

magazine.hankyung.com

## 포트폴리오의 경제학



### 금융1팀

팀장 : 박범기

팀원 : 고락윤, 김태영, 김홍렬, 서예지, 윤서우,  
이유진, 이은민, 최상빈, 최아름

## Contents

- I. 들어가며
- II. 포트폴리오란?
- III. 포트폴리오 이론의 개선
- IV. MV(Mean Variance)모델을 이용한 현실 분석과,  
그 대안으로서의 VaR 모델
- V. 단일기간 접근법에서 나아간 다 기간 접근 모델과  
그 기반
- VI. 다 기간 접근법 연구 사무엘슨
- VII. 다 기간 접근법 연구 비세이라(Viceira)
- VIII. 데이터 실증 연구와 그 결론
- IX. 참고문헌

### Abstract

개인(혹은 가계)의 자산배분이론을 통해 한국 가계의 자산 포트폴리오 구성에 대하여 접근하고자 한다. 본 논문은 크게 1기간(단 기간), 다 기간으로 나누어져 있다. 단 기간 접근에서는 마코위츠(1952)의 MV모델 및 VaR접근을 통해 한국 가계의 자산구성에 대해서 살펴보았다. MV 모델보다는 VaR접근이 조금 더 현실적인 한국 가계의 자산구성을 나타냈다. 다음으로 다 기간 접근에서는 사무엘슨(1969)의 모델과 비세이라(2001)의 모델을 살펴 본 후, 사무엘슨 모델에 노동을 고려한 비세이라의 모델이 이론적으로 타당한 바, 노동고용패널자료를 이용하여 모델을 검증하여 살펴보았다.

**Keywords:** MV모델, VaR, 다 기간 접근, 포트폴리오 선택

## I. 들어가며



Harry Markowitz

출처: <http://www.historyforsale.com>

금융투자의 기본은 자신의 돈을 지키며 최대한의 수익을 올리는 것이다. 오랜 시간 금융시장에서 알려져 왔던 '한 바구니에 모든 계란을 담지 말라'라는 격언처럼 이는 투자자들에게 널리 알려진 사실이었다. 기본적인 이념으로 알려져 있던 투자의 격언은 이후 포트폴리오라는 개념을 통해서 다시금 알려지게 된다. 포트폴리오란 여러 금융자산을 한데 묶어 놓은 투자자산의 집합을 의미하며 이를 모델로서 풀이하려는 시도를 처음으로 시작했던 사람은 해리 마코위츠이다. 마코위츠는 포트폴리오 이론을 다룬 1952년의 자신의 논문<sup>1</sup>에서 최적 포트폴리오를 구성하는 방법을 제시하였는데, 이는 단순히 수익률을 최대화하는 것에서 벗어나 주어진 수익률 하에서 위험을 최소화해야 한다는 주장을 골자로 한다. 구체적으로 마코위츠는 효율적 포트폴리오(efficient portfolio)라는 개념을 만들어 낸다. 즉 주어진 수익률(given interest rate)하에서 위험을 최소화(minimize the risk)하는 투자 방법으로서 분산투자의 기초가 되는 이론을 구성한 것이다.

사실 이와 같은 위험 관리의 중요성을 보여 줄 수 있는 실제 사례는 많다. 우리에게 잘 알려진 사례로는 LTCM을 들 수 있다. LTCM은 존 메리웨더가 설립한 미국의 헤지펀드로서 출범 이후 단일펀드로서는 유례



없는 연 28 ~ 59%에 달하는 고수익을 냈다. 그 비법은 단순했다. 높은 수익률을 제시하는 파생상품에 대해서 투자를 하면서 위험의 회피나 분산은 하지 않은 것이다. 투자라기보다는 투기에 가까웠으며 그 전체 금액은 1998년 9월 23일 경 약 1조 2500억 달러에 이르렀다. 하지만 이러한 성공가도는 지속될 수 없었고, LTCM은 러시아의 모라토리엄 선언으로 인해 직격탄을 맞는다.<sup>2</sup> 이후 전체적인 금융시장의 붕괴를 우려한 FRB에 의하여 이들은 구제 금융을 받았다. 위험을 분산시키지 않고 고수익의 파생상품에만 투자하였던 것이 그 원인이었다. 즉, LTCM의 성공과 실패는 계란을 한 바구니에 담으면 안 된다는 서양 속담을 보여주는 실례인 것이다.

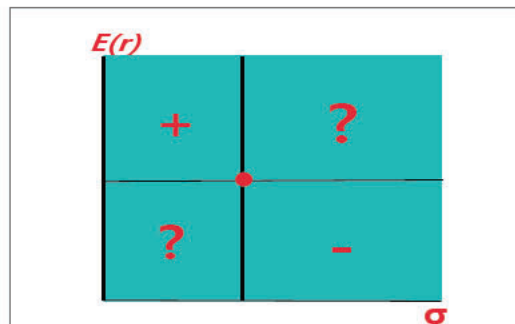
## II. 포트폴리오란?

위의 사례와 같이 포트폴리오는 우리에게 친숙하게 느껴지지만, 실제로 이것에 대해서 제대로 알고 있는 사람은 드물다. 이 장에서는 포트폴리오 이론의 기본 원리인, 주어진 수익에서 위험의 최소화가 어떻게 달성될 수 있는지를 살펴볼 것이다. 일단 세 가지 금융상품 A, B, C가 존재한다고 하자. 다음의 표에는 상품들의 수익률이 제시되어 있다.

상태	확률	A 수익률	B 수익률	C 수익률	B + C 수익률
호황	0.5	10	20	0	10
불황	0.5	10	0	20	10

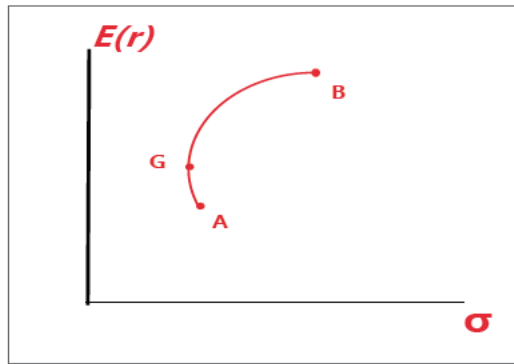
수익률과 동일하지만 경기가 불황이나 호황이냐에 따라 수익률이 크게 변동하는 위험이 존재한다. 이렇게 기대수익률이 같을 때 A 상품의 위험이 B상품, C상품보다 작은 경우, 우리는 효용함수의 논의에 기반을 두고 A 상품은 B 상품, C상품보다 우월하다고 정의한다. 이러한 우월관계에서 A는 B와 C보다 우월하며, B와 C는 A에 지배(dominate)된다. 하지만 단순한 금융상품의 비교에서 벗어나 B와 C를 합해서 구성한 포트폴리오를 생각해보자. 둘을 반반씩 구성하여 투자하면 더 이상 A는 B와 C에 비해 우월하지 않으며, B와 C 또한 A에 지배되지 않게 된다. 이러한 '우월하다'는 개념은 포트폴리오 이론에서 중요한 함의를 갖는다. A의 기대수익률이 B보다 크거나 같을 때, A의 분산이 B보다 작거나 같다면( $E(r_A) \geq E(r_B)$  and  $\sigma(A) \leq \sigma(B)$ ), 적어도 하나는 강부등호로 성립) A가 B보다 우월하다는 것이 우월개념의 정의이다. 즉, 포트폴리오 이론은 기대수익률과 위험을 자산에 대한 투자의 선택 기준으로 삼고 있는 것이다. 하지만 위험이란 정의는 매우 포괄적이다. 따라서 연구자들은 자산의 분산을 위험으로 여기는데 동의하기 시작했으며, 그 이후부터 각 자산이 갖는 표준편차를 가지고 위험에 대해서 평가하는 것이다.

이러한 우월하다는 개념은 좌표계를 통한 표현으로 쉽게 이해될 수 있다. 위의 그래프에서 +(정)부분에 속



1. Markowitz, H., [Portfolio selection], The journal of finance, 1952.  
2. Wikipedia 한국 ko.wikipedia.org

하는 자산은 명백히 우월한 자산이 될 것이고 (부)부분은 명백히 우월하지 못한, 선택하지 말아야 할 자산들의 집합이 될 것이다. ?(question mark)부분은 투자자 개인이 안전한 저수익을 선호하는지 위험한 고수익을 선호하는지에 따라 선택이 달라지는 지대이다. 이 지대에서 개인의 선택을 보여줄 수 있는 것이 바로 개인의 효용함수이다. 일반적인 개인의 효용함수는 우상향하고 오목한 모양을 보인다. 이러한 그래프의 형태는 수익률이 높을수록 효용이 높고 안정성이 높을수록 효용이 높다는 가정을 담고 있다.



이 선은 자산 구성비율의 변화에 따른 기대수익률과 위험의 조합을 나타내는 선이다. A와 B 두 자산이 있다고 할 때 A의 경우 수익률이 높은 대신 분산, 즉 위험도 큰 자산이고, B는 수익률이 낮은 대신 위험이 작은 자산이다. 두 점은 각각 모든 돈을 A상품에 모두 투자했을 경우와, B상품에 모두 투자했을 경우를 나타내는 점이다. A와 B자산의 움직임이 같은 경우, 즉 두 자산의 수익률이 같은 방향으로 움직이는 경우에는 A와 B를 잇는 직선 상에서 포트폴리오가 구성될 것이다. 이 경우 수학적으로는 두 자산의 상관계수가 1인 경우라고 한다. 그러나 이런 경우는 흔치 않고 대체로 두 자산의 수익률과 분산은 고유의 특성을 지닌다. 따라서 위 그래프의 곡선 상에서 포트폴리오를 구성하게 된다. 그래프에서 확인할 수 있듯 G점이 주어진 포트폴리오 결합선상의 모든 포트폴리오 중에서 위험이 가장 작은 최소분산 포트폴리오이다. 포트폴리오 이론은 몇 가지 가정을 전제로 깔고 있다. 첫 번째는 자산의 수익률과 분산만 알면 효율적인 투자를 할 수 있다

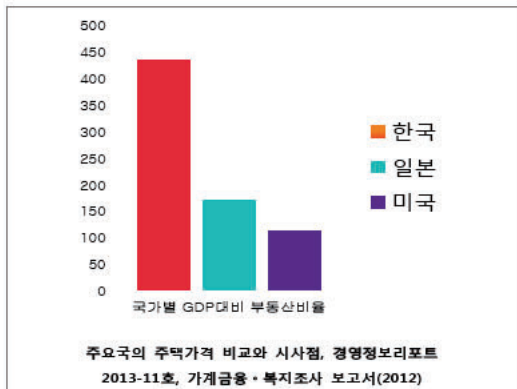
는 것이다. 이는 수익과 위험이 대칭을 이루는, 즉 수익률이 정규분포를 따르는 형태라는 것이다. 두 번째는 투자자들이 위험을 회피하는 성향을 지닌다는 것이다. 마지막으로 이러한 포트폴리오 모형이 다기간 모형이 아닌 1기간 모형이라는 점이다. 따라서 최적포트폴리오의 수익률과 분산은 하나의 값으로 고정된 상태에서 도출된다.

### III. 포트폴리오 이론의 개선

하지만 이러한 포트폴리오 이론에는 한계가 있음이 지적되고 있다. 무엇보다 위의 이론을 대표하는 CAPM에서 주어진 결과와 실제로 나타나는 자산배분 양상과의 괴리가 크다는 점이 제일 큰 문제로 지적된다. 이러한 문제에 대해서는 두 가지 원인을 생각해 볼 수 있다. 첫 번째로는 포트폴리오 이론이 가정하고 있는 전제들이 현실적이지만, 그 해를 도출하는 과정에서 문제가 있을 수 있다. 두 번째 경우에는 포트폴리오 이론의 전제 자체가 잘못되어 있을 수도 있다. 처음의 문제의 해결책은 과연 어떤 방식을 취하였을 때 모델이 실제 사람들의 행동을 잘 묘사할 수 있는지를 따져 보면 되겠고, 두 번째 문제의 경우 실제에 가까운 가정을 세워 기존의 모델 및 가정을 변화시키는 것이 될 것이다. 사람들의 금융투자 행태를 이해하는데 포트폴리오 이론이 필수불가결 하며, 이러한 점에서 포트폴리오 이론을 개선시키려는 노력은 의의를 갖는다. 들어가기에 앞서 사람들이 지적하는 포트폴리오 이론의 문제점을 살펴보자. 즉 현실과 포트폴리오 이론은 얼마만큼 다른지 살펴보도록 하자.

접근성의 측면과 그 의미의 측면에서 한국의 사례를 살펴보는 것이 제일 좋을 것이다. 다음의 표에서 볼 수 있듯이, 한국의 GDP대비 부동산 비율은 타국에 비해서 매우 높은 편이다. 거시적인 비교 외에도 우리나라의 세부적인 가구자산구성을 보게 되면 주식, 채권 같은 금융투자자산 비율은 낮은 반면 부동산의 비중이 매우 높은 특징을 갖고 있다. 여기에서 생겨나는 첫 번째 의문점은 포트폴리오 이론을 통해서 이러한 부동산





편중 현상을 설명할 수 있을 지의 여부이다. 그렇다면 사람들은 왜 부동산 자산을 선호할까? 사람들은 '부동산 불패신화'라는 일반적인 관념을 통해 부동산이 다른 금융자산에 비해서 덜 위험하다고 가정하는 것처럼 보인다. 수익률의 측면에서는 다른 금융자산과 일반적으로 비교하기 힘들다. 수도권의 경우 높은 수익률을 보이지만, 지방으로 그 대상을 바꾼다면, 위의 견해를 일반화하기 어렵고, 수도권 내부에서도 그 편차가 크다. 이제 부동산을 금융자산으로서 평가하게 된다면, 그 선호도는 기본적으로 수익률과 위험을 동시에 반영하는 기준이 있어야 한다. 실제로 부동산이 타 자산에 비해서 위험도가 낮은 반면 수익률은 비슷하거나, 위험도는 비슷하지만 수익률은 월등히 높으면, 부동산 선호 현상은 이해될 수 있을 것이다.

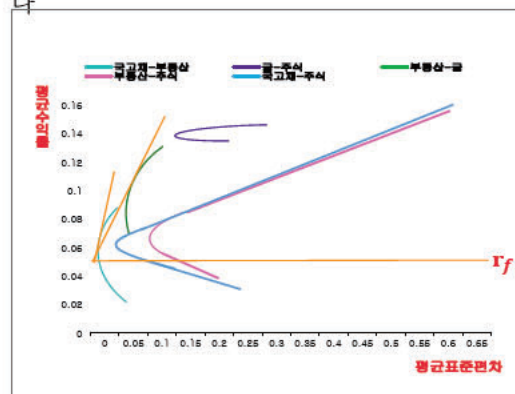
연구의 전반부에서는 포트폴리오 이론으로 이러한 실제 현상을 잘 설명할 수 있는지 검토해보고, 그렇지 못하다면 어떤 방식으로 해를 도출해야 조금 더 현실에 가까운 방안이 있을 지 살펴보는 것을 목표로 한다. 연구에 사용한 데이터는 주식 KOSPI 지수, 채권 3년만기 국채, 부동산 주택매매가격지수, 그리고 금의 총 4가지 자산이며 각각 1998년부터 2012년의 데이터를 자료로 하였다. 이 4개 대표 자산들의 전월대비 수익률을 1차로 계산하였다. 이어서 이 4가지 자산을 두 종류씩 묶어 다양한 자산결합을 표현하였다. 가중치는 무작위하게 생성하였고 각각 200개씩 주었다. 이 때 중요한 전제는 가중치인  $w$ 가 무한하다는 가정이며, 공매도가 가능하여 가중치가 음수일 수도 있도록 설정

했다. 둘째로 모든 개인이 원하는 최적 비율만큼 자산을 살 수 있도록 시장규모가 충분히 크다고 가정했다.

## IV. MV(Mean Variance)모델을 이용한 현실 분석과, 그 대안으로서의 VaR 모델

### 4.1. MV 모델을 통한 분석

위처럼 자산투자가 이루어질 때 이론적으로 어떠한 투자 조합이 최적일 것인지를 MV모델을 통해 알아 보도록 하자. 아래의 그래프는 4가지 자산을 각각 두 개 자산씩 결합한, 총 6가지 자산 조합으로 이루어진 포트폴리오 조합을 보여준다. 거시적으로 분석할 때, 일반개인 투자자들의 비중이 전문 투자자 보다 높아진다는 점에서, 복잡다단한 포트폴리오보다 기본적인 2개 종류의 자산으로 분산투자를 행한다고 가정하는 것이다. 이를 통해 모델 자체의 설명력을 높임과 동시에 개인 투자자들의 투자 현실 설명력을 높이고자 함이다.



위의 그래프를 단순히 비교해서는 최적 점을 찾아내기 어렵다. 투자의 효율성을 따지기 위해서는 투자자가 리스크를 부담하면서 얼마나 많은 추가수익을 얻었는지를 고려해야하기 때문이다. 최소한 위험을 부담하는 만큼, 그에 대해서 얼마만큼의 수익을 더 냈는지 판단할 필요가 있다. 이에 대해서는 시장에서 투자자의 판단지표로 많이 쓰이는 샤프 지수(Sharpe ratio)를 사용하였다.

### 샤프지수 (Sharpe ratio)?

특정 펀드가 한 단위의 위험자산에 투자해서 얻은 초과수익의 정도를 나타내는 지표이다. 위험조정 후 수익률지수로 통칭된다. 노벨 경제학상을 수상한 윌리엄 샤프의 이름을 따 지어졌다. 트레이너 지수 (Treyner ratio)가 펀드의 베타계수만을 고려하는 반면 샤프지수(Sharpe ratio)는 표준편차를 이용하여 전체위험을 고려한다. 분산투자가 잘 되어 있지 않은 펀드를 평가할 때 유용한 방법으로, 값이 높을수록 펀드의 수익률이 우수하다고 여겨진다.

CAPM 이론상에서는 무위험 자산을 미 국채로 간주하지만, 한국의 개인 투자자의 입장에서 미국 국채는 투자 접근성이 높은 금융자산이 아니다. 그렇다고 한국의 국채로 무위험 자산을 간주하기도 어렵다. 한국의 국채 시장이 크게 발달하지 못한 상황과, 최근 글로벌 경제위기로 인해 여러 국가가 부도상황에 직면하고 있음을 고려해보았을 때 국채투자의 리스크가 0에 수렴한다고 보기도 무리가 있다. 따라서 개인 투자자들이 투자 시 고려하게 되는 무위험 자산은 예금보험이 가능한 예금이라고 가정하였다. 실제로도 한국의 예금보험법상 약 5000만 원 이하의 금액을 보전해주며, 2012년 통계청의 가계금융 복지조사 보고서에 따르면, 가구 평균 예금액은 약 5637만 원 정도로 거의 대부분의 금액을 보전 받을 수 있다. 따라서 개인투자자의 입장에서 예금을 무위험 자산으로 여기는 것은 타당해 보인다.

이에 따라 1998년부터 2012년까지의 예금금리(저축성 수신)의 기하평균인 5.07%를 무위험 자산의 수익률로 가정하였다. 앞의 그래프를 포트폴리오의 이론에 따라 분석해보면, 최적 투자 점은 무위험 자산의 수익률인 5.07% 점과 그래프의 접선을 그어 Tangent 점과 예금에 투자를 분배하게 된다. 접선 상에 위치할수록 투자 수익률은 높고 위험도는 낮아진다는 것을 알 수 있다. 이에 따라 국채 금, 부동산 금, 금 주식 이렇게 세 조합이 MV이론상의 최적 투자 조합임을 도출할 수 있다. 즉, 금을 포함한 포트폴리오가 우월하다는

결론이 나온다. 그러나 2012년 통계청의 조사 결과에 따르면 한국가계자산의 구성은 부동산자산이 75.2%, 금융자산이 24.9%로 나타난다. 금융자산 중 주식의 경우 약 6%에 불과하며 금 관련 상품 가입자도 매우 적은 수준이다. 그렇다면 이러한 이론과 현실의 괴리가 발생하는 원인은 무엇인지 살펴보고 이론의 현실 설명력을 높이기 위해 모델의 개선을 이루어보도록 하자.

### 4.2. VaR 모델

MV(Mean Variance)모델에서는 수익률의 분포가 정규분포라는 가정 하에서 위험을 분산 또는 표준편차를 통해 정의한다. 이는 정규분포 상에서는 타당하다고 볼 수 있다. 표준편차가 클수록, 일반적인 금융자산의 수익률이 평균보다 내려가는 정도가 커지기 때문이다. 그러나 실제 상황에서 수익률의 분포가 정규분포를 갖지 않는다면 문제는 조금 달라지게 된다. 위험을 분산(또는 표준편차)을 통해 측정하는 순간부터, 상방 위험과 하방 위험을 동일한 위험으로 가정하는 결과를 야기하며 투자자의 선호 체계를 반영하기 어려워지기 때문이다. 일반적인 효용함수를 갖고 있는 사람의 경우 평균보다 수익률이 낮게 나타나는 경우를 싫어하는 것은 당연하다. 하지만, 높게 나타나는 상방 위험의 경우 투자자는 좋아할 것이다. 만약 위험의 분포가 정규분포를 따르지 않는다면, 단순히 위험기피의 가정만으로 사람들이 위험을 싫어한다고 말할 수는 없다. 왜냐하면 각 자산마다 고유의 분포를 가지게 될 것이기 때문이다. 실제로 금의 경우에는 안전자산으로 알려져 있으며 위험시 그 가격이 오히려 올라가는 모습을 보이기도 한다. 이처럼 모든 금융자산은 시장의 움직임에 똑같이 움직이는 것이 아니라, 그 방향이 다를 수 있다. 또한, 상향 위험과 하향 위험 자체가 비대칭적일 수도 있다. 이러한 개인 투자자들의 선호체계를 고려하여 본 연구에서는 위험에 대한 대리변수로서 투자 수익률의 분산(또는 표준편차)을 사용하는 대신 VaR(Value at Risk)이라는 위험지표를 대체 사용하여 모델을 개선하고자 하였다. 또한 이를 사용하면, 사람



들은 더 위험이 낮은 자산에 투자하려는 경향을 보일 것이라 예측할 수 있다. 즉 일반적인 표준편차를 사용했을 때 나왔던 포트폴리오의 구성과는 달리, VaR을 통해서 포트폴리오를 구성하였을 때, 그 자산들이 더욱 효율적(efficient)이어서 다른 자산을 지배하는 것으로 나온다면, 우리의 추측이 맞았다는 것을 증명할 수 있다.

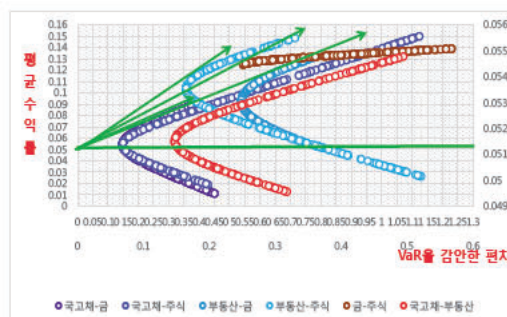
### VaR (Value at Risk)?

VaR이란 밸류 앳 리스크의 약자로, 시장에서 일정기간 동안 포트폴리오를 보유할 때 발생할 수 있는 최대 손실금액을 의미한다. 이는 금액과, 신뢰구간, 그리고 기간의 3가지 요소를 통해 정보를 제공한다. 예컨대 1년동안의 기간 동안 신뢰 수준 99%에서 VaR이 100억이라고 하자. 그렇다면 1년간 최대손실이 100억보다 작을 확률이 99%라는 의미를 갖는다. 따라서 위급상황시 유동성을 100억원을 마련할 수 있는 능력을 갖는다면, 해당 경제주체는 위험에 대해서 대비되었다고 볼 수 있다.

연구에서 사용된 VaR에 대한 정의부터 시작하도록 하자. VaR이란 정상적 시장 여건에 대해 일정 기간 동안 주어진 확률에서 자산이나 포트폴리오를 보유함으로써 얻을 수 있는 “최대 손실 금액”이다. 이는 금융자산이 갖고 있는 위험 중에서 상방위험을 고려하지 않고, 하방위험만을 고려하여 얻어지는 값이다. 일반적으로 VaR을 구하는 데에는 크게 3가지 방법이 있다. 첫 번째는 분석적 방법, 두 번째는 역사적 시뮬레이션 방법, 세 번째는 몬테 카를로(Monte Carlo) 시뮬레이션을 이용한 시뮬레이션 방법이다. 그 중 본 연구에서는 역사적 데이터, 즉 과거자료를 활용하여 VaR 값을 추산하였다.

VaR을 구한 구체적인 방법은 다음과 같다. 앞에서 조사하였던 한국국채, 부동산, 금, KOSPI지수의 1998~2012년의 월별 수익률 데이터 180여개의 표본을 크기 순서대로 나열하여 유의수준 5%값으로 VaR 값을 구하였다. 180여개 표본 중 하위 5% 값인 9번째 값을 VaR으로 추산한 후 (평균 VaR)값을 계산하여 이를 하방위험의 정도를 나타내는 대체 변수 값으

로 활용하였다. 일반적인 MV모델에서 표준편차는 평균과의 차이를 측정한 값으로서 기존 MV모델에서 평균과 어느 정도 떨어져서 수익률을 내느냐를 측정해준다. 논문에서 (평균 VaR)을 이용한 것은 이러한 점에 착안하여 특정자산이 갖고 있는 평균수익과의 차이를 나타냄과 동시에 하방 위험의 정도를 설명해줄 수 있는 (평균 VaR) 값으로 기존 MV 모델의 분산(또는 표준편차)를 대체하는 개념으로 사용하고자 하는 의도가 있었기 때문이다. 해당 (평균 VaR) 값을 하방 위험을 반영하는 투자 위험 지표로 대체 적용하여 다시금 MV 분석을 시행하였다.



(평균 VaR)값을 위험의 척도로 사용하여 새로이 도출된 포트폴리오 그래프는 위와 같다. 무위험 자산의 수익률(본 연구 모델에서는 개인 예금자산 수익률)인 5.07% 지점에서 포트폴리오 그래프를 향해 접선을 그려보면 국채 주식, 부동산 주식 포트폴리오 조합이 최적 포트폴리오 조합이라는 결론이 도출된다. 기존 MV모델에서는 다른 포트폴리오에 비해서, 비효율적이었던 포트폴리오들이 점점 치고 올라와 효율적 투자 경계선(Efficient frontier)에 자리 잡았다. 따라서 기존 MV모델에서는 금을 포함한 포트폴리오에 투자하는 것이 최적이라는 결론을 도출하지만, VaR을 이용하게 되면, 각각의 하방위험도가 반영되어 일반적인 위험기피 투자자의 특성에 맞는 결론을 도출하는 것이다. 기존 MV모델에서 최적의 투자로 파악된 금은 VaR 모델에서는 오히려 투자하기에 적합하지 않은 자산으로 평가되게 된다.

MV모델에서 수익률의 분산(또는 표준편차)값이 위험의 대체지표로 쓰인다는 한계를 VaR 값을 활용하여

개선함으로써 투자자들의 선호체계를 보다 정확히 반영할 수 있을 뿐 아니라, 모델 결과 역시 투자 현실을 보다 잘 반영하는 것으로 보인다. 부동산 주식의 포트폴리오 조합이 최적 투자 포트폴리오 조합으로 도출되기 때문이다.

하지만 위의 연구에서는 여러 한계점이 존재한다. 하나의 가능성은 데이터가 편향되었을 가능성이다. 표본 선정 과정에서 오류의 가능성이 존재하기 때문이다. 본 연구에서는 4개 각 자산에 대해 1998년~2012년의 투자 수익률 자료를 활용하였으며 이는 1997년 IMF로 인한 한국 자산 가격 변동의 영향력을 최소화하려는 의도에서 비롯되었다. 하지만 해당 시기에는 글로벌 금융위기로 인해 안전자산인 금의 가격이 급격히 뛰었던 것 때문에 금의 수익률이 과대평가되었을 가능성이 존재한다. 이 역시 표본 자료 기간을 금융위기 등의 사건이 존재하지 않는 기간들만을 선정하여 다 기간으로 설정하거나, 보다 장기간의 데이터를 바탕으로 하면서 금융위기 등 특정사건의 영향력을 따로 제외시켜 주는 등의 방법을 통해 엄밀한 설명이 가능할 것으로 생각된다.

하지만 무엇보다 제일 큰 한계는 위의 접근법은 기본적으로 단일기간 접근법이라는 점이다. 따라서 시간이 흐름에 따라 변화하는 사람들의 행동을 제대로 묘사할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 이런 점을 극복하기 위해서 여러 방안을 찾아보았다. 첫 번째는 위에서 단순히 오랜 기간 동안의 평균으로 제시하였던, 여러 자료들을 특정 기간별로 조건부 확률로 나타내어 그 당시 선택할 수 있었던, 최적 선택을 나타내는 방법이다. 하지만 위의 결과는 단순히 사람들의 행동이 이렇다고 보여줄 수 있으며, 경제학적 함의를 이끌어내기 어렵다는 단점을 갖고 있다. 따라서 실제 현실에서 일어나고 있는 사람들의 투자 행위를 묘사하기 위해서는 전 생애를 분석할 수 있는 모델이 있어야 한다는 결론이 도출되었다. 따라서 연구의 후반부에서는 이러한 접근은 시도한 모델들을 연구, 정리하고 실제로 한국에서는 어떤 모습을 보이는지에 대해서 조사하여 보았다.

## V. 단일기간 접근법에서 나아간 다 기간 접근 모델과 그 기반

폴 사무엘슨(Paul Samuelson)과 로버트 머튼(Robert C. Merton)은 이러한 관점에서의 연구를 최초로 시도한 연구자들이다. 그들은 최초로 다 기간 모형을 설정하여 사람들의 행동을 분석하고자 하였다. 사무엘슨이 이산적인 방식으로 다 기간 모형에 접근한 반면, 로버트 머튼의 경우 이를 연속적인 과정으로 바꾸는 방법을 제시하였다. 재미있는 하나의 사실은 위의 두 연구자가 거의 동시에 비슷한 결과에 이르렀다는 것이다. 하지만 사무엘슨이 먼저 논문을 제출한 사실을 알자, 머튼은 이산적인 모델을 연속적인 모델로 바꾸는 방법을 제시하여 새로운 논문을 제출한다. 두 개의 논문은 현재 연속된 시간 하에서의 금융자산의 분석, 투자, 평가에 기본으로 평가된다.

두 연구자들이 문제를 해결한 풀이 방식은 기본적으로 당시 유행하고 있던 동적 계획법에서 힌트를 얻어서 적용된 방식들이다. 동적 계획법은 다음과 같이 구성된다. 일차적으로 하나의 문제를 부분문제로 분해한다. 다음으로 부분문제 각각의 최적화 문제를 상정하고, 이를 해결한다. 마지막으로 이를 합쳐서 이를 전체 문제의 최적화 해로 사용하는 방법이다. 실제로 부분 문제들이 서로 독립적이어서 아무런 연관성이 없는 경우를 제외하고 연관성을 갖고 있는 경우, 이러한 문제들의 해는 문제들 간의 점화식으로 나타난다. 이 방법을 이용하면 해를 좀 더 쉽게 구할 수 있고 그 함의를 알아보기 쉬워진다. 하지만 동적 계획법을 최적 해의 구조를 찾고, 최적 해의 값을 재귀적으로 정의하며, 최적 해의 값을 작은 문제에서 큰 문제 순으로 구해가는 방식이라고 이해하기에는 다소 어려운 감이 있다. 이를 예를 들어 설명해보자. 어떤 사람이 A에서 B 그리고 C까지의 길을 가고 있으며, 이를 최대한 빨리 갈 수 있는 지름길을 찾는다고 가정하자. 여기에서 목적함수는 거리를 최소화 시키는 함수가 될 것이다. 또한 제약 조건은 A에서 C까지 가야 하는 것이다. 하지만 만약 A와 B 그리고 C가 일직선상에 있으면, A에서 C까지 가는 길은 A에서 B까지의 지름길을 구하는 방법과 B에



서 C까지의 지름길을 구하는 방법으로 나누어 해결될 수 있다. 즉 제약식 사이의 연결 관계가 있기 때문에, A에서 C까지 가는 방식은 특정한 조건 하에서 부분문제의 해로 구성될 수 있다. 이러한 방식이 동적 계획법의 일환이다.

하지만 이러한 동적 계획법의 제일 큰 문제는 모든 가능성에 대한 고려가 불충분할 경우 최적의 결과를 보장할 수 없다는 것이다. 즉 직전기와 다음 기의 관계만을 고려하기 때문에, 큰 그림에서 문제를 해결하는 것이 쉽지 않다. 그림에도 연구자들은 동적 계획법이 문제를 쉽게 풀 수 있다는 이점을 주기 때문에 이를 포기하지 않았다. 오히려 적당한 가정을 추가하여 문제의 조건을 구성함으로써 이러한 문제들을 피해나가게 된다.

## VI. 다 기간 접근법 연구 - 사무엘슨

다시 사무엘슨의 다 기간 포트폴리오로 돌아가보자. 사무엘슨(1969)은 사람들의 기본적인 목적함수는 다음과 같이 가정한다.

$$\text{Max} \sum_{t=0}^T (\delta)^t U[C_t]$$

이 소비자의 효용함수는, 효용의 기본적인 형태, 즉 효용함수는 단조증가하며 그 형태는 오목한 모습을 지닌다고 하자. 여기에서  $\delta$ 는 시간에 대한 효용의 할인율 그리고  $C_t$ 의 경우 소비량을 의미한다. 즉 소비의 양에 따라  $t$ 기의 효용이 결정되며 이를  $\delta$ 라는 효용의 시간할인율로 구해진 효용의 양을 모두 합하는 것이다. 이때 효용의 시간에 대한 할인율  $\delta$ 는 일반적으로  $0 \leq \delta \leq 1$ 의 범위 하에서 존재하여야 문제의 해가 존재한다. 또한 이 범위에 있어야, 일반적인 개인의 효용을 잘 묘사할 수 있다. 미래의 소비보다, 현재의 소비를 좋아하는 것은 다소 근시안적인 소비자를 묘사하기에 매우 적절한 가정이기 때문이다. 실제로 사람들이 이렇게 되는지를 보여주는 것은 경제학의 영역이라기보다는 심리학의 영역일 것이다. 따라서 이러한 관측결과가 과연 타당한지의 문제는 나중에 해결하기로 하고, 위와 같이 사

람들의 효용을 가정하자. 가상의 경제 주체는 위에서 나타난 형태의 효용을 극대화 하는 문제에 직면하게 된다.

예산제약은 다음과 같이 가정한다.

$$W_{t+1} = (W_t - C_t)(1 + r)$$

여기에서  $W_t$ 는 특정  $t$ 기의 자산을 의미하며, 이는 앞의 논의와 다르게 금융자산에만 국한된다고 가정한다. 또한 무위험 자산의 수익률  $(1+r)$ 은 이미 정해진 것이며, 완전균형 상태에서 얻어진 것으로, 특정 투자자가 투자를 늘리거나 줄여도, 그 값은 변하지 않는 값이라고 가정하자. 또 이 경제 주체는 유산(bequeath)에서 효용을 느끼지 못한다고 가정하고  $t+2$ 기에 죽는다고 가정하자. 이 가정의 함의는 단순한데, 소비자가 자신의 모든 재산을 소비에 사용하게끔 만들려는 것이다. 소비자는 자신이 죽을 때를 대비해서 최대한 소비를 하게 되고, 죽기 직전에 모든 재산을 다 소비에 사용하게 된다. 위의 예산 제약 식에 따르면 한 개인은  $W_t$ 이 주어졌을 때,  $t$ 기의 소비의 양을 결정함으로써 만큼의 효용을 얻게 된다. 이러한 결정을 통하여 해당 기간의 투자 금액 즉  $W_t - C_t$  (이를  $S_t$ 라 정의하고 저축액이라 하면 그 의미가 더 명확히 와 닿지만, 이후의 논의에서 필요하다고 보이지 않으므로 더 이상의 정의는 하지 않는다)과 다음 기의 자산은 자동적으로 결정된다.

위에서 보여주는 예산 제약 식은 특정한 상충관계를 보여준다.  $t$ 기에 개인은  $t$ 기를 늘릴수록  $t$ 기의 효용은 증가하게 된다. 하지만, 현재의 소비를 늘렸기 때문에 미래에 투자할 금액은 자동적으로 감소하며,  $t+1$ 기의 자산은 감소한다. 여기에서 개인은  $t+2$ 기에 죽는다고 가정하였으므로,  $W_{t+1}$ 의 감소분은 오롯이  $U[C_{t+1}]$ 의 감소로 이어지게 된다. 따라서 다음 기에 추가적으로 버는 이자만큼 위의 사람들은 투자를 더 하게 될 인센티브를 갖고, 이러한 제약조건 하에서 최적 결정을 내리게 된다.

위의 효용식과 주어진 예산제약식을 이용하여 최적

화 문제를 해결해 보자. 이 경우 에 대해서 미분하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$U' \left[ W_{t-1} - \frac{W_t}{1+r} \right] = \delta(1+r) U' \left[ W_t - \frac{W_{t+1}}{1+r} \right]$$

위의 식을 경제학적으로 해석하면 그 의미는 다음과 같다. 좌측 괄호의  $W_{t-1} - \frac{W_t}{1+r}$ 은 예산제약식에 따르면 과 동일하다. 반면 우측 괄호의  $W_t - \frac{W_{t+1}}{1+r}$ 은  $C_t$ 와 동일하다. 즉  $t-1$ 기의 소비에 대한 한계효용은  $t$ 기의 소비에 대한 한계효용에 이자율과 효용의 시간에 대한 할인율을 곱한 것과 일치한다. 직관적으로 설명하자면  $t$ 기의 소비에 대비하여  $t-1$ 기의 소비는 추가적인 이자를 얻을 수 없기 때문에, 그만큼 손해를 본다고 할 수 있다. 반면,  $t-1$ 기의 소비에 대해서  $t$ 기의 소비는 1보다 작은  $\delta$ 의 비율로 효용을 얻기 때문에, 시간선호의 측면에서는 덜 선호되게 마련이다. 이러한 한계효용을 각각의 가중치로 곱해준 값이 서로 같은 것이 최적 선택이 되는 것이다.

하지만 위의 모델은 매우 단순한 모델로서, 사무엘슨은 여기에서 무위험 자산에서 조금 더 나아가 위험 자산에 까지 그 영역을 넓힌다. 실제로 자산의 종류는 다양하며, 무위험 자산이 아닌 이상 그 수익률이 실현되기 전까지 실제 값을 사람들은 알 수 없다. 따라서 무위험 자산이 초창기 1의 투자금액을 제공하였을 때, 1기후에  $(1+r)$ 이라는 수익을 준다고 하였을 때 위험자산은 의 금액을 준다고 가정하자. 또한  $t$ 기의 위험자산 투자 비율을 라 하면 이 때의 예산제약식은 다음과 같이 변화한다.

$$C_t = W_t - \frac{W_{t+1}}{(1-\alpha_t)(1+r) + \alpha_t Z_t}$$

따라서 이때의 해를 구하는 것은 위와 같이 변화된 예산제약식 하에서 처음에 풀었던 문제를 똑같은 방식으로 푸는 것이라 생각해볼 수 있다. 이때의 목적함수는 다음과 같이 나타난다.

$$\text{Max} \sum_{t=0}^T (\delta)^t U[C_t]$$

이러한 문제의 기반은 사실 케인스의 제자였던 프랭크 램지로부터 시작되었다. 그는 오랜 시간동안 존재하는 주체가 효용을 극대화 시키는 방식을 해결하는 방식을 고민하고 있었다. 그의 논문인 “A Mathematical Theory of Saving”(램지, 1928)에서 ‘효용’이라는 용어를 사용하는 대신에 ‘잼’이라는 표현을 이용하여 설명한다. 이 아이디어를 추후에 로버트 솔로가 다시 살려내긴 하지만, 이러한 아이디어를 만든 프랭크 램지는 스물여섯의 나이로 황달병으로 죽고 만다.

다시 논의로 돌아와서 이러한 문제를 푸는 데는 기본적으로 변분법(Calculus of variations)이 사용된다. 변분법이란 어떤 제한 조건 하에서 적분의 최소치 혹은 최대치를 구하는 방식으로 우리는 구하려고 하는 효용치의 적분 값을 극대화 한다는 점에서 변분법의 풀이와 정확히 일치한다. 사실 이 경우 연속적인 함수를 가정해야 하며, 이는 논의를 지나치게 확장시킬 수 있기 때문에, 정확한 풀이는 사무엘슨(1969)의 논문을 참조하면 쉽게 알 수 있다.

문제풀이의 기본적인 아이디어는 다음과 같다.  $t$ 기의 목적함수를 라 한다면 위의 문제를 푸는 제일 쉬운 방법은 마지막부터 시작하는 것이다. 문제의 초기에 유산(bequeath)는 없다고 가정하였던 것이 여기에서 매우 유용하게 이용된다. 왜냐하면  $t+2$ 기의 소비와, 재산은 없을 것이기 때문이고,  $t+1$ 을 마지막 소비시점으로 볼 수 있기 때문이다. 도출된 결과는 다음과 같이 일반화된 함수의 형태로 나온다.

$$C_t^* = f[W_t; Z_{t-1}, \dots, Z_0] = f_{T-t}[W_t]$$

$$\alpha_t^* = g[W_t; Z_{t-1}, \dots, Z_0] = g_{T-t}[W_t]$$

즉 위의 함수의 결과를 살펴보면, 소비함수와 위험 금융자산 투자함수는 각각 기에 위험한 금융자산의 수익이 어떻게 발현되었는지에 따라 달라진다는 것을 알 수 있다. 직관적으로는 저런 위험수익이 높아질수록, 위험자산 투자비중은 증가할 것이라고 생각할 수 있다. 하지만 위험자산에 대한 소비의 경우 특정 기수 앞은 증가하겠지만, 특정기수 뒤는 감소할 것이기 때문에, 쉽게 그 답을 도출할 수는 없다.



## VII. 다 기간 접근법 연구-비세이라 (Viceira)

사무엘슨 이후 자산의 다 기간 접근 모델은 계속해서 발전해 왔다. 사무엘슨(1969)의 모델은 그 자체만으로도 우아하지만, 현실에 대한 설명력을 높이고자 하는 연구자들의 노력은 인해 모델을 더욱 발전시켰다. 사무엘슨 모델의 가장 큰 문제를 생각해보자. 모델의 가장 중요한 문제는 모든 기수의 자산은 금융자산만으로 구성된다는 가정이다. 이러한 논의는 문제를 풀기 쉽게 만들지만, 기본적으로 근로소득에 대한 문제를 무시하고 있다. 사람들의 소득의 대부분은 근로소득에서 나오며, 이에 대한 고려 없이는 사람들의 문제 해결에 대한 정확한 답을 구할 수 없다. 따라서 근로소득을 모델에 포함시켜 살펴본 비세이라(2001)의 논의를 살펴보고자 한다.

사무엘슨(1969)의 모델에서 해를 구하는 방식들은, 기본적으로 생애주기에 맞춘 투자 선택을 어떤 방식으로 풀 수 있는 지에 대한 일반론적인 접근이었다. 따라서 소비함수의 경우도 어떠한 값으로 나오는 것이 아니라, 일반적인 함수 형태로 나오는 것이 고작이다. 따라서 실제적인 문제를 풀기 위해서는 추가적인 가정들이 더 들어가야만 한다.

효용함수에 대한 가정은 다음과 같다.

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

이 때 한계효용은

$$U(C_t)' = C_t^{-(1+\gamma)} > 0$$

2계도 함수의 경우

$$U(C_t)'' = -\gamma \cdot C_t^{-(1+\gamma)} < 0$$

의 형태로 도출된다. 처음 조건은 단조 증가하는 함수임을 보여주는 것이며, 다음 조건은 그 함수가 볼록한 형태를 띠고 있다는 기본적인 효용함수의 조건을

보여준다. 하지만 그것보다 중요한 사실이 하나 내재되어 있다.

$$C_t \left( -\frac{U(C_t)''}{U(C_t)'} \right) = r$$

여기서 위의 좌변 식은 상대적 위험회피도를 구하는 식을 의미하며 식의 좌변은 그 값을 의미한다. 중요한 사실은 효용 함수를 위와 같이 가정하였을 때, 그 정도는 오른쪽의 상수 값으로 나타난다는 것이다. 이는 자산의 증감에서 매우 중요하다. 이는 상대적 위험회피도가 일정 상수 값으로 주어지게 되면 특정 금융자산의 소비를 총 자산에서 일정 비중으로 일정하게 유지하게 되기 때문이다. 따라서 시간에 따라서 변화하는 자산자체가 금융자산의 수요에 영향을 미치지 않게 되는 것이다.

이러한 가정이 실제와 맞는지 아닌지는 매우 중요한 사실이다. 하지만, 실제와 다르다고 할지라도 어느 정도 다른지를 알 수 있다면, 그에 맞추어 적절하게 조정을 해주면 되기 때문에 위의 효용함수가 갖는 의미는 매우 크다. 이제 노동소득을 논의의 내부로 가져와 보도록 하자. 일단 개인의 노동 소득 상태에 대한 가정이 필요하다. 개인의 노동소득에는 실직과 같은 위험이 존재하기 때문에, 개인이 지속적으로 고용될 확률을 퇴직할 확률을 라고 하자. 또한 고용 상태의 노동 소득 을 다음과 같이 가정하자.

$$Y_{t+1} = Y_t \cdot e^{g + \xi_{t+1}}$$

여기에서  $g$ 는 상수로서, 노동 소득의 예상 성장률을 의미하며  $\xi$ 는 노동소득에 대한 충격을 의미한다. 또한 문제를 단순화시키기 위해서 투자기회 집합은 매기 일정하다고 가정하자. 따라서 로그로 표현된 위험자산의 기대소득은 일정하다. 또한 위험자산의 위험도는 아래 처럼 정의된다. 이 때 위험자산의 수익률은 노동 상태와 독립적이라고 가정하자.

$$E_t[r_{1,t+1} - r_f] = \mu$$

$$Var_t(u_{t+1}) = \sigma_u^2$$

$$Cov_t(u_{t+1}, \xi_{t+1}) = \sigma_{\xi,u}$$

이 경우 위에서 주어진 조건에 따라 예산 제약식은 다음과 같이 주어진다.

$$W_{t+1} = (W_t + Y_t - C_t) R_{p,t+1}$$

$R_{p,t+1}$  은 자신이 투자한 투자 상품 포트폴리오의 수익으로써 위험자산과 무위험 자산의 투자 비중에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$R_{p,t+1} = \alpha_t(R_{1,t+1} - R_f) + R_f$$

문제는 바로 앞과 동일하게 구성 되어있다. 개인의 효용이 어떻게 설정되어있는지 가정하고, 각 기의 효용을 적분하고, 이를 주어진 예산제약 하에서 최대화시키는 것이다. 노동이 없을 때처럼 에 대해서 미분하게 되면, 앞의 결과와 비슷한 결과를 도출하게 된다. 즉 매기 추가소비에 따른 한계효용의 현재가치가 동일하게끔 최적 선택을 하는 것이다.

$$U' \left[ W_{t-1} - \frac{W_t}{1+r} \right] = \delta(1+r) U' \left[ W_t - \frac{W_{t+1}}{1+r} \right]$$

이제 실제로 구하는 방법을 알아보자. 노동소득을 고려한 예산 제약식은 다음과 같다.

$$U(C_t)' = C_t^{-(1+\gamma)} > 0$$

이제 양변을 로 나눠준다. 은퇴자의 예산 제약식은 노동 소득이 없기 때문에 가0의 값을 가질것이다. 그렇다면 예산 제약식은 위의 기본식과 유사해진다.

$$\frac{W_{t+1}}{W_t} = \left(1 - \frac{C_t}{W_t}\right) R_{p,t+1}$$

이를 로그를 취해주면 아래와 같이 나온다.

$$\log(W_{t+1}) - \log(W_t) = \log\left(1 - \frac{C_t}{W_t}\right) + \log(R_{p,t+1})$$

이제 중요하지 않은 상수를 분리하기 위해서 의 근방에서 테일러 전개를 해준다.

$$\log(W_{t+1}) - \log(W_t) =$$

$$k^r - p_c^r(c_t^r - \log(W_t)) \log(R_{p,t+1})$$

위에서 구한 최적화 일계조건에 적용하면

$$\log(W_{t+1}) - \log(W_t) =$$

$$k^r - p_c^r(c_t^r - \log(W_t)) \log(R_{p,t+1})$$

위의 형태의 오일러 방정식이 도출된다. 위와 같이 나온 두식에 각각  $i = f$ 와  $i = 1$ 을 대입해서 첫 번째 식에서 두 번째 식을 빼면, 퇴직자의 최적 포트폴리오 선택에 대한 답을 구할 수 있다. 퇴직자의 위험자산 수요인  $\alpha^r$ 은 다음과 같이 도출된다.

$$\alpha^r = \frac{u + \sigma_u^2/2}{\gamma b_1^r \sigma_u^2}$$

반면 노동소득을 가정하였을 때의 노동자의 최적 포트폴리오 선택에서 위험자산 투자비율은

$$\alpha^r = \frac{u + \sigma_u^2/2}{\gamma \bar{b}_1 \sigma_u^2} - \frac{\pi^e(1 - b_1^e)}{\bar{b}_1} \cdot \frac{\sigma_{\xi u}}{\sigma_u^2}$$

이 둘을 비교해 보도록 하자. 우선 과 는  $\frac{\pi^e(1 - b_1^e)}{\bar{b}_1} \cdot \frac{\sigma_{\xi u}}{\sigma_u^2}$  항을 제외하고는 거의 유사한 모습을 보인다.  $\frac{\pi^e(1 - b_1^e)}{\bar{b}_1} \cdot \frac{\sigma_{\xi u}}{\sigma_u^2}$  항은 헤징 부분(hedging component)이라 불린다. 실제로 가 증가할수록, 그리고 가 증가할수록 가 작아지기 때문이다. 실업의 가능성이 높다는 의미는, 자신이 의지할 유일한 소득이 금융 자산 소득밖에 없다는 의미이다. 위험기피성향을 갖는 소비자는 예산제약의 급격한 하락에 매우 민감하며, 이에 대비해서 투자를 할 수 밖에 없다. 일반적으로 위험자산이 더 많은 수익을 주긴 하지만, 이에 동반해서 따라오는 위험에 더욱 민감해지는 것이다. 또한 노동과 금융자산 간의 상관관계가 높다는 것은, 둘 사이의 헤지가 잘 이루어질 수 없다는 의미이다. 기본적으로 사람들은 자신이 갖고 있는 금융자산을 통해서 노동소득의 위험성을 헤징하거나, 노동소득을 통해 금



용자산의 위험성을 헤징한다. 따라서 높은 수익을 얻으면서, 분산투자를 통해 위험성을 낮출 수 있다. 하지만 둘 간의 상관관계가 높아진다면 헤지가 불가능해지기 때문에, 위험자산 투자비율이 더욱 감소하게 된다.

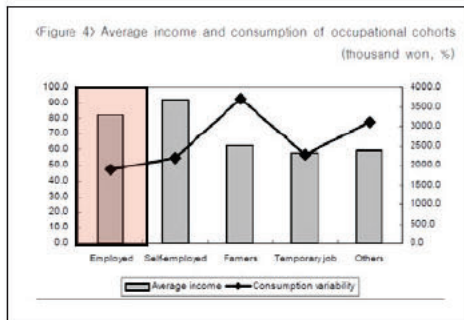
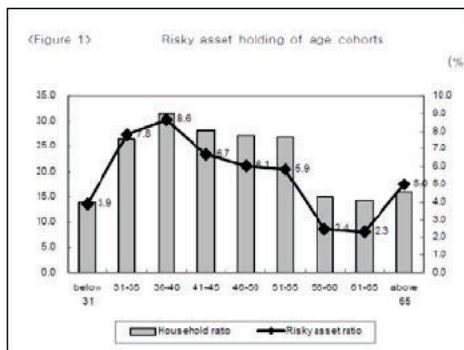
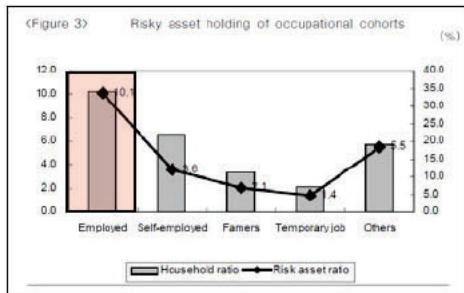
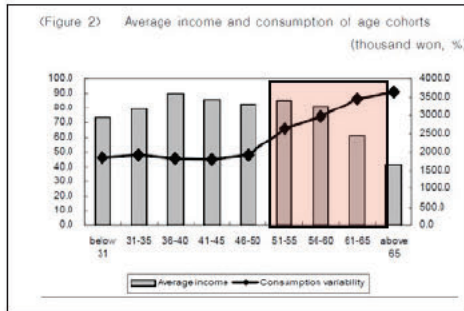
또한 이 외에도  $\alpha^r$ 은  $b_1^r$ 을 분모로 두고 있는 반면에,  $\bar{b}_1$ 을 분모로 두고 있다. 이는 소비의 금융자산 탄력성을 의미하며, 소득의 원천이 더 다양할수록, 소비가 금융자산에 의존하는 경향은 낮아지게 된다. 따라서  $b_1^r < \bar{b}_1$ 의 형태를 보이기 때문에, 노동소득을 갖고 있는 사람이 더 많은 위험자산 투자를 하게 된다.

지금까지의 결과를 요약하면 다음과 같다. 사람들은 단순히 한 기간 동안만 투자하는 것이 아니라, 여러 기간 동안의 최적화 과정을 거쳐 투자를 한다. 이 때 이자율을 통해 생겨나는 현재 소비와 미래 소비간의 상충관계를 램지 모형에서처럼 최적화 과정을 거쳐서 해결해내는 것이다. 더불어 노동소득을 추가하고, 실제로 효용함수를 가정함에 따라 논의를 더욱 확장시키고, 실제로 그 값을 구해볼 수도 있다. 이 경우 앞에서처럼 일반화된 형태로 답이 나오는 것이 아니다. 또한 이때의 포트폴리오 구성은 좀 더 위험자산을 선호할 것임을 증명할 수 있다. 이는 우리의 직관과도 일치한다. 사람들은 나이가 많을수록 더욱더 보수적으로 투자하는 경향이 있으며, 나이가 어릴수록 향후에 주어지는 투자의 기회가 많기 때문에, 더욱더 적극적이고, 위험한 투자를 한다. 이러한 관점에서 보았을 때, 생애 주기에 따른 노화과정은 자신의 투입 가능한 총 노동 투입량을 소득으로 실현시킨 뒤, 가처분소득을 다시 금융자산으로 전환하는 과정인 것이다.

## VIII. 데이터 실증 연구와 그 결론

위에서 살펴본 것은 모델을 통한 사람들의 행동을 묘사하는 것이었으며, 실제로도 직관과 일치하여 유용할 수 있다고 여겨진다. 이제 실증적 데이터의 검증을 통하여 비세이라는 모델을 검증해보고자 한다.

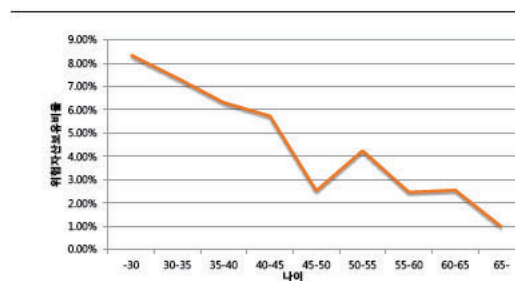
관련 분야에서 연구를 시작한 김시원(2009)에서는 다음과 같은 결과를 제시하고 있다.



위의 결과를 해석하면 다음과 같다. 첫 번째 도표에서는 연령 코호트에 따라 나이가 많아질수록, 평균임금은 증가하다가, 은퇴연령을 지나가면, 감소하는 경향을 보인다. 반면, 소비의 변동성은 지속적으로 증가하는 경향을 보인다. 두 번째 도표에서는 노동이 위험한(여기에서의 위험은 실직의 우려이다)정도가 클수

록, 그 사람의 위험자산 보유비율은 낮은 경향을 보인다. 이는 우리가 살펴보았던 결과와 일치한다. 세 번째 도표에서는 사회초년생의 위험자산 보유비율이 굉장히 높으며 은퇴하기 전까지 계속해서 그 비율이 감소하는 경향을 보인다. 흥미롭게도, 이후에 다시 올라가는 모습을 보인다. 네 번째 도표에서는 직업의 성향에 따라서 평균적인 임금과 소비가 나타나는 양상을 보여준다. 한편, 정규직의 경우 제일 낮은 소비 변동성을 보여준다. 이는 앞서 제시한 결과와 유사하게, 노동자산을 갖는 사람의 탄력성이 낮다는 것을 보여주는 실증적인 자료라고 할 수 있다.

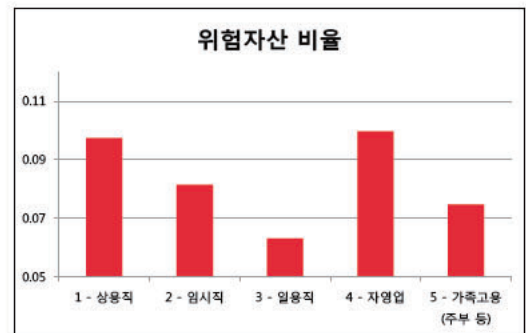
하지만 위의 저자의 경우 기본적으로 1993년부터 1997년까지의 패널자료를 통해서 그 결과를 도출했다. 1998년의 외환위기 이후, 사람들의 일반적인 행동 경향이 많이 바뀌었음을 감안하여, 우리는 이러한 경향이 현재도 나타나는지 확인해보고자 노동고용패널을 이용하여 결론을 도출하고자 하였다. 아래의 자료는 우리가 노동고용 패널을 통해 도출한 결론이다. 우선 아래의 도표는 나이와 그에 따른 위험자산 보유비율이다.



실제로 도출된 위험자산 보유비율은 약 0.91 정도였으며, 조정된 값은 0.881로 도출되었다. 위험자산 보유 비율에 대해서 나이가 상당히 좋은 설명 변수임을 알 수 있는 것이다. 이는 위에서 연령 코호트에 대해서 점차 위험자산 수요가 적어지는 것과 관계있을 것이다. 하지만 다소 재미있는 사실은 45~50사이에서 극심한 위험자산 수요 감소 현상이 보인다는 것이다. 이러한 특이점은, 45~50 대 가구주의 경우 가계에서 자녀의 교육 등으로 인해서, 지금까지 모아왔던 많은 금융자산을 쓰기 때문으로 보인다. 특히 노동고용패널의

경우 가구주를 모두 남자로 조사하기 때문에, 부양의 부담이 중년나이 대 가구에서 이러한 변곡점이 생기는 것으로 생각된다.

이제 노동소득의 위험성과 위험자산의 비율간의 관계를 살펴보자.



위의 결과에서는 상용직일수록 위험자산 비율이 높았으며, 특이할 점은 자영업자에게서도 위험자산 비율이 높았다는 점이다. 여기에 대해서는 현재의 모델로 설명하기 어려운 측면이 있다. 하지만 아무래도 전체적인 자산을 모은 액수가 적어서 이런 경향이 보이지 않을까 여겨진다.

결론은 요약하면 다음과 같다. 최근의 추세는 예전보다 더 젊은 층에서 위험 자산을 더 보유하고 있으며, 연령이 높아질수록 위험자산 보유가 줄어들고 있다. 한편 90년대와는 달리 자영업자들도 상용직 근로자들과 마찬가지로 위험자산에 투자를 많이 하고 있다. 그러나 위험도가 큰 일용직, 임시직 근로자들은 위험자산에 상대적으로 덜 투자하는 경향을 보이고 있다. 마지막 결과는 부의 수준 자체가 높으면 위험자산에 대한 수요가 증가한다는 것이다. 반면 소득의 크기와 위험자산 투자는 유의미한 상관관계를 보이지 않는 것을 확인할 수 있었다.

#### IV. 연구의 결론과 그 한계

연구의 전반부에서는 단기간 포트폴리오 구성에 대한 기본적인 CAPM에서의 방식을 소개하였다. 이를 통해서 합리적인 개인이 주어진 금융자산을 어떻게 구



성해야 최적 포트폴리오를 구성할 수 있는지, 또한 어떤 방식으로 구성한 포트폴리오를 평가할 수 있는지에 대해서 살펴보았다. 실제 자료를 통해 구해진 포트폴리오를 바탕으로 실제와의 괴리되는 곳을 찾아내고 이를 보완할 방법을 모색하였다. 그 결과로서 타 분야에 사용되는 VaR 모델을 도입하여 기존 CAPM 모델의 설명력을 끌어올리려 하였다.

연구의 후반부에서는 전반부 연구의 근본적인 한계가 단기간 모델에서 기인한다는 점에 착안하여, 다기간 모델을 연구들을 조사하고 이에 대해서 소개하였다. 기본적으로 다 기간 연구가 발전할 수 있었던, 시대적, 역사적 배경을 살펴본 후, 이러한 다 기간 연구 결과에서 나온 모델이 어떤 의미를 갖는 지 살펴보았다. 중요한 사실은 경제주체들은 주어진 수익률 하에서 자신의 위험을 최소화하려고 하고, 이를 여러 가지 수단을 통해 이루어 낸다는 것이다. 여러 기간 간에 소비를 분산시켜서 위험을 분산시키거나, 또는 금융자산

뿐만 아니라 노동자산을 포함시킴으로써 위험성을 낮출 수 있음을 살펴보았다. 마지막으로 실증연구에서는, 위에서 제시된 소비의 금융자산 탄력성이 실제로 나타나는지, 또한 연령과 위험자산 보유의 어떠한 상관관계가 있는지 실증자료를 구성하여 살펴보았다. 결론적으로 이러한 문제들은 기존의 선행연구에서 찾을 수 있던 자료와 그렇게 다르지 않았으며, 대부분의 경우 직관적으로 예측 가능한 사실을 던져준다는 점을 다시금 확인 할 수 있었다. 하지만 위에서 제시한 연구는 기본적으로 가정을 확률적 부문에서 제일 간단한 정규분포로 까지 밖에 확장하지 못하였다. 사실 노동소득, 그리고 금융소득이 어떻게 구성되는지가 모델의 가장 기초적인 부분이면서 동시에 모델의 결론을 도출하는 데 핵심이기도 하다. 또한 이자율이 완전균형을 이룬다는 가정 하에서 시작했다는 점은, 기본적으로 위 모델이 부분 균형모델임을 알려준다. 이를 좀 더 확장시킬 수 있다면 연구의 의의는 더욱 커질 것이다.

## References

### [논문 및 단행본]

김시원, 「노동소득 불확실성 하의 위험자산 수요 : 패널분석」, 한국은행, 2009.

이광로 · 문성주, 「VaR 를 이용한 금융기관의 위험관리방안에 관한 연구」, 생산성 논집 2000.

조문희 · 김규형 외, 「Shortfall 제약과 다기간 최적자산배분」, 한국파생상품학회(구 한국 선물학회), 2001.

황승규 · 임형준 외, 「기대수익률의 추정에 의한 최적자산 배분에 관한 연구」, 재정정책논집, 2009.

황승규 · 임형준 · 전용일, 「최적자산배분에서 적정위험 지표의 선정에 관한 연구」, 금융연구, 2012.

「주요국의 주택가격 비교와 시사점」KB 금융지주 경영연구소, KB경영정보리포트 2013 11호, 가계금융 · 복지조사보고서(2012)

David Warsh, 김민주 역, 「자식경제학 미스터리」, 2008, p.187.

Benzoni. L., Collin – Dufresne.P., Goldstein. S.R., [Portfolio choice over the Life – cycle when the stock and labor markets are cointegrated], The journal of Finance, 2007.

Bodie. Z., Merton. R. C., Samuelson. W.F., [Labor supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model], Journal of economic dynamics and Control, 1992.

Brandt. M. W., [Estimating portfolio and consumption choice : A conditional Euler equations approach], The journal of finance, 1999.

Hendricks. D., [Evaluation of value – at – risk models using historical data], Economic Policy Review, 1996.

Levhari. D., Srinivasan. T. N., [Optimal Savings under uncertainty], The Review of Economic studies, 1969.

Markowitz. H., [Portfolio selection], The journal of finance, 1952.

Merton. R. C., [Lifetime portfolio selection under uncertainty : The continuous – time case], The review of Economics and Statistics, 1969.

Samuelson. P. A., [Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming], The Review of Economics and Statistics, 1969.

Viceira. L. M., [Optimal Portfolio choice for long – horizon investors with Nontradable labor income], The journal of finance, 2001.