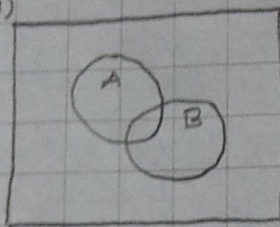


1. a)

$A \neq B$

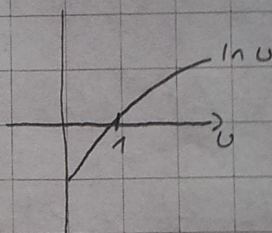


$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A)P(B)} \\ = 0,75 + 0,6 - 0,75 \cdot 0,6 = \underline{\underline{0,9}}$$

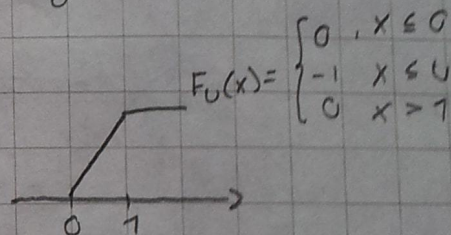
$$b) P(B | A \cup B) = \frac{P(B \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} \quad B \cap (A \cup B) = (B \cap A) \cup (B \cap B) \\ = B \\ = \frac{P(B)}{P(A \cup B)} = \frac{0,6}{0,9} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

2.

$U \sim U(0,1) \quad X = -\ln U$



$$F_U(x) = P(X \leq x) = P(-\ln U \leq x) \\ = P(\ln U \geq -x) = P(U \geq e^{-x}) \\ = 1 - F_U(e^{-x}) \\ = \begin{cases} 1 - e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



$f_X(x) = e^{-x}, \quad x > 0$ Tämä on $\text{Exp}(1)$ -jakauma, jolle $EX = \frac{1}{1} = 1$

2. $f_X(x) = \frac{d}{dx} [1 - F_U(e^{-x})] = -f_U(e^{-x}) \cdot (-1)e^{-x} = f_U(e^{-x})e^{-x}$

3. tapa laskea f_X :

$$f_X(x) |dx| = f_U(u) |du| \\ x = -\ln u \Leftrightarrow u = e^{-x}$$

$$f_X(x) = f_U(u) \frac{du}{dx} = f_U(e^{-x}) \cdot e^{-x} = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0 & \text{muuten} \end{cases}$$

③ $X, Y \quad X \perp Y \quad Z = \pi XY$

$$EZ = E[\pi XY] = \pi \underbrace{E(XY)}_{\substack{EX \cdot EY, \text{ koska } X \perp Y \\ \parallel \\ 1}} = \underline{2\pi}$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Z) &= E(XZ) - EX \cdot EZ = E(X \pi XY) - 4\pi \\ &= \pi \underbrace{E(X^2 Y)}_{E(X^2)E(Y) \text{ koska } X \perp Y} - 4\pi = 8\pi - 4\pi = 4\pi \end{aligned}$$

$$EX^2 = \text{Var } X + (EX)^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

④ a) $H_c(t) = E e^{xt} = \sum_{x \geq 0} e^{xt} f(x) = \sum_{x \geq 0} e^{xt} \cdot e^{-\theta} \cdot \frac{\theta^x}{x!}$

$$= e^{-\theta} \sum_{x \geq 0} \frac{(e^t \theta)^x}{x!} = e^{-\theta} \exp(e^t \theta) = \exp(-\theta + e^t \theta)$$

b) $H_{X_1+X_2}(t) = E e^{t(X_1+X_2)} = E[e^{tX_1} e^{tX_2}]$

$$\begin{aligned} &= [E e^{tX_1}] [E e^{tX_2}] \\ &= \exp(-\theta_1 + \theta_1 e^t) \exp(-\theta_2 + \theta_2 e^t) \\ &= \exp(-(\theta_1 + \theta_2) + (\theta_1 + \theta_2) e^t) \end{aligned}$$

Tämä on $\text{Poi}(\theta_1, \theta_2)$ -jakauman momenttiemäfunktio.

Momenttiemäfunktio määrittää jakauman yksikäsitteisesti, mikäli se on määritelty jossakin origon ympäristössä.

Tämä on määritelty kaikilla $t \in \mathbb{R}$

- Satunnaismuuttujien muunnokset
- Momentit + Momenttiemäfunktio
- Kertymäfunktion määr. hely
- Kvantilifunktio

$$F(x) = U \quad 0 < U < 1 \quad \text{ratkaise } x \Rightarrow q(u)$$

- Jatkuva jakauma $tf \leftrightarrow kf$
- Diffeomorfismi
- Tärkeät jakaumat: EX, Var, tf, kf