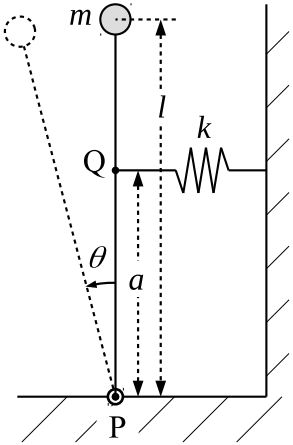


右図のように、質量  $m$  [kg]、長さ  $l$  [m] の単振り子が床に回転支持され、さらに、支持点から  $a$  [m] の位置で壁面からばね支持されている。ばね定数は  $k$  [N/m] であり、ばねの自然長で振り子は垂直となる。振り子の倒れ角  $\theta$  は十分に小さく、すべてのエネルギー損失は無視できる。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。この系の固有角振動数を求めたい。以下の空欄を埋めよ。



(1)  $\theta$  に関する運動方程式 静止点  $P$  を原点とし、水平右向きに  $X$  軸、鉛直上向きに  $Y$  軸をとる。また、倒れ角  $\theta$  [rad] を一般化座標とする。

問 1 質点  $m$  の位置ベクトル  $x$  と、速度ベクトル  $\dot{x}$  を一般化座標で書き下せ (三角関数も用いる)。さらに、それらを、 $\theta$  は十分に小さいとして線形化せよ ( $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$ )。

$$x = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, \quad \dot{x} \approx \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, \tag{1}$$

問 2 この系の全運動エネルギーを一般化座標で書き下せ。

$$T = \frac{m}{2} \|\dot{x}\|^2 = \frac{m}{2} \left[ \phantom{0} \right] \tag{2}$$

問 3 この系の全ポテンシャル・エネルギーを一般化座標で書き下せ。なお、点  $Q$  の水平変位  $w$  は、問 1 と同様に  $w \approx \left[ \phantom{0} \right]$  で近似する。

$$U = -mgl + \frac{k}{2} \left[ \phantom{0} \right] \tag{3}$$

問 4 ラグランジュの運動方程式を用いて、 $\theta$  に関する運動方程式を求めよ。

$$\left[ \phantom{0} \right] \ddot{\theta} + \left[ \phantom{0} \right] \theta = 0 \tag{4}$$

(2) 固有角振動数の割り出し

問 5 運動方程式 (4) に基づいて、固有角振動数  $\omega_n$  を割り出せ。(テキストの式 (13.18) と比較できる形に運動方程式を変形する)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\left[ \phantom{0} \right]}{\left[ \phantom{0} \right]}} \tag{5}$$

提出方法	http://edu.katzlab.jp/lec/mdyn の「提出用紙」を印刷して使用すること 1 枚以内で解答し、裏面には「感想/要望」を書くこと 複製が疑われるレポートは不正行為の証拠とする (当期全単位 0)
提出期限	次回の前日 (次々回以降は、原則として受け取らない)
提出先	機械棟 3 階 システム力学研究室 (2) のレポート提出ボックス

ウラ面に  
感想を書いて  
チェック ✓

とじしろ  
表裏  
ここには  
書かない