Harjoitus 5 tehtävä 1

~~Mikrotalousteoria~~

~~Harj. 7.~~

1.

Yrityksen tuotantofunktio:

$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$, missä x_1 = työvoima, x_2 = pääoma.

Panosten yksikkökustannukset w_1 ja w_2.

a) Lyhyellä aikavälillä x_2 kiinteä.

$\Rightarrow$ Tuotoksen y tuottamiseen tarvittava määrä

työvoimaa toteuttaa: $x_1^a x_2^b = y \Leftrightarrow$

$x_1 = \left(\frac{y}{x_2^b}\right)^{\frac{1}{a}}$ $\Rightarrow$ rahaa tuotoksen y tuottamiseen

kuluu: $w_1 x_1 + w_2 x_2 = w_1 \left(\frac{y}{x_2^b}\right)^{\frac{1}{a}} + w_2 x_2$

$\Rightarrow$ Yrityksen lyhyen aikavälin kustannusfunktio

on siis: $c_s(w_1, w_2, y; x_2) = w_1 \left(\frac{y}{x_2^b}\right)^{\frac{1}{a}} + w_2 x_2$.

(1)

b) Nyt tuotantomäärästä riippumattomat, kiinteät kustannukset ovat $F = w_2 x_2$ ja keskimääräiset kiinteät kustannukset siis:

$AC_F(y) = \frac{F}{y} = \frac{w_2 x_2}{y}$. Tuotetusta määrästä riippuvat eli muuttuvat kustannukset ovat: $C_V(y) = w_1 \frac{y^{\frac{1}{a}}}{x_2^{b/a}}$

ja keskimääräiset muuttuvat kustannukset:

$$AC_V(y) = \frac{C_V(y)}{y} = \underline{\underline{w_1 \frac{y^{\frac{1-a}{a}}}{x_2^{b/a}}}}$$

5.2 Yrityksen lyhyen aikavälin kustannusfunktio on

$$c\left(y\right) = 200 + 55y.$$

(a) Mikä on yrityksen kiinteä kustannus? Vastaus: 200

(b) Mikä on yrityksen muuttuva kustannus? Vastaus: 55y

(c) Mikä on keskikustannus? Vastaus: $\frac{200}{y} + 55$

(d) Mikä on muuttuva keskikustannus, jos yritys tuottaa 100000 yksikköä? Vastaus: 55

4.

a) Jokainen yritys ottaa lopputuotteen hinnan annettuna ⇒ Yrityksen i voitot hinnalla $p \in \mathbb{R}_+$: $\pi(y_i) = py_i - c(y_i) = py_i - y_i^2$.

Derivaatan 0-kohdat:

$\pi'(y_i) = p - 2y_i = 0 \Leftrightarrow y_i = \frac{1}{2}p$

Tämä tulos maksimoi voitot, koska $\pi''(y_i) = -2 < 0$.

⇒ Hinnalla p yritys tarjoaa siis määrän $\frac{1}{2}p$ ⇒ Yrityksen i tarjontakäyrä on muotoa $S_i(p) = \frac{1}{2}p$.

b) Toimialan tarjonta on yksittäisten yritysten tarjontojen summa:

$$S(p) = \sum_{i=1}^{100} S_i(p) = \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{2}p = 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot p = 50p.$$

c) Markkinatasapainossa $S(p^*) = D(p^*)$

$\Leftrightarrow 50p^* = 200 - 50p^* \Leftrightarrow 100p^* = 200 \Leftrightarrow p^* = 2$

→ Tasapainomäärä: $D(2) = S(2) = 50 \cdot 2 = 100$.

~~5.~~

a) Markkinoille tulee uusia yrityksiä, jos siellä on mahdollista ansaita positiivisia voittoja. Tarkastetaan:

$$S_i(2) = \tfrac{1}{2}\cdot 2 = 1 = y_i^* \Rightarrow \pi(1) = \overset{p^*}{2}\cdot \overset{y_i}{1} - \overset{y_i^2}{1^2} = 1 > 0$$

$\Rightarrow$ Toimialalle tulee uusia yrityksiä.

b) Olkoon k toimiluvan hinta. Muilla markkinoilla yrittäjä voi ansaita 0-voiton. $\Rightarrow$ Toimiluvan ostaminen kannattaa $\Leftrightarrow$ $\underbrace{\pi(1)}_{\text{nettovoitot toimiluvallisella markkinalla}} - k \geq \underbrace{0}_{\text{voitot muualla}}$

$\Leftrightarrow 1 - k \geq 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{k \leq 1}}$

c) Nyt markkinoiden tarjonta muotoa:

$$S(p) = \sum_{i=1}^{300} S_i(p) = \sum_{i=1}^{300} \tfrac{1}{2}p = 150p.$$ Kysyntä edelleen $D(p) = 200 - 50p$. Markkinahinta p^* toteuttaa:

$$S(p^*) = D(p^*) \Leftrightarrow 150p^* = 200 - 50p^* \Leftrightarrow 200p^* = 200$$

$\Leftrightarrow p = 1 \Rightarrow$ Yrityksen i tarjonta tällöin: $S_i(1) = \frac{1}{2}$

ja voitot: $\pi(\tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{2} - (\tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{1}{4}$

$\Rightarrow$ Yrittäjä valmis ostamaan toimiluvan hinnoilla $k \leq \frac{1}{4}$ ja toimiluvan haltija valmis myymään sen hinnoilla $k \geq \frac{1}{4}$ $\Rightarrow$ toimiluvan markkinahinnaksi tulee siis $k = \frac{1}{4}$.

5.5 Yrityksen kustannukset

$$c_R(y_R) = 2y_R^2 + 4 \text{ ja } c_K(y_K) = 6y_K + 8.$$

Tuotteen kysyntä $p(y) = 88 - 4y$ ja $y = y_R + y_K$.

(a) Maksimoitava funktio

$$\begin{aligned}\pi(y) &= p(y)y - c(y) \\ &= p(y_R + y_K) \cdot (y_R + y_K) - c_R(y_R) - c_K(y_K) \\ &= (88 - 4(y_R + y_K)) \cdot (y_R + y_K) - 2y_R^2 - 4 - 6y_K - 8\end{aligned}$$

(b) Tehtaiden tuotanto ratkeaa yhtälöistä $MC_R = MR_R$ ja $MC_K = MR_K$. $MR_R = \frac{\partial}{\partial y_R}(88 - 4(y_R + y_K)) \cdot (y_R + y_K) = 88 - 8(y_R + y_K)$, $MR_K = 88 - 8(y_R + y_K)$, $MC_R = 4y_R$ ja $MC_K = 6$, joten

$$88 - 8(y_R + y_K) = 4y_R \text{ ja } 88 - 8(y_R + y_K) = 6.$$

Tämän yhtälöryhmän ratkaisu on $y_R = \frac{6}{4}$ ja $y_K = \frac{35}{4}$.

(c) Kokonaistuotanto $y = y_R + y_K = \frac{6}{4} + \frac{35}{4} = \frac{41}{4}$ ja hinta $p(y) = 88 - 4y$, joten $p(\frac{41}{4}) = 88 - 41 = 47$.

5.6 Monopolin kustannusfunktio $c(y) = \frac{1}{2}ay^2 + F$, jossa $a > 0$. Markkinakysyntä $p(y) = A - y$.

(a) Täydellisen kilpailun markkinoiden hinta p määrää tuotetun määrän ehdon $MC = p$ mukaan. Eli yrityksen tarjonta on

$$y = \frac{p}{a}$$

Markkinatasapainossa markkinakysyntä ja -tarjonta ovat yhtä suuret. Eli tasapainossa $A - p^* = \frac{p^*}{a}$, mistä saadaan

$$p^* = \frac{aA}{1 + a}$$

joten $y^* = A\frac{1}{1+a}$.

(b) Monopoli maksimoi voittonsa eli tuottaa ehdon $MC = MR$ mukaisesti:

$$MR = \frac{\partial}{\partial y}(Ay - y^2) = A - 2y,$$

joten $A - 2y = ay \Rightarrow y^{**} = A\frac{1}{2+a}$. Nähdään,että $p^{**} = p(y^{**}) = A - y^{**} = A\frac{1+a}{2+a}$. Rajakustannus $MC = ay^{**} = A\frac{a}{2+a}$.