

Differentiaaliyhtälöt II  
Erilliskoe 15.5. 2014

Erilliskokeessa saa olla mukana A4:n kokoinen yksipuoleinen muistilappu.

1. Palauta toisen kertaluvun tavallinen differentiaaliyhtälö

$$y''(t) - (\sin t)y'(t) + 2y(t) = 0$$

ensimmäisen kertaluvun normaalimuotoiseksi differentiaaliyhtälösystemiksi. Onko tämä systeemi lineaarinen?

2. Näytä, että vektorifunktiot  $\{\bar{x}^1(t), \bar{x}^2(t)\}$  muodostavat ratkaisujen perusjärjestelmän joukossa  $\mathbf{R}$  systeemille

$$\bar{x}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -e^{-t} \\ 2e^t & -1 \end{pmatrix} \bar{x}(t),$$

kun  $\bar{x}^1(t) = (1, e^t)^T$ ,  $\bar{x}^2(t) = (e^{-t}, 2)^T$ .

3. Ratkaise differentiaaliyhtälösystemi

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_2(t) + e^{2t} \\ x_2'(t) &= x_1(t) - e^{2t}. \end{aligned}$$

4. Ratkaise differentiaaliyhtälösystemi

$$\bar{x}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \bar{x}(t)$$

matriisimenetelmän avulla. *Vihje:*  $\lambda = 1$  on eräs ominaisarvo.

5. Määrää autonomisen differentiaaliyhtälösystemin

$$\begin{aligned} x'(t) &= 16 - x(t)y(t) \\ y'(t) &= x(t) - y(t)^3 \end{aligned}$$

(reaaliset) kriittiset pisteet ja niiden laatu (stabiili vai epästabiili).