

Matemaatiikan ja tilastotieteen laitos

Matemaattinen analyysi

1. Välikoe

31.10.2005

1. Laske raja arvo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^6} - 1}{x^6}$

2. Olkoon $a_n = \frac{3^n}{n^3}$ ($n \in \mathbb{N}$). Laske $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ ja selvitä, miten tätä raja-arvoa voidaan käyttää

tutkittaessa sarjan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ suppenemista.

3. Millä x :n arvoilla sarja $\sum_{n=0}^{\infty} (3x-2)^k$ suppenee ja mikä on tällöin sen summa?

4. Funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ toteuttaa ehdot

(1) $f(x) = x^2 + |x| + a$, kun $x \leq -1$

(2) $x + 2 \leq f(x) \leq 2x + 3$, kun $x > -1$

Tutki, millä a :n arvoilla f on jatkuva pisteessä $x_0 = -1$.