## Thème: conjecture et démonstration

### L'exercice

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 5$  et  $u_{n+1} = u_n + 4n - 6$  pour tout entier naturel n. Conjecturer une expression de  $u_n$  en fonction de n, et démontrer cette conjecture.

# Les réponses de deux élèves de terminale scientifique

### Élève 1

J'ai utilisé le tableur pour calculer de  $u_0$  jusqu'à  $u_{10}$ .

Je vois que le diagramme obtenu correspond à une parabole. En considérant le sommet de la parabole, je vois que  $\alpha = 2$  et  $\beta = -3$ , donc je fais l'hypothèse que  $u_n = (n-2)^2 - 3$ .

J'ai essayé de le prouver par récurrence mais je n'arrive pas à prouver l'hérédité et je ne sais pas pourquoi ça ne marche pas.

#### Élève 2

D'après l'énoncé on peut écrire que  $u_{n+1} - u_n = 4n - 6$ .

Donc la suite  $u_{n+1} - u_n$  est une suite arithmétique de raison 4.

Donc si on ajoute les termes de la suite on obtient  $u_{n+1} - u_0 = (n+1) \frac{-6+4n-6}{2} = 2n^2 - 4n - 6$ .

*Je peux en déduire que*  $u_n = 5 + 2(n+1)^2 - 4(n+1) - 6 = 2n^2 - 3$ .

## Les questions à traiter devant le jury

- 1 Analyser les productions de ces élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.
- 2 Présenter une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 Proposer deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un des exercices devra notamment permettre de développer la compétence « modéliser ».