

量化投资 --- 技术篇 (2)

APT (Arbitrage Pricing Theory)

一. 简介

APT理论即套利定价模型是由经济学家Stephen Ross在1976年推出的。该理论给出了金融资产的收益可以表示为多个因子或市场指数的线性函数，而对每个因子的敏感度由该因子独有的beta系数所决定。由模型导出的资产收益率可以用来对该资产进行定价，如果价格偏离，套利会使其回归真实价格，这就是套利定价模型的由来。

APT的核心思想如下：

- APT是对期望收益建模 - APT为期望收益和因子之间建立了关系 - APT的因子建立有很多维度，可能是基本面、技术指标、宏观因子等 - APT的假设要弱于CAPM理论

二. 定义

符号定义：

R_n 某资产 n 的收益

$X_{n,k}$ 某资产 n 在因子 k 上的暴露程度，又称为factor loadings

b_k 因子 k 的因子收益(factor return)

u_n 代表某资产 n 的特定收益(specific return)，与因子无关

m_k 是对因子 k 的预期收益

APT 公式形式如下：

$$R_n = \sum_{k=1}^K X_{n,k} * b_k + u_n \quad (3.1)$$

期望收益为：

$$E\{R_n\} = \sum_{k=1}^K X_{n,k} * m_k \quad (3.2)$$

APT模型表明某个资产或者投资组合的收益可以认为是多个因子的加权收益之和再加上该资产的特定收益；同时其预期收益则等于各个因子暴露度乘以对应因子的预期收益的和。

三. 详解

Arbitrage Pricing Theory中的Arbitrage即套利意味着：在无任何风险的情况下获得确定的收益。在APT中我们可以这样理解：假设投资组合的收益满足式（3.1），但不满足式（3.2），那么我们就可以找到主动仓位使投资组合对所有因子暴露度为0，且有正收益。所有因子暴露度为0，也就意味这风险几乎为0，那么就可以进行无风险套利。但从金融理论中，我们知道长期来说无风险套利是不存在的，所以公式（3.2）也必须满足。

APT给出了理论框架，但是并没有说该如何找到因子和实现该模型。经验上看，任何一个因子模型如果可以很好地解释一个多元化地投资组合的风险可以被认为是一个合格的APT模型实现。

我们可以把CAPM理论看成是APT的一种特殊形式，SML就代表着资产价格的单因子模型。由于APT并没有给出因子是什么以及如何验证，所以实现者需要自己去寻找因子。经验上一般是会用到3~5个因子，而且APT并没有表现的比CAPM强。

一般公认的实现中都会遵循以下原则来寻找因子：

1. 该因子的非预期变动影响资产价格
2. 不可分散性
3. 具有准确信息变量形式
4. 其关系在经济学上是可解释的

例如，上世纪90年代时，APT模型的先驱者们曾经发现采用通货膨胀、GNP、企业债变化和收益曲线偏移来作为因子。宏观经济因子采用短期利率、长短期利率差、油价、贵金属和汇率等。

四. Fama-French 3 Factor Model

最后我们简要介绍一下著名的Fama-French三因子模型，其三个因子分别为：

- 市场风险
- 小公司相比于大公司的超额收益
- 高book/market的公司相比于低book/market公司的超额收益 (book/market即公司账面价值与市场价值的比)

回归公式如下：

$$R = R_f + \beta(R_m - R_f) + b_s * SMB + b_v * HML + \alpha \quad (3.3)$$

其中 $SMB = Small[marketcapitalization] - Big$, $HML = High[book - to - marketratio] - Low$

b_s , b_v 分别是 SMB 和 HML 的因子负载。这两个因子实际上是衡量大市值与小市值比较和价值与成长比较。

有些学者曾经发现这个模型可以解释一个分散投资组合的90%的波动性，而CAPM智能解释70%。还有学者认为Fama-French三因子模型是因国家和地域而异的，本地化的因子要优于全球因子。

值得一提的是这个因子模型有两个比较有名的变种，

第一个是在2015年Fama和French扩展了三因子模型，增加了收益性因子和投入性因子，分别为RMW和CMA。RMW是高盈利减去低盈利，CMA是高投入减去低投入。

第二个是Carhart四因子模型，这个模型在三因子的基础上增加了动量因子(MOM)