Matematiikan ja tilastotieteen laitos Johdatus todennäköisyyslaskentaan Erilliskoe 20.3.2014

Sallitut apuvälineet: Laskin, MAOL-taulukkokirja.

- 1. Pimeässä komerossa on kaksi erilaista lapasparia (kahden eri henkilön lapaset). Ulos lähdettäessä toinen henkilö ottaa umpimähkään kaksi lapasta, ja toinen ottaa jäljelle jääneet lapaset. Laske todennäköisyys, että
- (a) kumpikin saa omat lapasensa,
- (b) kumpikin saa lapasparin (samaa paria olevat lapaset),
- (c) kumpikin saa yhden vasemman ja yhden oikean käden lapasen.
- **2.** Satunnaismuuttujalla X on kertymäfunktio F,

$$F(x) = \begin{cases} 1 - x^{-2}, & \text{kun } x > 1, \\ 0 & \text{muualla.} \end{cases}$$

Laske

- (a) P(0.5 < X < 3),
- (b) E(X),
- (c) X:n mediaani eli sellainen luku m, että $P(X \leq m) = \frac{1}{2}$.
- **3.** Henkilöt A ja B heittävät kolikkoa vuorotellen. A aloittaa. Se, joka ensimmäisenä heittää kruunan, voittaa pelin. Mikä on todennäköisyys, että A voittaa?
- 4. Kolmen bussin saapumisajat pysäkille ovat riippumattomat ja tasajakautuneet välillä (0,10) minuuttia. Olkoon X se hetki, jolloin viimeinen busseista saapuu. Laske
- (a) $P(X \le 5)$,
- (b) E(X),
- (c) X:n mediaani eli sellainen luku m, että $P(X \leq m) = \frac{1}{2}$.
- 5. Pussissa on kolme noppaa: kaksi 6-sivuista (numeroin $1, \ldots, 6$) ja yksi 10-sivuinen (numeroin $1, \ldots, 10$). Pussista poimitaan umpimähkään yksi noppa, ja sitä heitetään kaksi kertaa.
- (a) Mikä on todennäköisyys, että heittotulosten summa on 2?
- (b) Jos heittotulosten summa on 2, mikä on todennäköisyys, että poimittiin 10-sivuinen noppa?