



Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, laskin sekä itse laadittu, enintään A4-kokoinen lunttilappu ja taulukkokirja.

Kokeen kesto on 2 tuntia.

1. Satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  yhteisjakauma on tasajakauma alueessa  $0 < x < y < 2$ . Johda
- yhteistiheysfunktio
  - $X$ :n reunatiheysfunktio  $f_X$
  - $Y$ :n reunatiheysfunktio  $f_Y$
  - $X$ :n ehdollinen tiheysfunktio  $f_{X|Y}$
  - $Y$ :n ehdollinen tiheysfunktio  $f_{Y|X}$
  - $Y$ :n ehdollinen odotusarvo  $E(Y | X)$ .

Kaikissa lausekkeissa muista ilmoittaa lausekkeen pätevyysalue.

2. Kolikkoa heitetään toistuvasti kunnes on saatu kolme kruunaa. Olkoon  $X$  saatujen klaavojen lukumäärä. Laske

- $EX$
- $P(X < EX)$ ,  $P(X = EX)$  ja  $P(X > EX)$

3. Satunnaismuuttujilla  $X$  ja  $Y$  on tasajakauma neliössä  $0 < x, y < 1$ . Merkitään  $U = X^2$  ja  $V = Y^3$ .

- Laske satunnaismuuttujien  $U$  ja  $V$  yhteistiheysfunktio  $f_{U,V}(u, v)$ .
- Laske  $E(U + V)$ .
- Ovatko  $U$  ja  $V$  riippumattomat? Perustele.

Kaikissa lausekkeissa muista ilmoittaa lausekkeen pätevyysalue.

4. Olkoot  $X_1, \dots, X_{10}$  riippumattomia satunnaismuuttujia, joilla kaikilla on normaali jakauma  $N(\mu, \sigma^2)$ . Määritellään niiden otoskeskiarvo kaavalla

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$$

ja residuaalit kaavalla

$$R_i = X_i - \bar{X}.$$

Johda

- otoskeskiarvon jakauma (nimi ja parametrit, tiheysfunktiota ei tarvita)
- satunnaismuuttujan  $R_1$  jakauma (nimi ja parametrit).