Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Kurssikoe 16.10.2013

Kokeessa saa käyttää laskinta mutta ei taulukkokirjaa.

1. (a) Kirjoita joukon $\mathrm{span}((1,0,-3),(1,-1,1))$ määritelmä.
   (b) Anna kolme joukon $\mathrm{span}((1,0,-3),(1,-1,1))$ vektoria, jotka poikkeavat vektoreista $(1,0,-3)$ ja $(1,-1,1)$.
   (c) Luettele vektoriavaruuden $\mathbb{R}^3$ erityyppiset aliavaruudet. (Voit vastata omin sanoin. Vastauksia ei tarvitse perustella.)

2. (a) Osoita, että $\bar{v} = (1,-2)$ on matriisin
$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$$
   ominaisvektori. Mikä on sitä vastaava ominaisarvo?
   (b) Merkitään
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & c & -1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix},$$
   missä $c \in \mathbb{R}$. Mikä luvun c pitää olla, jotta B olisi matriisin A käänteismatriisi?

3. (a) Määritä vektorin $\bar{v} = (2,5)$ koordinaatit kannan $((-1,2),(0,3))$ suhteen.
   (b) Merkitään $\bar{v}_1 = (1,0,3)$, $\bar{v}_2 = (1,1,0)$ ja $\bar{v}_3 = (-1,0,a)$, missä $a \in \mathbb{R}$. Millä luvun a arvoilla jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on vapaa?

4. Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$ ja $\bar{w} \neq \bar{0}$. Osoita, että vektori
$$\bar{v} - \frac{\bar{v} \cdot \bar{w}}{\bar{w} \cdot \bar{w}} \bar{w}$$
   on kohtisuorassa vektoria $\bar{w}$ vastaan.

Anna kurssipalautetta! Palautteesi on meille tärkeää, sillä haluamme kehittää opetusta. Saat WebOodin kautta sähköpostiisi linkin, josta pääset täyttämään palautelomakkeen.