

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Kurssikoe 2, 10.12.2015

1. (a) Määritä polynomin $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ suurin ja pienin arvo välillä $[-2, 2]$. (4p)
(b) Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{23} - 1}{x^{2,3} - 1}$. (2p)
2. Tarkastellaan funktiota $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - x^{\frac{2}{3}}$.
(a) Missä pisteessä f ei ole derivoituva? Perustele vastauksesi erotusosamäärän avulla. (2p)
(b) Määritä maksimaaliset välit, joilla f on aidosti monotoninen. (2p)
(c) Määritä f :n lokaalit ääriarvot. (2p)
3. Määritä kuvajoukko $f([0, \infty[)$, kun $f(x) = x - 3 \ln x$. Tutki lisäksi f :n konveksisuutta.
4. Esitä differentiaalilaskennan väliarvolause ja määritä sen avulla pienin sellainen vakio a , että arvio

$$|e^{2x} - e^x| < a|x|$$

pätee aina kun $x < 0$.