

VEKTORIANALYYSI

2. välikoe (korvaava koe)

14.12.2012 klo 13-15

1. Olkoon D tason osajoukko $B(0, 4) \setminus \bar{B}(0, 2)$, missä $B(0, \rho)$ on origokeskinen, ρ -säteinen kiekko. Laske integraali

$$\int_D (x_1^2 + x_2^2)(3 + x_1) dx_1 dx_2.$$

2. Laske integraali

$$\int_G (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2} dx_1 dx_2 dx_3,$$

kun G on \mathbb{R}^3 :n yksikköpallon ja ylemmän puoliavaruuden $\{x = (x_1, x_2, x_3) \mid x_3 \geq 0\}$ leikkaus.

3. Olkoon $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vektorikenttä $F(x, y) = (y^3 + e^{3x}, e^{-4y} - x^3)$. Laske kentän F käyräintegraali

$$\int_{\partial D} F \cdot d\bar{s},$$

käyttäen Greenin kaavaa, kun D on kiekon $B(\bar{0}, 5)$ ja ylemmän puolitason leikkaus.

4. Olkoon

$$G := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -3 < z < 2, x^2 + y^2 < 4\}.$$

Määritä vektorikentän $F(x, y, z) := (x, 2y, z^3)$ kokonaisvuo ulospäin reunan ∂G läpi.