# INTERROGATION

15 mars 2019

[ durée : 2 heures ]

⚠ **Documents autorisés :** *Une feuille A4 recto-verso écrite à la main.*

**Exercice 1** (Construction à la règle et compas)

Soient les deux points $O(0,0)$ et $I(1,0)$ du plan euclidien $\mathbb{R}^2$. Illustrer par un dessin et donner un programme de construction à la règle et au compas à partir de $O$ et $I$ :

**a)** des points $J(1,1)$ et $K(1,0)$ du carré $OIJK$ ;

**b)** du point $L(1+\sqrt{2}, -\frac{2}{3})$.

**Exercice 2** (Inégalité triangulaire, isométries)

Soient $A, B, C$ trois points du plan euclidien $\mathbb{R}^2$.

**a)** Soient $A$, $B$ et $C$ alignés, montrer que $AC \leq AB + BC$, avec égalité si et seulement si $B \in [AC]$.

**b)** Soient $A$, $B$ et $C$ non alignés, montrer que $AC < AB + BC$.

**c)** En déduire que les isométries du plan euclidien préservent les alignements des points.

T.S.V.P.

**Exercice 3** (Axiomatique)

On rappelle les propriétés d'incidence et d'ordre :

- **(I1)** par deux points distincts passe une unique droite,
- **(I2)** toute droite contient au moins deux points distincts,
- **(I3)** il existe trois points non alignés,
- **(O1)** si $C$ est entre $A$ et $B$, $B$ et $C$ sont alignés, deux à deux distincts et $C$ est aussi entre $B$ et $A$,
- **(O2)** pour tous points distincts $A$ et $B$ il existe un point $C$ tel que $B$ soit entre $A$ et $C$,
- **(O3)** parmi trois points alignés deux à deux distincts, un et un seul d'entre eux est entre les deux autres,
- **(O4)** soient $A$, $B$, et $C$ trois points non alignés et $\mathcal{D}$ une droite ne passant par aucun d'eux. Si $\mathcal{D}$ passe par un point $D$ entre $A$ et $B$, alors $\mathcal{D}$ passe ou bien par un point entre $A$ et $C$, ou bien par un point entre $B$ et $C$, mais pas les deux à la fois.

Soient $A$, $B$ et $C$ trois points non alignés, $I$ un point entre $B$ et $C$, $J$ un point entre $A$ et $C$.

**a)** Montrer que la droite $(AI)$ est distincte des droites $(AB)$ et $(AC)$.

**b)** Montrer que $(AI)$ passe par un point $O$ entre $B$ et $J$.

**c)** Montrer que $O$ est entre $A$ et $I$.

**d)** Montrer que $(CO)$ passe par un point $K$ entre $A$ et $B$, puis que $O$ est entre $C$ et $K$.

*On dit que le point $O$ est à l'intérieur du triangle $\triangle ABC$.*