

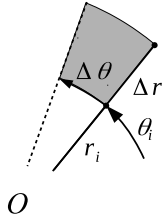
上図に示すような、半径 R の扇型の重心座標 $G = (X, Y)^T$ を、積分計算で導出したい．図のように y 軸が対称軸となる配置で考える．なお、扇型の面密度は $\rho \text{ [kg/m}^2\text{]}$ で一定とする．以下の空欄を埋めよ．

問 1 扇型の質量 M を求めよ．

$M =$

(1)

問 2 扇型上の点を極座標 (r, θ) で表す．この扇型を、微小動経 Δr と微小角度 $\Delta \theta$ の小片に分割する．下図は i 番目の小片を表す．小片の総数を N で表す．



この細片を台形で近似し、その面積 ΔS_i を求めよ．
長いほうの円弧を下辺とみなすと、その長さ w_1 は、

$w_1 \approx (r_i + \Delta r) \times$

(2)

となる．同様に、上辺（短い方）の長さ w_2 は、

$w_2 \approx r_i \times$

(3)

となる．以上と高さ $h \approx \Delta r$ より台形の面積を求め、微小量の 3 次以上の項を無視すると、

$\Delta S_i \approx$

(4)

が得られる．

問 3 i 番目の小片の質量 m_i を求めよ．

$m_i = \rho \Delta S_i =$

(5)

問 4 i 番目の小片の位置ベクトル \mathbf{x}_i の直交成分を、 r_i と θ_i で表わせ．

$\mathbf{x}_i = r_i$

(6)

問 5 N 個の小片をそれぞれ質点とみなし、扇型を N 個の質点からなる離散剛体とみなす．算法 5.1 を用いて、扇型の近似的な重心座標 G_N を求めよ．

$$G_N = \begin{bmatrix} X_N \\ Y_N \end{bmatrix} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{x}_i \quad (\text{算法 5.1}) \quad (7)$$

$$= \frac{2}{\alpha R^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \text{ } \\ \sum_{i=1}^N \text{ } \end{bmatrix} \Delta \theta \Delta r \quad (8)$$

問 6 近似的な重心の y 成分 Y_N について、 $N \rightarrow \infty$ の極限をとる．得られる積分を書き下せ（テキスト 46 ページ「積分への書き換え」）．

$$Y = \lim_{N \rightarrow \infty} Y_N \quad (9)$$

$$= \frac{2}{\alpha R^2} \iint_{\text{扇型}} \text{ } d\theta dr \quad (10)$$

問 7 θ と r の変域を適切にとり、2 重積分を実行して、重心の y 座標 Y を求めよ．

$Y =$

(11)

一方で、扇型の対称性より、重心の x 座標 $X = 0$ は明らか．

提出方法	http://edu.katzlab.jp/lec/mdyn の「提出用紙」を印刷して使用すること 1 枚以内で解答し、裏面には「感想/要望」を書くこと 複製が疑われるレポートは不正行為の証拠とする（当期全単位 0）
提出期限	次回の前日（次々回以降は、原則として受け取らない）
提出先	機械棟 3 階 システム力学研究室 (2) のレポート提出ボックス

ウラ面に
感想を書いて
チェック ✓

と
じ
し
ろ

表
裏
こ
こ
に
は
書
か
な
い