

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Loppukoe, 11.8.2016

1. Laske osamurtokehityksen avulla kaikki välivaiheet esittäen integraali

$$\int \frac{2x+1}{x^2-x} dx.$$

2. Laske tasointegraali $\int \int_A x dx dy$, kun A on kolmio, jonka kärjet ovat origo, $(2, 0)$ ja $(1, 1)$.
3. Tarkastellaan funktiota $f(x, y) = 5x^2y^4 + xy$.
- (a) Laske f :n osittaisderivaatat.
 - (b) Muodosta f :n kokonaisdifferentiaali pisteessä $(1, 1)$.
 - (c) Mihin suuntaan f kasvaa nopeimmin pisteessä $(1, 1)$?
4. Osoita, että funktio

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + x$$

on vahvasti konvekksi \mathbb{R}^3 :ssa. Määritä f :n pienin arvo.

5. Määritä Lagrangen menetelmällä funktion $f(x, y) = x - y$ suurin ja pienin arvo ellipsillä

$$E = \{(x, y) : 7x^2 + 3y^2 = 10\}.$$