

## VEKTORIANALYYSI / CALCULUS OF SEVERAL VARIABLES

2. välikoe / 2. exam

9.12.2013

1. Kun  $a > 0$ , merkintä  $B(\bar{0}, a)$  tarkoittaa tason origokeskistä,  $a$ -säteistä kiekkoa. Olkoon  $A = B(\bar{0}, 5) \setminus \bar{B}(\bar{0}, 2)$ . Laske integraali

$$\iint_A (1-y)(x^2+y^2)^{3/2} dx dy.$$

2. Laske käyräintegraali  $\int_{\gamma} F \cdot d\vec{s}$ , kun  $F$  on vektorikenttä  $F(x, y, z) = (y^2, y+z, 2-x)$  ja  $\gamma$  on kahdesta janasta koostuva murtoviiva, joka alkupiste on  $(0, 0, 0)$ , loppupiste on  $(1, 1, 0)$  ja se kulkee pisteen  $(1, 1, 1)$  kautta.

3. a) Onko mahdollista löytää vakiota  $A \in \mathbb{R}$  siten, että vektorikentästä  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , missä

$$F(x, y) := (y^2 - y \sin x, Axy + \cos x)$$

tulee eksakti. Jos vastaus on myönteinen, määrää  $F$ :n jokin potentiaali.

b) Samoin, kun  $F(x, y) := (y^2 - xe^y, Axy + e^x)$

4. Olkoon

$$G := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 < x_3 < 5, x_1^2 + x_2^2 < 9\}.$$

Määritä vektorikentän  $F(x_1, x_2, x_3) := (x_1 + \sin x_2, x_2 - \sin x_3, x_3^2)$  vuo ulospäin reunan  $\partial G$  läpi. (Gauss)

\*\*\*\*\*

1. For  $a > 0$ , we denote by  $B(\bar{0}, a)$  the disc with center at the origin and radius  $a$ . Let  $A = B(\bar{0}, 5) \setminus \bar{B}(\bar{0}, 2)$ . Calculate the integral

$$\iint_A (1-y)(x^2+y^2)^{3/2} dx dy.$$

2. Calculate the path integral  $\int_{\gamma} F \cdot d\vec{s}$ , when  $F$  is the vector field  $F(x, y, z) = (y^2, y+z, 2-x)$  and  $\gamma$  consists of two straight line segments starting from  $(0, 0, 0)$ , ending at  $(1, 1, 0)$  and running through the point  $(1, 1, 1)$ .

3. a) Is it possible to find a constant  $A \in \mathbb{R}$  such that the vector field  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  with

$$F(x, y) := (y^2 - y \sin x, Axy + \cos x)$$

becomes exact? In the case the answer is affirmative, find a potential for  $F$ .

b) The same for  $F(x, y) := (y^2 - xe^y, Axy + e^x)$

4. Let

$$G := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 < x_3 < 5, x_1^2 + x_2^2 < 9\}.$$

Calculate the outward flux of the vector field  $F(x_1, x_2, x_3) := (x_1 + \sin x_2, x_2 - \sin x_3, x_3^2)$  through the boundary  $\partial G$ . (Gauss)

---