

競合と協調を表す四節リンク機構の試作*

日下田 淳^{*1}, 吉田 勝俊^{*1}, 羽金 拓也^{*2}, 橋本 拓実^{*3}

A Four-Bar Linkage Mechanism Representing Competition and Cooperation

Atsushi HIGETA^{*1}, Katsutoshi YOSHIDA, Takuya HAGANE and Takumi HASHIMOTO^{*1} Engineering, Utsunomiya University
7-1-2, Yoto, Utsunomiya, Tochigi, 321-8585, Japan

In this paper, we propose a four-bar linkage mechanism representing competition and cooperation. For this purpose, we propose a Single Bistable Pendulum (SBP) mechanism of simple mechanism that have bistability by magnetic force and ferromagnetic cam. And we propose a four-bar linkage mechanism that have quadri-stability, connected the pendulum points of two SBP mechanisms by link. We obtain a basin of attraction of the four-bar linkage mechanism experimentally. Moreover, we derive a analysis model of the four-bar linkage mechanism, and obtain a basin of attraction of the analysis model numerically. Then, we compare a basin of attraction of the four-bar linkage mechanism with the analysis model. The result shows that the analysis model is suitable as a analysis model of the four-bar linkage mechanism.

Key Words : Four-Bar Linkage Mechanism, Multi-Agent System, Inverted Pendulum, Penalty Method

1. 緒 言

自律的な個体 (エージェント) のもっとも単純な一例に、倒立振子がある。倒立振子の振り上げ制御や安定化制御に関して、これまでに多くの研究がなされており、高橋ら⁽¹⁾によるブレイバック制御やインテリジェントコントローラを用いたトルク制限がある場合の倒立振子の振り上げ制御、江村ら⁽²⁾による振子の先端に取り付けられた反動車による倒立振子の安定化制御などの研究がある。その一方で、現実のエージェントは単体のみで存在することは少なく、複数のエージェントが同時に存在し、お互いに影響を及ぼし合う状況にあると考えるのが自然である。複数のエージェントが共通の資源や環境を共有するとき、そこには利害の一致や不一致のダイナミクスが起こる⁽³⁾。本研究では、2 台の倒立振子の振子先端同士を剛体のリンクで接続した結合倒立振子に着目するが、杉江ら⁽⁴⁾は、本研究と等価な結合倒立振子の安定化制御に関する研究を行っている。しかしながら、以上の先行例では、エージェント間の協調による安定化を課題としており、エージェント間の競合問題、つまり、あるエージェントが他のエージェントを転倒させようとするような問題は議論されていない。

このような問題の解明に向けて、筆者らは前報^{(5)~(11)}において、個体単体の非線形力学特性が、競合と協調の直接要因となるような小自由度モデルを考えた。まず、モデルの具体例として、PD 制御によって倒立安定化された 2 台の倒立振子を用意し、その振子先端同士をリンク結合した、結合倒立振子モデルを提案した^{(5)~(6)}。次に、提案モデルの初期値依存性とインパルス応答の大域的な性質を明らかにし、その結果を階層型コントローラの観点で整理しながら、結合倒立振子の各振子 (エージェント) が、互いの競合と協調を図るために行きかう戦略の具体例を示した^{(6)~(7)}。提案モデルの初期値依存性についてより詳細な検討を行い、平衡点の吸引域が極めて複雑な形状となるパラメータ条件の存在を明らかにし、この吸引域の複雑形状がフラクタル的な自己相似性を持つことを確かめた^{(7)~(9)}。さらに、提案モデルの制御入力の方にバンバン入力を付加することで、相手を倒そうとする (対戦

* 原稿受付 2011 年 1 月 20 日

^{*1} 正員, 宇都宮大学大学院工学研究科 (〒 321-8585 栃木県宇都宮市陽東 7-1-2)^{*2} 古河産機システムズ (株) (〒 328-0011 栃木県栃木市大宮町 2245)^{*3} (株)IHI (〒 135-8710 東京都江東区豊洲三丁目 1-1)

Email: higeta@katzlab.jp



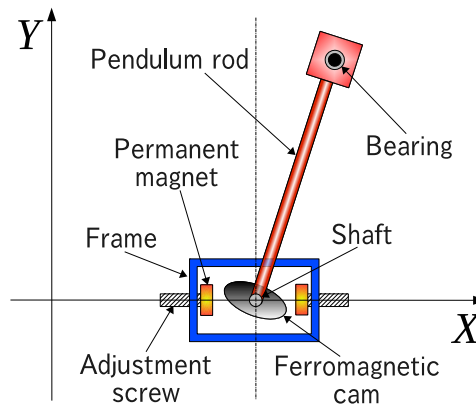


Fig. 1 Single Bistable Pendulum (SBP) mechanism

的な) 状況を表し、このパンパン入力をヒトに創発させることにより、相手を倒そうとする状況下でヒトが行使しうる運動戦略の特徴を明らかにした⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。

我々が提案した結合倒立振子は、4 節リンク機構の一種とみなすことができるが、同種の機構についてこれまでに多くの研究がみられる。森田ら⁽¹²⁾による 4 節クランクレバー機構の節点力作用方向の急変化を改善することを目的とした動力学的な設計法、Vahit Mermertas⁽¹³⁾による 4 節平面マニピュレータの最適な運動学的設計法の提案、鳥居ら⁽¹⁴⁾による弾性 4 節リンク機構において実験的にパラメータを同定する方法の提案、渡辺ら⁽¹⁵⁾による非グラスホフ平面 4 節リンク機構の 1 周期運動を安定化するための新しい駆動法の提案、A. Trevisani⁽¹⁶⁾による 4 節フレキシブルリンク機構における位置制御などがある。しかしながら、これらの 4 節リンク機構は全てのリンクが固定長か、もしくは微小変形する場合のみを扱っており、本研究のようなリンクの 1 つが自由に伸縮するような構造は考慮されていない。以上、現段階ではエージェント間の競合問題を表現可能な結合倒立振子モデルを、具体的な 4 節リンク機構として実装した例は存在しないようである。

そこで本研究では、前報⁽⁵⁾⁽⁶⁾で提案した結合倒立振子と同等の四重安定性を現実の 4 節リンク機構として試作する。次に、今後の理論解析や制御方法の検討に向けて、提案した機構の解析モデルを導出しその妥当性を示す。具体的には、PD 制御器による倒立振子の双安定性を、磁性カムを用いた双安定振子機構で機械的に再現する。提案した双安定振子機構の力学モデルを導出し、物理パラメータの算定、復元力特性、粘性減衰係数およびクーロン摩擦係数の同定を行い、必要な解析モデルを得る。次に、2 台の双安定振子機構の振子先端同士をリンクで接続した結合双安定振子機構を提案する。提案機構の各振子の初期角度を様々に変えて初期角度に対する応答の吸引域を求め、提案機構が従来の結合倒立振子と同等な四重安定性を持つことを示す。さらに、提案機構の解析モデルを導出し、提案機構と解析モデルの吸引域を比較することにより、導出した解析モデルが提案機構の解析モデルとして妥当であることを示す。

2. 双安定振子機構の提案と双安定性

上死点および下死点で安定するような PD 制御器をもつ倒立振子は双安定性を有する。こうした双安定性を有する単純な機構を提案する。また、提案機構の力学モデルおよび運動方程式を導出し、提案機構の測定値からモデルパラメータの算定および同定を行う。

2.1 双安定振子機構

PD 制御を受ける倒立振子モデル^{(5)~(7)}の双安定性を、単純な機械構造で再現するため、図 1 に示すような磁性カムを用いた機構を提案する。この機構を双安定振子機構とよぶことにする。

双安定振子機構は、台車と振子棒から構成する。台車は、フレーム、シャフト、永久磁石、調節ねじ、強磁性体の楕円カムからなる。振子棒の先端には、後述する結合のためのベアリングを取り付ける。台車のフレームおよびシャフト、振子棒は、磁力による影響を受けないようにするため、材質にジュラルミン (A2017) を用いる。振子棒はフレームの中心で回転支持され、この回転軸に強磁性体の楕円カムを設置する。振子棒と楕円カムの長軸は互いに直交させる。フレーム内部の左右には永久磁石を設置する。永久磁石と楕円カムとの間隔は、調節ねじに

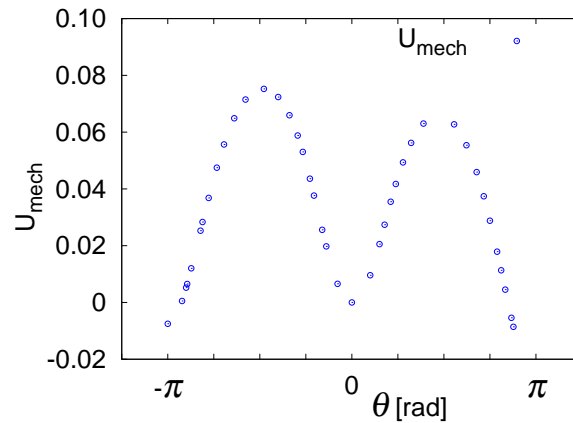


Fig. 2 Potential of the SBP mechanism

より調節可能である．台車は水平方向に自由に運動できるように，リニアガイドを介してレールに取り付ける．

以上の機構により，振子棒と連動した強磁性体の楕円カムと永久磁石の相対運動により，振子棒には上死点および下死点で安定するような復元力が発生する．この復元力によって，従来の PD 制御器と同様の双安定性が実現できる．

2.2 提案機構の双安定特性

提案した双安定振子機構が双安定性を有することを確認するために，ポテンシャル U_{mech} を測定した．これは，提案機構の復元力の計測値を数値積分することで求めた．提案機構の復元力 $\zeta_M(\theta)$ は，振子先端に鉛直下方向もしくは鉛直上方向に一定の力 F を与え，振子の倒れ角 θ を計測し，これらを式 (1) に代入することで求めた．

$$\zeta_M(\theta) = F \sin \theta \quad (1)$$

測定した提案機構のポテンシャル U_{mech} を図 2 に示す．図 2 より，提案機構のポテンシャルは $\theta \approx 0, \pm\pi$ で極値をとるので，上死点 ($\theta = 0$) および下死点 ($\theta = \pm\pi$) で安定することがわかる．したがって，提案した双安定振子機構は，上死点および下死点で安定するような PD 制御器と同様の双安定性を有することが，実験的に確かめられた．

2.3 提案機構の力学モデル

提案した双安定振子機構の力学モデルを導出する．図 3 に本研究で仮定した提案機構の力学モデルを示す．このモデルを双安定振子モデルとよぶことにする．

このモデルは，A を台車，AB を振子とする振子長 r の倒立振子である．G は振子の重心， x は台車の水平変位， θ は振子の鉛直方向からの倒れ角， F_x は水平方向の摩擦力， F_θ は回転方向の復元力と摩擦力の和である．その他のパラメータは，表 1 に示す．

Table 1 System Parameters of the SBP model.

Parameters	Unit	Description
x	m	Horizontal displacement of cart A
θ	rad	Angular displacement of pendulum AB
m_d	kg	Mass of cart A
m_s	kg	Mass of pendulum AB
r	m	Length of pendulum AB
F_x	N	Frictional force in x direction
F_θ	N · m	Frictional force and restoring force in θ direction

2.4 双安定振子モデルの運動方程式

図 3 に示した双安定振子モデルの運動方程式を導出する．一般化座標を，

$$\mathbf{q} = (x, \theta)^T \in \mathbb{R}^2 \quad (2)$$

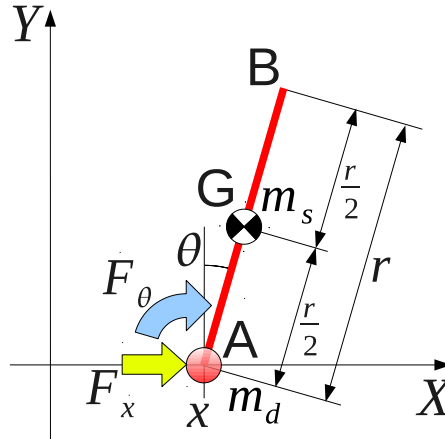


Fig. 3 Dynamical model of the SBP mechanism: SBP model.

対応する一般化力を,

$$\mathbf{F} = (F_x, F_\theta)^T \in \mathbb{R}^2 \quad (3)$$

とおく. このとき, 全運動エネルギー T および全ポテンシャルエネルギー U は,

$$T = \frac{1}{2}(m_d + m_s)\dot{x}^2 + \frac{m_s r}{2} \cos \theta \cdot \dot{x} \dot{\theta} + \frac{m_s r^2}{8} \dot{\theta}^2 + \frac{I}{2} \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} m_s g r \cos \theta \quad (4)$$

となる. ただし, I は振子の慣性モーメントであり,

$$I = \frac{m r^2}{12} \quad (5)$$

である. また, 一般化力 F_x は x 方向の摩擦力 D_x , F_θ は θ 方向の復元力 τ と摩擦力 D_θ の和,

$$F_x = -D_x, \quad F_\theta = -\tau - D_\theta \quad (6)$$

とする. 摩擦力 D_x , D_θ のモデルとして, A 点まわりの粘性減衰とクーロン摩擦を考慮する.

$$D_x = C_x \dot{x} + \mu_x \text{sgn} \dot{x}, \quad D_\theta = C_\theta \dot{\theta} + \mu_\theta \text{sgn} \dot{\theta} \quad (7)$$

ただし, C_x , C_θ は粘性減衰係数, μ_x , μ_θ はクーロン摩擦係数, $\text{sgn} \dot{x}$, $\text{sgn} \dot{\theta}$ は符号関数である.

以上の $L = T - U$, F_q ($q = x, \theta$) をラグランジュの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F_q \quad (q = x, \theta) \quad (8)$$

に代入することにより, 双安定振子モデルの運動方程式が次のように得られる.

$$\begin{cases} (m_d + m_s)\ddot{x} + \frac{m_s r}{2} \cos \theta \cdot \ddot{\theta} - \frac{m_s r}{2} \sin \theta \cdot \dot{\theta}^2 + C_x \dot{x} + \mu_x \text{sgn} \dot{x} = 0 \\ \frac{m_s r}{2} \cos \theta \cdot \ddot{x} + \left(\frac{m_s r^2}{4} + I \right) \ddot{\theta} - \frac{1}{2} m_s g r \sin \theta + \tau + C_\theta \dot{\theta} + \mu_\theta \text{sgn} \dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

2.5 双安定振子モデルの物理パラメータおよび復元力特性

双安定振子機構の公称値およびポテンシャルの測定結果より, 双安定振子モデルのパラメータを求める.

2.5.1 物理パラメータの算定

台車のフレーム, シャフト, 調節ねじ, 振子棒の材質はジュラルミン (A2017), 強磁性体カムの材質は炭素鋼 (S45C) である. これらの材料および各部品形状の公称値より質量を算定した結果, 台車の質量 $m_d = 0.16[\text{kg}]$, 振子の質量 $m_s = 6.78 \times 10^{-3}[\text{kg}]$ となる. 振子棒の長さ r は設計値より, $r = 0.124[\text{m}]$ とした. また, 振子の慣性モーメントは, $I = 8.69 \times 10^{-6}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$ となる.

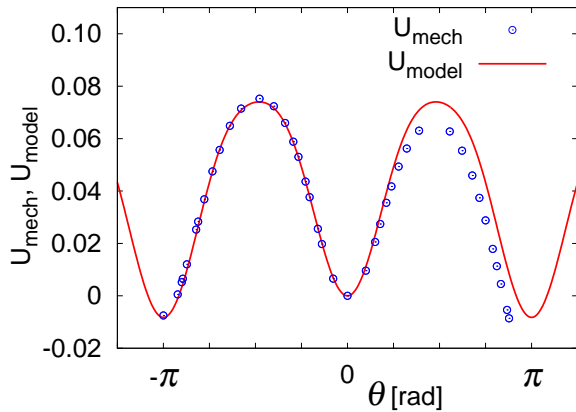


Fig. 4 Potential of the SBP model and the SBP mechanism.

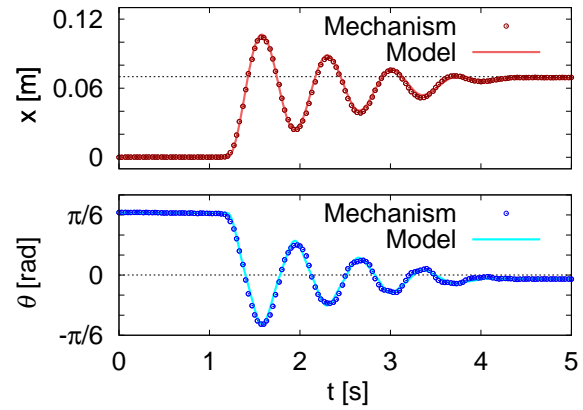


Fig. 5 Vibration response of x and θ of the SBP mechanism and the SBP model.

2.5.2 復元力特性の同定

双安定振子モデルの磁力による復元力 τ を, P, Q をパラメータとして,

$$\tau = \tau(\theta) := P \sin 2\theta + Q \sin 4\theta \quad (10)$$

とおく. 重力の効果を合わせると, 図 3 の双安定振子モデルの復元力特性 $\zeta(\theta)$ は,

$$\zeta(\theta) = -m_s g r \sin \theta + \tau = -m_s g r \sin \theta + P \sin 2\theta + Q \sin 4\theta \quad (11)$$

と表せる. 図 2 に示した提案機構のポテンシャルの実測値は左右非対称であるが, モデルにおいては左右対称であると仮定し, 図 2 の $-\pi \leq \theta \leq 0$ の範囲の測定結果と式 (11) のモデルについて最小二乗法を適用すると, P, Q が次のように得られる.

$$P = 7.801 \times 10^{-2}, \quad Q = 2.264 \times 10^{-2} \quad (12)$$

図 4 の赤の実線は式 (11) のポテンシャル U_{model} , 青の丸印はすでに図 2 に示した測定値 U_{mech} である. 図 4 の比較により, 式 (10) の復元力モデルによって, 提案機構のポテンシャルがよく再現されていることがわかる. 以上より, 提案機構の復元力特性を再現するモデルを得られた.

2.6 双安定振子モデルの粘性減衰係数およびクーロン摩擦係数の同定

提案機構と導出モデルの振動応答を基準に, 粘性減衰係数とクーロン摩擦係数を同定する. 提案機構の水平変位および角変位はモーションキャプチャシステム (株式会社ライブラリー社製, ひまわり GE60/W) を使用した. 提案機構の運動を撮影後, 2 次元動画計測ソフト (同社製, Move-tr/2D 7.0) によって水平変位および角変位を求めた. 測定の初期条件は, $\theta(0) = \pi/6, x(0) = \dot{x}(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ とした. 以上の方法で計測した提案機構の振動応答を図 5 に, 台車の水平変位を赤の丸印, 振子の角変位を青の丸印で示す. 横軸は計測開始からの経過時間 $t[s]$, 縦軸は上側が台車の水平変位 $x[m]$, 下側が振子の角変位 $\theta[rad]$ である. これと, 式 (9) の解に最小二乗法を適用し, 粘性減衰係数 C_x, C_θ およびクーロン摩擦係数 μ_x, μ_θ を求めた結果, $C_x = 0.125, C_\theta = 2.5 \times 10^{-4}, \mu_x = 0.01, \mu_\theta = 2 \times 10^{-3}$ となった. これらのパラメータを用いたモデルの振動応答を図 5 に, 台車の水平変位を赤の実線, 振子の角変位を青の実線で示す. 台車の水平変位 x および振子の角変位 θ のいずれについても, 実験結果 (丸印) と計算 (実線) がよく一致している. 以上, 双安定振子モデルの粘性減衰係数とクーロン摩擦係数が同定できた.

3. 双安定振子機構の結合とその解析モデル

次に, 本報で提案した双安定振子機構の振子先端同士をリンクで結合した機構を提案する. 提案した機構が四重安定性を持つことを確かめるために, 各振子の初期角度に対する応答の吸引域を調べる. また, 今後の理論解析や制御方法の検討に向けて提案機構の解析モデルを導出する. 各振子の初期角度に対する応答の吸引域について, 実験と計算結果を比較し, 導出した解析モデルの妥当性を示す.

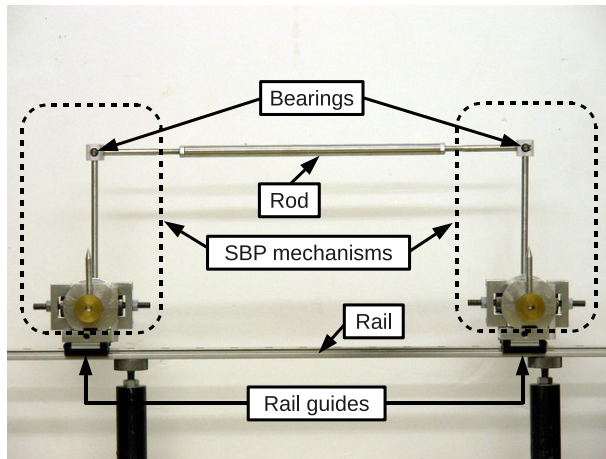


Fig. 6 Coupled Bistable Pendulum (CBP) mechanism

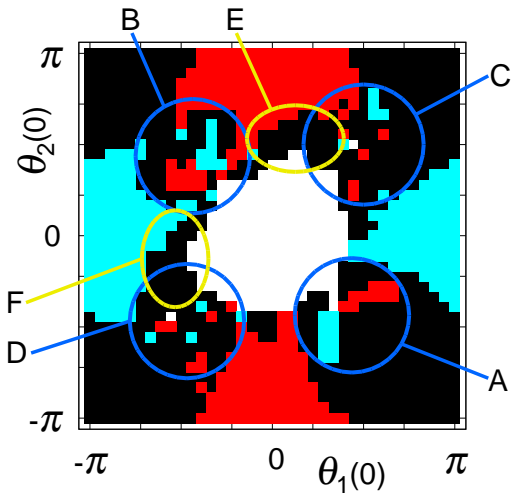


Fig. 7 Basin of attraction of the CBP mechanism.

3.1 結合双安定振り機構の提案

前報^{(5)~(9)}では、倒立安定化された倒立振り子の振り先端同士をリンクで接続した結合倒立振り子を提案した。この結合倒立振り子と同様に、本報で提案した双安定振り機構の振り先端同士を剛体のリンクで結合した図6に示すような結合双安定振り機構を提案する。

結合双安定振り機構は、同一レール上に配置した双安定振り機構の振り先端同士をリンク棒で接続したものである。各振り子の先端とリンク棒はベアリングを介して接続する。以上の機構により、2台の双安定振り機構が持つ双安定性によって4つの安定した姿勢の組が現れる。つまり、結合双安定振り機構には、各振り子の鉛直方向からの角度を θ_1, θ_2 とすると、

$$(\theta_1, \theta_2) = \xi_1 := (0, 0), \xi_2 := (0, \pi), \xi_3 := (\pi, 0), \xi_4 := (\pi, \pi) \quad (13)$$

からなる四重安定性が現れると考えられる。

3.2 結合双安定振り機構の四重安定性

提案した結合双安定振り機構が実際に式(13)の四重安定性を持つことを確かめるために、各振り子の初期角度に対する応答を実験的に測定する。各台車の水平変位を x_1, x_2 、各振り子の角度を θ_1, θ_2 とし、初期条件 $\theta_i(0) = \theta_i^0$, $x_1(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{\theta}_1(0) = 0$ ($i = 1, 2$) から自由運動させる。このときの最終姿勢を測定する。磁性カムと永久磁石との距離を 5×10^{-4} [m]、台車同士が干渉しないようにリンク棒の長さを 0.32 [m] とした。初期角度 $\theta_i(0)$ は、領域 $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ を等分割した 36×36 の直交格子に配置し、誤差は $\pi/360$ [rad] 以下となるように設定した。

図7に、 $36 \times 36 = 1296$ 通りの実験結果の吸引域を示す。吸引域とは、式(13)に示す4つの安定した姿勢 ξ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) へ至る初期角度 $(\theta_1(0), \theta_2(0))$ の集合である。図7の横軸は初期角度 $\theta_1(0)$ 、縦軸は初期角度 $\theta_2(0)$ である。また、結合双安定振り機構の最終的に安定した姿勢を白、赤、青、黒の4色で塗り分けた。白色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (0, 0)$ に属した初期角度、赤色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (0, \pi)$ に属した初期角度、青色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (\pi, 0)$ に属した初期角度、黒色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (\pi, \pi)$ に属した初期角度である。吸引域中の濃い青色で囲った領域 A, B, C, D, および黄色で囲った領域 E, F については、第3.4節で後述する。

図7が4色に塗り分けられていることから、結合双安定振り機構は初期角度に応じて4つの安定した姿勢全てに到達するような四重安定性を有することが確認できる。また、 $(\theta_1, \theta_2) \approx (\pm\pi/2, \pm\pi/2), (\pm\pi/2, \mp\pi/2)$ に初期角度をわずかに変化させると4つ全ての安定した姿勢に到達できる領域が存在することが確認できる。

3.3 結合双安定振り機構の解析モデル

図6の提案機構の解析モデルは、微分代数方程式 (DAE) となるが、ここでは前報⁽⁶⁾⁽⁷⁾と同様に、リンクをばねとダンパを持つ自然長 l_0 の柔軟リンクとし、ペナルティー法を用いることによって DAE と等価な、常微分方程式を導出する。解析モデルの導出後に柔軟リンクの剛性を十分に高めることで、剛体リンクによる結合を表現する。

図8にリンク棒を柔軟リンクとした図6の提案機構の力学モデルを示す。このモデルは、図3に示した双安定振りモデル2台 A_1B_1 と A_2B_2 の振り先端同士を柔軟リンク B_1B_2 で接続したものである。 G_1, G_2 は振り子の重心、

である．ペナルティ法のためのリンクの粘性減衰は、次の散逸関数で表す．

$$D_l = \frac{C_l}{2} \left(\frac{d(l-l_0)}{dt} \right)^2 \quad (19)$$

また、一般化力 F_{x_i} は、式 (6)、式 (7) において、

$$F_x = F_{x_i}, \quad F_\theta = F_{\theta_i}, \quad D_x = D_{x_i}, \quad D_\theta = D_{\theta_i} \quad (i = 1, 2) \quad (20)$$

としたものとする．

以上の $L = T - U$ 、 D_l 、 F_q をラグランジュの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D_l}{\partial \dot{q}} = F_q \quad (q = x_1, \theta_1, x_2, \theta_2) \quad (21)$$

に代入することにより、次のような解析モデルが得られる．

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 \ddot{x}_1 + M_3 \ddot{\theta}_1 + M_2 \ddot{x}_2 + M_6 \ddot{\theta}_2 + C_x \dot{x}_1 + \mu_{x_1} \operatorname{sgn} \dot{x}_1 - \frac{m_s r^2}{2} \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 - \frac{m_l r}{4} (\sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 - \sin \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2^2) \\ \quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{dt} \left(I_l \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_1} \right) + \frac{\partial R I_l}{\partial x_1} \right\} + \frac{K_l}{2} \cdot \frac{\partial (l-l_0)^2}{\partial x_1} + \frac{C_l}{2} \cdot \frac{\partial (l')^2}{\partial \dot{x}_1} = 0 \\ M_3 \ddot{x}_1 + M_7 \ddot{\theta}_1 + M_5 \ddot{x}_2 + M_9 \ddot{\theta}_2 + C_\theta \dot{\theta}_1 + \mu_{\theta_1} \operatorname{sgn} \dot{\theta}_1 + \frac{m_l r^2}{4} \sin (\theta_1 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ \quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{dt} \left(I_l \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}_1} \right) + \frac{\partial R I_l}{\partial \theta_1} \right\} + mgr \sin \theta_1 + \tau_1 + \frac{K_l}{2} \cdot \frac{\partial (l-l_0)^2}{\partial \theta_1} + \frac{C_l}{2} \cdot \frac{\partial (l')^2}{\partial \dot{\theta}_1} = 0 \\ M_2 \ddot{x}_1 + M_5 \ddot{\theta}_1 + M_1 \ddot{x}_2 + M_4 \ddot{\theta}_2 + C_x \dot{x}_2 + \mu_{x_2} \operatorname{sgn} \dot{x}_2 - \frac{m_s r^2}{2} \sin \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 - \frac{m_l r}{4} (\sin \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 - \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2) \\ \quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{dt} \left(I_l \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_2} \right) + \frac{\partial R I_l}{\partial x_2} \right\} + \frac{K_l}{2} \cdot \frac{\partial (l-l_0)^2}{\partial x_2} + \frac{C_l}{2} \cdot \frac{\partial (l')^2}{\partial \dot{x}_2} = 0 \\ M_6 \ddot{x}_1 + M_9 \ddot{\theta}_1 + M_4 \ddot{x}_2 + M_8 \ddot{\theta}_2 + C_\theta \dot{\theta}_2 + \mu_{\theta_2} \operatorname{sgn} \dot{\theta}_2 - \frac{m_l r^2}{4} \sin (\theta_1 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \\ \quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{dt} \left(I_l \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}_2} \right) + \frac{\partial R I_l}{\partial \theta_2} \right\} + mgr \sin \theta_2 + \tau_2 + \frac{K_l}{2} \cdot \frac{\partial (l-l_0)^2}{\partial \theta_2} + \frac{C_l}{2} \cdot \frac{\partial (l')^2}{\partial \dot{\theta}_2} = 0 \end{array} \right. \quad (22)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} l' = \frac{dl}{dt}, \quad I_1 = I_2 = \frac{m_s r^2}{12}, \quad I_l = \frac{m_l l^2}{12}, \quad R = \frac{A(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + B\dot{\theta}_1 - C\dot{\theta}_2}{l^2}, \\ M_1 = \frac{4m_d + 4m_s + m_l}{4} + \frac{A^2}{l^4} I_l, \quad M_2 = \frac{m_l}{4} - \frac{A^2}{l^4} I_l, \quad M_3 = \frac{(2m_s + m_l)r \cos \theta_1}{4} + \frac{AB}{l^4} I_l, \\ M_4 = \frac{(2m_s + m_l)r \cos \theta_2}{4} + \frac{AC}{l^4} I_l, \quad M_5 = \frac{m_l r \cos \theta_1}{4} - \frac{AB}{l^4} I_l, \quad M_6 = \frac{m_l r \cos \theta_2}{4} - \frac{AC}{l^4} I_l, \\ M_7 = \frac{(m_s + m_l)r^2}{4} + I_1 + \frac{B^2}{l^4} I_l, \quad M_8 = \frac{(m_s + m_l)r^2}{4} + I_2 + \frac{C^2}{l^4} I_l, \quad M_9 = \frac{m_l r^2 \cos (\theta_1 - \theta_2)}{4} - \frac{BC}{l^4} I_l \end{array} \right.$$

であり、

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \Delta X, \quad B = r(\Delta X \sin \theta_1 + \Delta Y \theta_1), \quad C = r(\Delta X \sin \theta_2 + \Delta Y \theta_2), \\ \Delta X = x_2 - x_1 + r(\sin \theta_2 - \sin \theta_1), \quad \Delta Y = r(\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \end{array} \right.$$

である．

解析モデルのパラメータは、提案機構のリンク棒 (A2017) の公称値より、質量 $m_l = 3.437 \times 10^{-2} [\text{kg}]$ 、長さ $l = 0.32 [\text{m}]$ である．リンク $B_1 B_2$ のばね定数と粘性減衰係数は、経験的に $K_l = 5 \times 10^4 [\text{N/m}]$ 、 $C_l = 5 [\text{Ns/m}]$ とする．また、他の物理パラメータ、復元力特性、粘性減衰およびクーロン摩擦のパラメータは、第 2.5 節、第 2.6 節の双安定振子モデルと同様とする．

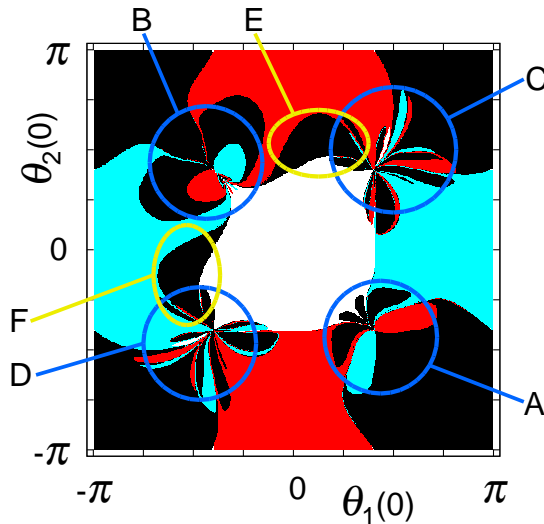


Fig. 9 Basin of attraction of the CBP model.

3.4 導出した解析モデルの四重安定性および妥当性

図9に解析モデルの吸引域の計算結果を示す．図9の横軸は振子 A_1B_1 の初期角度 $\theta_1(0)$ ，縦軸は振子 A_2B_2 初期角度 $\theta_2(0)$ である．各振子の初期角度は領域 $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ を等分割した 500×500 の直交格子の上に配置した．その他の初期条件は， $x_i(0) = \dot{x}_i(0) = \dot{\theta}_i(0) = 0$ ($i = 1, 2$) とした．また，解析モデルの最終姿勢を図7と同様に，白，赤，青，黒の4色で塗り分けた．白色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (0, 0)$ に属した初期角度，赤色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (0, \pi)$ に属した初期角度，青色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (\pi, 0)$ に属した初期角度，黒色の領域が $(\theta_1, \theta_2) = (\pi, \pi)$ に属した初期角度である．

図9が4色に塗り分けられていることから，解析モデルは4つの安定した姿勢全てに到達するような四重安定性を有することが確認できる．また， $(\theta_1, \theta_2) \approx (\pm\pi/2, \pm\pi/2), (\pm\pi/2, \mp\pi/2)$ に初期角度をわずかに変化させると4つ全ての安定した姿勢に到達できる領域が存在することが確認できた．

図7の実験結果と図9の計算結果を比較した結果，以下に挙げる共通点が見られた．

- 初期角度 $(\theta_1(0), \theta_2(0))$ に応じて，4つの姿勢 ξ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 全てに到達可能である．
- $(\theta_1(0), \theta_2(0)) \approx (\pm\pi/2, \pm\pi/2), (\pm\pi/2, \mp\pi/2)$ 付近で初期角度をわずかに変化させると4つ全ての安定した姿勢に到達できる領域が存在する．
- $(\theta_1(0), \theta_2(0)) \approx (0, 0), (0, \pm\pi), (\pm\pi, 0), (\pm\pi, \pm\pi), (\pm\pi, \mp\pi)$ の近傍にそれぞれ，白，赤，青，黒の単色の大きな連結領域が存在する．
- 領域 $[\pi/4, 3\pi/4] \times [-3\pi/4, -\pi/4]$ と $[-3\pi/4, -\pi/4] \times [\pi/4, 3\pi/4]$ (濃い青色で囲った領域AおよびB) では，黒の領域中に赤と青の小領域が存在し，これらの小領域の配置が図7と図9でよく似ている．
- 領域 $[3\pi/8, 5\pi/8] \times [3\pi/8, 5\pi/8]$ と $[-5\pi/8, -3\pi/8] \times [-5\pi/8, -3\pi/8]$ (濃い青色で囲った領域CおよびD) には，極めて小さな白の領域が存在する．
- 領域 $[-\pi/4, 3\pi/8] \times [\pi/4, 5\pi/8]$ と $[-5\pi/8, -\pi/4] \times [-3\pi/8, \pi/4]$ (黄色で囲った領域EおよびF) では，黒の領域がそれぞれ赤と白，青と白の大きな連結領域にはさまれている．

以上の共通点より，図6の提案機構の結果と図8の解析モデルの結果は，同等の四重安定性を有しており，式(22)の解析モデルは，提案機構の解析モデルとして妥当であると考えられる．

しかしながら，以下に示すような相違点も見られた．

- 領域 $[\pi/4, 3\pi/4] \times [\pi/4, 3\pi/4]$ と $[-3\pi/4, -\pi/4] \times [-3\pi/4, -\pi/4]$ (濃い青色で囲った領域CおよびD) では，解析モデルよりも提案機構の黒の領域が大きい．
- 領域 $[\pi/4, 3\pi/4] \times [-3\pi/4, -\pi/4]$ (濃い青色で囲った領域A) の赤と青の小領域は，提案機構では黒の領域に囲まれているが，解析モデルでは赤の小領域に青の領域が隣接している部分が，青の小領域には赤の領域が隣接している部分が存在する．

これらの相違点が存在する領域は，それぞれの振子の初期角度が図4に示したポテンシャルのピーク近傍に位置

している．この近傍では，初期値敏感性が増大するため，提案機構の初期角度設定の誤差により，これらの相違点が見られたと考えられる．

以上の結果より，式 (22) の解析モデルは提案機構の四重安定性をよく再現することが確かめられた．

4. 結 言

本研究では，競合と協調を表す結合倒立振子と同等の四重安定性を，現実の 4 節リンク機構として実現した．まず，上死点と下死点で安定するような PD 制御器を持った倒立振子の双安定性を，磁性カムを用いた単純構造の双安定振子機構で再現した．提案した双安定振子機構のポテンシャルを測定し，提案機構が双安定性を有することを確認した．双安定振子機構の力学モデルおよび運動方程式を導出し，双安定振子機構の物理パラメータを算定し，復元力特性，粘性減衰係数およびクーロン摩擦係数を同定した．

次に，2 台の双安定振子機構の振子先端同士をリンク棒で接続した結合双安定振子機構を提案した．結合双安定振子機構の振子の初期角度に対する応答の吸引域を求め，提案した機構が四重安定性を持つことを確かめた．また，今後の理論解析や制御方法の検討に向けて，結合双安定振子機構の解析モデルを導出した．導出した解析モデルの吸引域を求め，解析モデルが四重安定性を持つことを確かめた．また，実験結果との比較により，導出した解析モデルが提案機構の解析モデルとして妥当であることを示した．

今後の課題として，これまでコンピュータ上で仮想的に実施してきた著者らの結合倒立振子モデルに関する実験に，本報の結合双安定振子機構と解析モデル応用することが考えられる．具体的には，結合倒立振子モデルのインパルス応答に関する研究⁽⁶⁾，互いに競合と協調を図るために行使しうる戦略に関する研究⁽⁷⁾，パンパン入力による相手を倒そうとする (対戦的な) 状況に関する研究⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 等に応用することを考えている．

文 献

- (1) 季 祖枢, 高橋 隆行, 柳 基鎬, 諸岡 光, "トルクに制限がある場合の振り子の制御:インテリジェントコントローラを用いた振り上げ制御", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.58, No.556, (1992), pp.3621-3626.
- (2) 江村 超, 酒井 高男, "反動力によって立位を維持する倒立振子の研究", パイオメカニズム, Vol.2, (1973), pp.321-328.
- (3) Sigmund, K. and Hofbauer, J., *Evolutionary Games and Population Dynamics*, Cambridge University Press, (1998).
- (4) 杉江 明士, 井上 雄二郎, 木村 英紀, "結合倒立振子の安定化制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.14, No.5, (1978), pp.591-597.
- (5) 吉田 勝俊, 横田 和隆, 渡辺 信一, "競合と協調の機械システム表現に関する一考察", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.74, No.741, (2008), pp.1311-1316.
- (6) Yoshida, K. and Ohta, H., "Coupled Inverted Pendula Model of Competition and Cooperation", *Journal of System Design and Dynamics*, Vol.2, No.3, (2008), pp.727-737.
- (7) 吉田 勝俊, 太田 拓希, "競合と協調の結合倒立振子モデルについて", Dynamics and Design Conference 2008 CD-ROM 論文集, (2008), No.143.
- (8) 吉田 勝俊, "競合と協調の結合倒立振子モデルについて:フラクタル的な初期値依存性", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.75, No.753, (2009), pp.1450-1456.
- (9) Yoshida, K., "Fractal Dependence on Initial Conditions of Coupled Inverted Pendula Model of Competition and Cooperation", *Journal of System Design and Dynamics*, Vol.3, No.6, (2009), pp.966-974.
- (10) 大高 勇樹, 吉田 勝俊, "ヒトの対戦的な運動戦略の測定と評価", 日本機械学会関東支部 ブロック合同講演会 -2009 前橋- 講演論文集, (2009), pp.283-284.
- (11) 日下田 淳, 大高 勇樹, 吉田 勝俊, "非線形力学系における平衡点の手動作による切換について", 日本機械学会関東支部第 16 期総会講演会 講演論文集, (2010), pp.197-198.
- (12) 森田 信義, 山本 明, 古橋 猛, 鳥居 孝夫 "4 節リンク機構の動力学的設計法 (節点力作用方向について)", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.59, No.558, (1993), pp.535-540.

- (13) Vahit Mermertas, "Optimal design of manipulator with four-bar mechanism", *Mechanism and Machine Theory*, No.139, (2004), pp.545-554.
 - (14) 鳥居 孝夫, 櫻井 武仁, 森田 信義, 馮 彬"対偶部に弾性を持つ 4 節リンク機構の運動解析", 日本機械学会 2001 年度年次大会講演論文集, Vol.3, (2001), pp.229-230.
 - (15) 渡辺 克巳, 山崎 勇一, 小沢 豪志, "非グラスホフ平面 4 節リンク機構の駆動法", 日本機械学会第 4 回機素潤滑設計部門講演会講演論文集, (2004), pp.79-80.
 - (16) A. Trevisani, "Feedback control of flexible four-bar linkages: a numerical and experimental investigation", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.268, (2003), pp.947-970.
-