

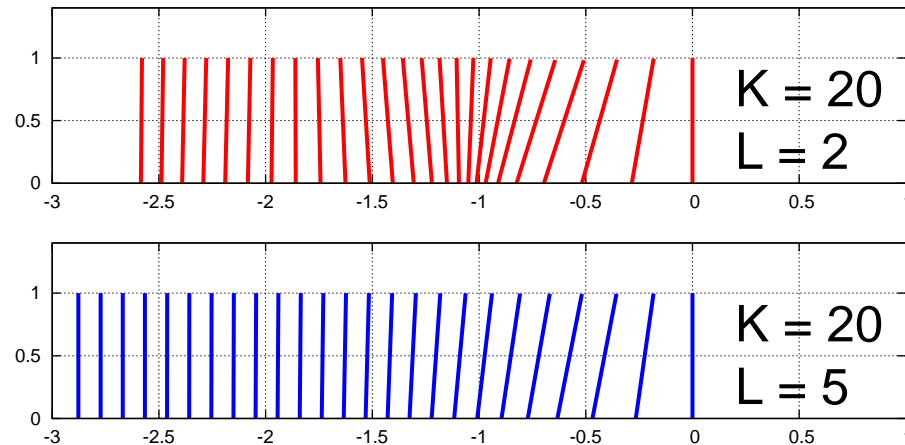
# 第 13 回 機械力学

## 振動と固有値

宇都宮大学 工学研究科 吉田勝俊

講義の情報 <http://edu.katzlab.jp/lec/mdyn/>

# 学習目標



試行錯誤なしに調整したい！(設計問題)

## ■ 固有値の導入

■ 構造パラメータ ( $m, c, k$ )  $\Rightarrow$  固有値

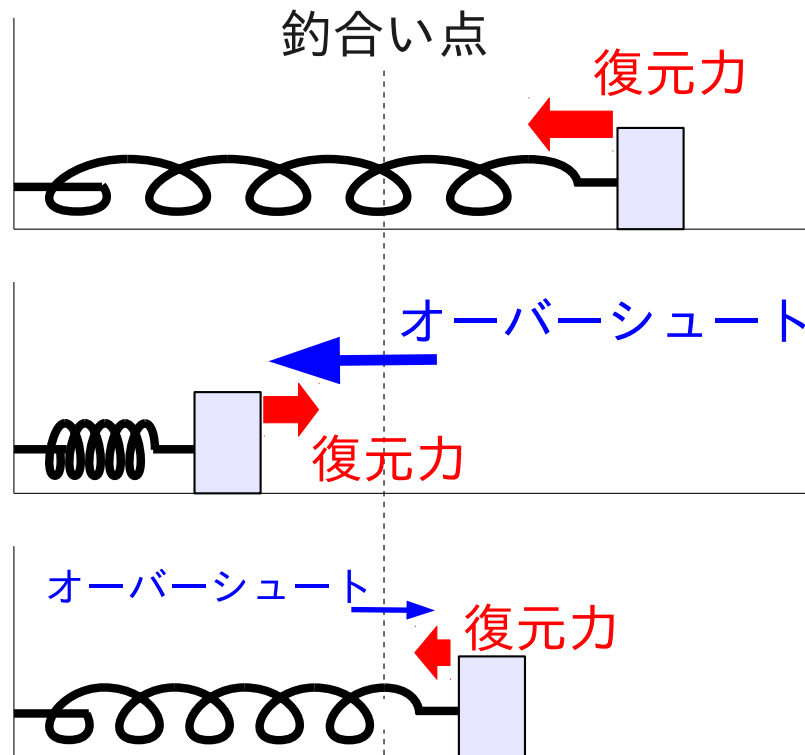
■ 固有値のパターン = 複素数のパターン = 振動のパターン

## ■ 自立ロボットへの応用      前回の謎解き

# 振動

**定義** 同じ場所を行ったり来たりする運動

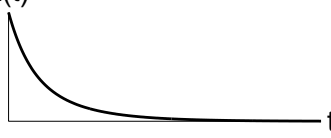


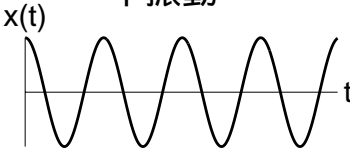
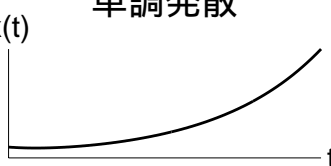

## ■ 原因は「復元力」



## ■ 様々な実例： <http://edu.katzlab.jp/lec/mdyn/vib>

# ダイナミクス分類 (表 13.1 p.122)

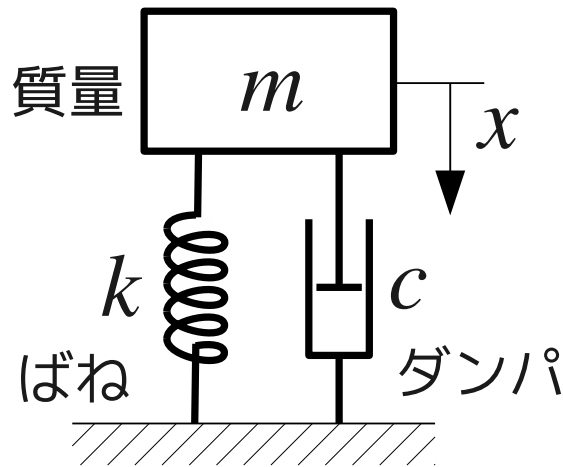
振動する系は, 6 種類のダイナミクス (=動き方) を内在する

固有値 $a \pm ib$		虚部 $b$ の有無	
		$b = 0$ (非振動)	$b \neq 0$ (振動)
実部 $a$ の符号	$a < 0$ (減衰・安定)	<p>単調減衰</p> 	<p>減衰振動</p> 
	$a = 0$ (一定・中立)	<p>一定値</p> 	<p>単振動 *</p> 
	$a > 0$ (発散・不安定)	<p>単調発散</p> 	<p>発散振動</p> 

\* 単振動 = 一定振幅の振動

# 1 自由度自由振動系 (図 13.1 p.122)

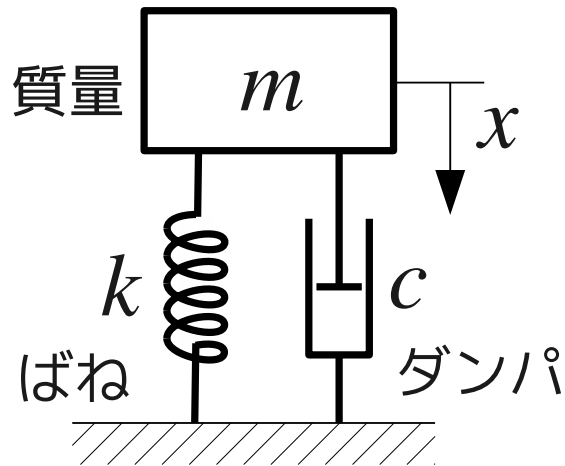
6 種類のダイナミクスが起こる，最も単純なモデル



- 変位  $x$  …… 釣合い点からのずれ．
- 質量  $m$ ，ばね定数  $k$ ，粘性係数  $c$
- $(m, c, k)$  を調整すると，6 種類のダイナミクスが再現する！

## $(m, c, k)$ の難点

- 構造  $(m, c, k)$  を見ても, どんな動きになるか不明.



### 例題

$m = 5.5, c = 3.2, k = 0.8$  の振動波形を 30 秒で描け (無理)

⇒ 固有値を使う

# 固有値の求め方

運動方程式  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$

↓ 同じ係数の代数方程式

固有方程式  $ms^2 + cs + k = 0$

↓  $s$  について解く

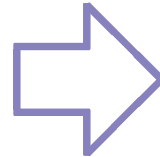
固有値  $s = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}, \quad \frac{-c + \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$

# 固有値の役割

## 構造パラメータ

質量  $m$   
減衰係数  $c$   
ばね定数  $k$

固有方程式



## 動特性パラメータ

固有値

$$s = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

■ 固有値＝動特性パラメータは，直接，動き方を表わす．

⇒ 固有値の実部 … 減衰の強さ

⇒ 固有値の虚部 … 振動数

## 例題

固有値  $s = -0.29 \pm 0.25i$  の振動波形を 30 秒で描け (可能)



# 演習タイム

■ テキストの 13.3.2 節 , 13.3.3 節 , 13.4 節を自習せよ .

13.5 節「減衰比と固有振動数」は次回行う .