

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin jatkokurssi  
Kurssikoe 1, 16.3.2016

1. (a) Laske osamurtokehityksen avulla integraali

$$\int \frac{1}{x^3 + x^2} dx.$$

- (b) Osoita integraali  $\int_1^{\infty} x e^{-x} dx$  suppenevaksi ja laske sen arvo.

2. Laske käyrien  $y = x^2$  ja  $y = x^3$  väliin jäävän rajoitetun tasoalueen  $A$  pinta-ala ja sen kappaleen tilavuus, joka syntyy  $A$ :n pyöräyttäessä  $x$ -akselin ympäri.

3. Olkoon  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ . Määritä  $A$ :n keskiö

$$\frac{1}{a(A)} \left( \int \int_A x dx dy, \int \int_A y dx dy \right).$$

4. (a) Tetraedrin  $V$  kärjet ovat origo ja pisteet  $(2, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$ ,  $(0, 0, 2)$ .  
Laske funktion  $f(x, y, z) = x$  avaruusintegraali yli  $V$ :n. (4p)

- (b) Osoita, ettei funktiolla

$$f(x, y) = \frac{xye^x}{x^2 + y^2}$$

ole raja-arvoa origossa. (2p)