B(\bar{0}, a)$ tarkoittaa tason origokeskistä, a–säteistä kiekkoa. Olkoon $A = B(\bar{0}, 5) \setminus \bar{B}(\bar{0}, 2)$. Laske integraali
$$\iint_A (1-y)(x^2+y^2)^{3/2} dx\, dy.$$

2. Laske käyräintegraali $\int_\gamma F \cdot d\bar{s}$, kun F on vektorikenttä $F(x,y,z) = (y^2, y+z, 2-x)$ ja γ on kahdesta janasta koostuva murtoviiva, joka alkupiste on $(0,0,0)$, loppupiste on $(1,1,0)$ ja se kulkee pisteen $(1,1,1)$ kautta.

3. a) Onko mahdollista löytää vakiota $A \in \mathbb{R}$ siten, että vektorikentästä $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, missä
$$F(x,y) := (y^2 - y \sin x, Axy + \cos x)$$
tulee eksakti. Jos vastaus on myönteinen, määrää F:n jokin potentiaali.
b) Samoin, kun $F(x,y) := (y^2 - xe^y, Axy + e^x)$

4. Olkoon
$$G := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 < x_3 < 5 \,,\; x_1^2 + x_2^2 < 9\}.$$
Määritä vektorikentän $F(x_1, x_2, x_3) := (x_1 + \sin x_2, x_2 - \sin x_3, x_3^2)$ vuo ulospäin reunan ∂G läpi. (Gauss)

****

1. For $a > 0$, we denote by $B(\bar{0}, a)$ the disc with center at the origin and radius a. Let $A = B(\bar{0}, 5) \setminus \bar{B}(\bar{0}, 2)$. Calculate the integral
$$\iint_A (1-y)(x^2+y^2)^{3/2} dx\, dy.$$

2. Calculate the path integral $\int_\gamma F \cdot d\bar{s}$, when F is the vector field $F(x,y,z) = (y^2, y+z, 2-x)$ and γ consists of two straight line segments starting from $(0,0,0)$, ending at $(1,1,0)$ and running through the point $(1,1,1)$.

3. a) Is it possible to find a constant $A \in \mathbb{R}$ such that the vector field $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ with
$$F(x,y) := (y^2 - y \sin x, Axy + \cos x)$$
becomes exact? In the case the answer is affirmative, find a potential for F.
b) The same for $F(x,y) := (y^2 - xe^y, Axy + e^x)$

4. Let
$$G := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 < x_3 < 5 \,,\; x_1^2 + x_2^2 < 9\}.$$
Calculate the outward flux of the vector field $F(x_1, x_2, x_3) := (x_1 + \sin x_2, x_2 - \sin x_3, x_3^2)$ through the boundary ∂G. (Gauss)