

# 量化投资技术--技术篇(8)

## 投资组合收益性能评价(下)

### ...接上篇

上一篇我们所讲述的性能评价指标基本上都是属于风险调整后的收益，接下来我们将逐渐进入风险的评价指标。

#### 12. Stutzer Performance Index

$$I_p = \max_{\theta} [-\log(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e^{\theta r_t})]$$

$$SPI = \frac{Abs(\bar{r})}{\bar{r}} \sqrt{2I_p}$$

这里

$r_t$ 为超额收益

$I_p$ 为信息统计量

$\theta$ 是最大化 $I_p$ 所得的参数

$\bar{r}$ 是平均超额收益

$SPI$ 指数惩罚在benchmark负向的收益，它假设投资经理偏爱在长期投资中投资组合在benchmark的负向收益的概率会收敛到0。这种特性使其比较适合评价对冲基金和养老基金，因为SPI不假设正态分布和具有长期特性。Stutzer指数可以简单理解为负向收益收敛到0的速度。当收益分布为正态分布时，SPI就等于夏普比率。

$SPI$ 指数惩罚负向偏度和高峰度，不过相对于夏普比率，SPI计算难度较大，且如果要求稳定的结果则需要长期数据。

#### 13. Kalpan Lambda Measure

$$\Lambda = \max_{\theta} \left[ \frac{\sum_{t=1}^T \theta r_t - [\exp(-\max(-\theta r_t, 0)) - \max(-\theta r_t, 0) - 1]}{T} \right]$$

Kalpan Lambda可以理解为SPI的下行方面的版本，其主要目标时以过去的回撤来校准投资组合的超额收益。

#### 14. Manipulation-Proof Performance Measure

$$MPPM = \frac{1}{(1-\gamma)\Delta t} \ln\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1+r_p}{1+r_b}\right]^{1-\gamma}\right)$$

这里， $N$ 是观测点的数目， $\Delta t$ 是投资时间，以年来计算； $\gamma$ 是风险厌恶度。

$MPPM$ 主要采用Cornish Fisher框架来纠正尾部风险，主要是负偏度和峰度的影响。

#### 15. Volatility(波动性)

波动性是最常见的风险评价指标，定义为对数收益率的标准差。但是波动性对于风险的评价并不完全合理，理由我们前面已经讲过，诸如实际情况下上下行的不对称，投资收益率非正态分布等。但其可解释性强以及计算简单等优点还是使其成为了一个主要的风险评价指标。

#### 16. Value-at-Risk(风险价值)

Var(Value at Risk)按字面解释就是“在险价值”，其含义指：在市场正常波动下，某一金融资产或投资组合的最大可能损失。更为确切的是指，在一定概率水平（置信度）下，某一金融资产或证券组合价值在未来特定时期内的最大可能损失。

VaR从统计的意义上讲，本身是个数字，是指面临“正常”的市场波动时“处于风险状态的价值”。即在给定的置信水平和一定的持有期限内，预期的最大损失量(可以是绝对值，也可以是相对值)。例如，某一投资公司持有的证券组合在未来24小时内，置信度为95%，在证券市场正常波动的情况下，VaR值为520万元，其含义是指，该公司的证券组合在一天内(24小时)，由于市场价格变化而带来的最大损失超过520万元的概率为5%，平均20个交易日才可能出现一次这种情况。或者说有95%的把握判断该投资公司在下一个交易日内的损失在520万元以内。5%的几率反映了金融资产管理者的风险厌恶程度，可根据不同的投资者对风险的偏好程度和承受能力来确定。

数学定义如下：

给定置信水平 $\alpha \in (0, 1)$ ，VaR为最小的数 $l$ ，损失 $Loss$ 不超过 $l$ 的概率不大于 $1 - \alpha$ ：

$$VaR_{\alpha} = \inf\{l \in R : P(L > l) \leq 1 - \alpha\} = \inf\{l \in R : F_L(l) \geq \alpha\}$$

由上述定义出发，要确定一个金融机构或资产组合的VaR值或建立VaR的模型，必须首先确定以下三个系数：一是持有期间的长短；二是置信区间的大小；三是观察期间。

VaR并不是一个一致性的风险评价标准，因为它不满足可加性，即 $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ ，这个问题可以由下一节所讲的CVaR来解决。

实践中，我们经常会使用重采样技术或者模拟技术来计算VaR，我们会在《实践篇》中介绍。

#### 17. Expected Shortfall / CVaR

又称为CVaR (Conditional Value-at-Risk)条件风险价值，其他的名字还有average value at risk (AVaR), 和 expected tail loss (ETL)。

$$ES_{\alpha} = -\frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} VaR_{\gamma}(X) d\gamma$$

ES就是VaR的数学期望，更正式的说法就是在 $\alpha\%$ 置信水平下的低于 $\alpha\%$ 的平均值。它对损失的分布的尾部风险的敏感度更高。ES对估计投资风险来说相对比较有说服力，它主要聚焦在投资的非盈利部分。可以通过调整置信水平 $\alpha$ 来改变其关注点。

#### 18. Max Drawdown (最大回撤)

最大回撤是指统计周期内的最大投资净值的时点往后推，当资产净值回落到最低点时，资产收益率的回撤幅度。最大回撤是一个重要的风险指标。

另外一个和最大回撤相关的指标是条件期望回撤，(Conditional Expected Drawdown, CED)，定义为最大回撤分布的尾部均值，由于CED是凸函数，所以是比较适合于进行数值优化的。

#### 19. Lower tail dependence

低尾部依赖 $\chi$ 的概念主要来自于极值理论(Extreme Value Theory, EVT)，它使我们能够在不知道概率分布的情况下描述随机变量的尾部行为特征。 $\chi$ 描述了投资组合收益和市场收益的最低的尾部的联合概率分布的依赖性。

令 $X$ 表示投资组合的损失， $Y$ 代表某市场指数的损失，

$$\chi = \lim_{s \rightarrow 1} P[X > F_X^{-1}(s) | Y > F_Y^{-1}(s)]$$

这里， $F_X^{-1}, F_Y^{-1}$ 分别代表 $X, Y$ 的分位函数。直观上， $\chi$ 是一种极限的CVaR，它捕捉了投资组合损失超过其第 $s$ 分位数 $F_X^{-1}(s)$ ，以市场损失同等的分位数为条件的概率。

尾部低端依赖是一个相对合理的风险评测，如果资产表现相对较好但市场却较差时。经验显示 $\chi$ 相对于其他风险指标来讲是比较稳定的。

## 总结

这篇文章中，我们介绍了主流的投资性能评价指标。对于风险评价指标而言，比较鲁棒性的方法基本上都是基于对最坏的情况的分析，根据其结果所做出的决策一般比较保守，并不能反映各种市场环境。一种新的思路是：采用市场环境切换技术来描述时变不确定的一阶和二阶矩，代表性的方法有嵌套最差市场环境风险评价(Nested worst regime risk measure)和转换概率加权最坏风险评价(Transition probability weighted worst-case risk measure)，且这些方法可以在多项式时间内求解。

量化投资界最常采用的指标大概是：Sharpe Ratio, Treynor Ratio, Sortino Ratio, VaR/CVaR, CAPM Beta,  $M^2$ , Jensen's alpha, 波动性, 最大回撤等。大部分所讲到的指标我们都会在《实践篇》来编程计算。