

1. Olkoot A sekä B_1 ja B_2 sellaisia todennäköisyysavaruuden (Ω, \mathcal{F}, P) tapahtumia, että $A \perp B_i$, $i = 1, 2$. Osoita, että jos $B_1 \cap B_2 = \emptyset$, niin $A \perp (B_1 \cup B_2)$.
2. Kukkarossa on 65 kolikkoa, joista yhdessä on molemmilla puolilla kruuna. Muut kolikot ovat tavallisia, joissa toisella puolella on kruuna ja toisella klaava. Kukkarosta valitaan umpimähkään yksi kolikko ja aletaan heittää sitä. Jos kuudessa ensimmäisessä heitossa jokaisen heiton tulos on ollut kruuna, niin mikä on todennäköisyys, että valituksi tullut kolikko on se, jossa on kruuna molemmilla puolilla?
3. Eräälle tilastotieteen kurssille ilmaantuvien henkilöiden lukumäärä noudattaa Poisson-jakumaa odotusarvonaan 50. Luentosalissa on 60 paikkaa. Laske normaaliapproksimaatiolla todennäköisyys, että kurssille tulijoita on enemmän kuin 60 ja luentosali joudutaan vaihtamaan suurempaan. *Muistutus:* Jos $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, niin $EX = D^2X = \lambda$.
4. (a) Määritä vakio $c \in \mathbb{R}$ siten, että funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} c|x|, & -2 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{muulloin,} \end{cases}$$

määrittelee tiheysfunktion.

- (b) Olkoon X satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on f . Määritä X :n kertymäfunktio F .
 - (c) Laske $P(X^2 > 2)$.
5. Tutkitaan 60 henkilön ryhmää, jossa tupakoivien ja tupakoimattomien sekä keuhkosityöpää sairastavien ja sairastamattomien lukumäärät on esitetty seuraavassa taulukossa:

	Ei tupakoi	Tupakoi	Yhteensä
Ei keuhkosityöpää	40	10	50
On keuhkosityöpä	7	3	10
Yhtensä	47	13	60

Valitaan ryhmästä satunnaisesti yksi henkilö. Tutkitaan kahta satunnaismuuttujaa S ja T , joilla

$$S = \begin{cases} 1, & \text{jos valitulla henkilöllä on keuhkosityöpä,} \\ 0, & \text{jos valitulla henkilöllä ei ole keuhkosityöpää,} \end{cases}$$

ja

$$T = \begin{cases} 1, & \text{jos valittu henkilö tupakoi,} \\ 0, & \text{jos valittu henkilö ei tupakoi.} \end{cases}$$

- (a) Määritä S :n ja T :n yhteisjakauma ja reunajakaumat. (Tee taulukko!)
- (b) Tutki, ovatko satunnaismuuttujat S ja T riippumattomia.
- (c) Laske $\text{Corr}(S, T)$.