В.И.Васюков, С.Н.Дмитриев, Ю.А.Струков

ФИЗИКА: СБОРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ

М.: "Ориентир", "Светоч Л", 2000. -160 с.

Рекомендуется как учебное пособие для подготовительных отделений и курсов, а также для самостоятельной подготовки к вступительным экзаменам по физике. Может быть использовано на занятиях в школах и в физических кружках.

Учебный центр при МГТУ "Ориентир", 2000.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 5
1. Кинематика 6
Средняя скорость 6
Равнопеременное прямолинейное движение 7
Графики движения 10
Уравнения движения 13
Закон сложения скоростей 14
Движение тела, брошенного под углом к горизонту 15
Кинематика вращательного и плоского движения 18
2. Динамика. Законы Ньютона 21
Движение по горизонтальной плоскости и в вертикальном направлении 21
Блоки 23
Наклонная плоскость *26*
Движение тел под действием сил упругости 30
Динамика вращательного движения 31
Закон всемирного тяготения 34
3. Импульс 36
Основное уравнение динамики 46
Закон сохранения импульса 39
Движение центра масс системы 41
4. Работа, энергия, мощность 42
5. Законы сохранения 48
Сохранение механической энергии и импульса 48
Прямой центральный абсолютно упругий удар 49
Непрямой упругий удар 50
Неупругий удар 51
Комплексные задачи на энергию и импульс 52
6. Статика 54
Центр тяжести 54
Условия равновесия тел 55
Равновесие упругих сил. Закон Гука 59
7. Механика жидкости 60
Давление, равновесие 60
Закон Архимеда, условия плавания тел 62
Работа архимедовых сил 64
Уравнение Бернулли 65

8. Газовые законы. Молекулярно-кинетическая теория **67**
Молекулярная физика 67
Газовые законы 69
Графики процессов 71
Объединенный газовый закон 72
Уравнение Менделеева-Клапейрона 73
Закон Дальтона 76
9. Теплота и работа **77**
Уравнение теплового баланса 77
Работа газа. КПД циклов. Внутренняя энергия. Теплоемкость 80
10. Свойства твердых тел, насыщенных паров, жидкостей **85**
Деформация твердых тел 85
Тепловое расширение твердых тел 86
Влажность 86
Силы поверхностного натяжения 89
11. Электростатика **90**
Закон Кулона 90
Напряженность поля. Принцип суперпозиции 92
Потенциал. Принцип суперпозиции. Связь напряженности с потенциалом 95
Электроемкость. Конденсаторы 98
Цепи, содержащие конденсаторы и гальванические элементы 101
12. Постоянный ток **103**
Закон Ома для однородного участка цепи. Соединение резисторов 103
Измерение тока и напряжения . 104
Закон Ома для замкнутой цепи 106
Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. К.П.Д. электрической цепи 108
Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа 109
Конденсатор в цепи постоянного тока 110
Электрический ток в металлах, электролитах, газах 112
13. Магнетизм. Электромагнитная индукция **113**
Магнитные силы 113
Электромагнитная индукция 116
Индуктивность. ЭДС самоиндукции 120
14. Колебания **123**
Механические колебания 123
Колебания тока и напряжения в электрических цепях 128
Переменный синусоидальный ток 129
15. Геометрическая оптика **132**
Закон отражения света 132
Закон преломления света. Полное внутреннее отражение 133
Прозрачная сфера 135
Плоскопараллельная пластинка 135

Построение изображений в тонкой линзе 136
Формула линзы 138
Оптические системы. Глаз. Зрение 141
16. Волны. Волновая оптика 142
Распространение волн 142
Колебательный контур 144
Интерференция 144
Дифракционная решетка 147
17. Квантовая оптика 148
Энергия и импульс фотонов. Давление света 148
Фотоэффект 149
Корпускулярно-волновой дуализм 150
18. Физика атома и атомного ядра 151
Строение атома водорода 151
Ядерные реакции. Законы сохранения в ядерных реакциях 152
Энергия связи ядер, энергетический выход реакции 153
Закон радиоактивного распада 154
19. Специальная теория относительности 155
Замедление времени, сокращение длины нарастание массы. Закон сложения скоростей 115
Сохранение релятивистского импульса и полной энергии 156

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач составлен в соответствии с программой по физике для поступающих в вузы. Наряду с задачами средней и повышенной сложности в сборнике есть и достаточно простые задачи, рассчитанные на учащихся с относительно невысоким начальным уровнем знаний. При проведении групповых семинарских занятий иа Подготовительных курсах такое построение сборника помогает организовать индивидуальную работу со слушателями. Задачи средней и повышенной сложности взяты из числа тех, которые предлагались в разные годы на вступительных экзаменах в МГТУ имени Н.Э. Баумана.

Материал согласован с календарным планом занятий по физике на Подготовительных курсах МГТУ. Учитывая, что лекции заметно опережают по своей тематике семинары, авторы сочли возможными небольшие отступления в изложении материала, позволяющие рассмотреть более широкий круг задач. Так, например, при решении задач по динамике вращательного движения часто используется закон сохранения механической энергии, а в раздел "Электростатика" включены задачи на цепи, содержащие конденсаторы и гальванические элементы.

Для поддержания высокой интенсивности семинарских занятий ответы помещены непосредственно после задач и в подавляющем большинстве случаев даны и в числовом, и в общем виде.

При подготовке издания учтены критические замечания преподавателей Подготовительных курсов МГТУ.

Желаем успеха !

1. КИНЕМАТИКА *

Средняя скорость

1.1. Автомобиль двигался из пункта A в пункт B со скоростью $v = 40$ км/ч, а обратно из пункта B в пункт A со скоростью 60 км/ч. Определить среднюю скорость v_S автомобиля на всем пути и среднюю скорость перемещения $\vec{v}_{ср}$, если автомобиль в пункте B : а) мгновенно развернулся и поехал назад; б) простоял в течение времени, равного половине времени движения из пункта B в пункт A.

[$v_{Sa} = \dfrac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48$ км/ч; $v_{Sб} = \dfrac{4v_1v_2}{3v_1 + 2v_2} = 40$ км/ч; $\vec{v}_{cpa} = \vec{v}_{cpб} = 0$]

1.2. Всадник проехал половину пути со скоростью $v_1 = 10$ км/ч. Далее половину оставшегося времени движения он ехал со скоростью $v_2 = 8$ км/ч, а затем до конца пути – со скоростью $v_3 = 4$ км/ч. Определить среднюю скорость движения всадника на всем пути.

[$v_{ср} = \dfrac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 7{,}5$ км/ч]

1.3. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 1$ м с постоянной линейной скоростью, совершая один полный оборот за время $T = 1$ с. Определить модуль средней скорости за четверть (v_1), половину (v_2), три четверти (v_3) и полный оборот (v_4).

[$v_1 = 4\sqrt{2}$ м/с; $v_2 = 4$ м/с; $v_3 = 4\sqrt{2}/3$ м/с; $v_4 = 0$]

1.4. Первую половину времени тело движется со скоростью $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60°$ к заданному направлению, а вторую половину времени – под углом $\alpha_2 = 120°$ к тому же направлению со скоростью $v_2 = 40$ м/с. Найти среднюю скорость движения $v_{ср}$.

[$v_{ср} = 26{,}46$ м/с]

---

* В скобках [....] после каждой задачи даны ответы.

1.5. Тело совершает два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60°$ к направлению оси OX и $v_2 = 40$ м/с под углом $\alpha_2 = 120°$ к тому же направлению. Найти среднюю скорость движения $v_{ср}$. [$v_{ср} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ м/с]

Равнопеременное прямолинейное движение

1.6. Локомотив находился на расстоянии 400 м от светофора и имел скорость 54 км/ч, когда началось торможение с ускорением, модуль которого равен 0,3 м/с^2. На каком расстоянии от светофора остановится локомотив? [25 м]

1.7. Ракета, запущенная вертикально, достигла высоты 192 км. Во время работы двигателей ускорение ракеты равнялось 2 м/с^2. Сколько времени работал двигатель? [400 с]

1.8. За последние $\tau = 2$ с свободно падающее тело пролетело $\alpha = 3/4$ всего пути. Сколько времени t_0 и с какой высоты H падало тело? Начальная скорость тела равна нулю.

[$t_0 = \frac{\tau}{1-\sqrt{1-\alpha}} = 4$ с; $H = \frac{gt_0^2}{2} = 78{,}5$ м]

1.9. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Определить высоту подъема H, время подъема τ, время движения от момента броска до момента падения t_0 и конечную скорость тела $v_к$.

[$H = \frac{v_0^2}{2g}$; $\tau = \frac{v_0}{g}$; $t_0 = \frac{2v_0}{g}$; $\vec{v}_к = -\vec{v}_0$].

1.10. Камень свободно падает с высоты $H = 10$ м. За какое время τ он пройдет последние $l = 2$ м своего пути?

[$\tau = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \left(\sqrt{H} - \sqrt{H-l}\right) = 0{,}15$ с]

1.11. Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением $a = 2$ м/с^2. Через $\tau = 5$ с от начала движения из него выпал предмет. На какую максимальную высоту H поднимется этот предмет? Через какое время t_0 этот предмет упадет на землю и какую конечную скорость $v_к$ будет иметь при этом? Начальная скорость аэростата равна нулю.

[$H = H_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 30$ м, где $H_0 = \frac{a\tau^2}{2} = 25$ м; $v_0 = a\tau = 10$ м/с;

$t_0 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH_0}}{g} \approx 3{,}5$ с; $v_к = -\sqrt{v_0^2 + 2gH} = 24{,}3$ м/с]

1.12. Звук выстрела и пуля одновременно достигают высоты $H = 680$ м. Какова начальная скорость v_0 пули? Выстрел произведен вертикально вверх; сопротивление движению пули не учитывать. Скорость звука c принять равной 340 м/с.

[$v_0 = c + \frac{gH}{2c} = 350$ м/с]

1.13. Два тела брошены вертикально вверх из одной точки одно вслед за другим с интервалом $\tau = 2$ с с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 50$ м/с. Через какое время t_B после броска первого тела и на какой высоте H_B они встретятся?

[$t_B = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} = 6$ с, $H_B = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau}{8} = 120$ м]

1.14. По наклонной доске скользит снизу вверх шарик. На расстоянии $l = 0{,}3$ м от начальной точки движения шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после начала движения. Определить начальную скорость и ускорение движения шарика, считая его постоянным.

[$v_0 = \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} \cdot l = 0{,}45$ м/с, $a = \frac{2l}{t_1 t_2} = 0{,}3$ м/с^2]

1.15. Тело, двигаясь равноускоренно, за пятую секунду от начала движения проходит 45,5 м. Определить модуль перемещения тела за 5 с и его скорость в конце пятой секунды. Начальная скорость тела равна нулю. [$\Delta r = 126{,}4$ м, $v = 50{,}6$ м/с]

1.16. Электропоезд начинает свое движение из состояния покоя и равномерно увеличивает скорость. Первый вагон прошел мимо наблюдателя, неподвижно стоявшего на платформе, за время $\tau_1 = 10$ с. За какое время τ пройдет мимо него седьмой вагон?

[$\tau = \left(\sqrt{7} - \sqrt{6}\right) \cdot \tau_1 = 1{,}96$ с]

1.17. Мяч брошен вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с. На какой высоте скорость мяча будет вдвое меньше v_0?

[$h = \dfrac{3v_0^2}{8g} = 3{,}75$ м]

1.18. Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в преграду и проникает в нее на глубину 32 см. Найти ускорение a и время движения t пули внутри преграды. На какой глубине l_1 скорость пули уменьшится в 4 раза? Движение пули считать равнопеременным.

[$a = \dfrac{v_0^2}{2l} = 2{,}5 \cdot 10^5$ м/с^2; $t = \dfrac{v_0}{a} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ с; $l_1 = \dfrac{15}{16} \cdot l = 0{,}3$ м]

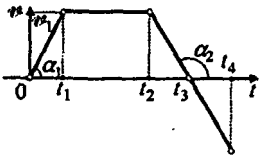
1.19. Поезд начинает движение из состояния покоя и равномерно увеличивает свою скорость. На первом километре она возросла на $\Delta v_1 = 10$ м/с. На сколько возрастет скорость на втором километре?

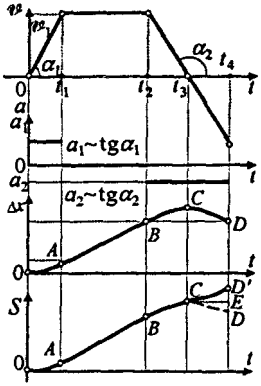
[$\Delta v_2 = \left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot \Delta v_1 = 4{,}1$ м/с]

1.20. Автомобиль начинает движение из состояния покоя и, двигаясь по прямой, проходит первый километр с ускорением a_1, а второй – с ускорением a_2. При этом его скорость на первом километре увеличивается на $\Delta v_1 = 10$ м/с, а на втором – на $\Delta v_2 = 5$ м/с. Какое ускорение больше: a_1 или a_2?

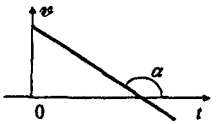
[$a_1 = \dfrac{\Delta v_1^2}{2S} = 0{,}05$ м/с^2; $a_2 = \dfrac{\Delta v_2^2 + 2\Delta v_1 \cdot \Delta v_2}{2S} = 0{,}0625$ м/с^2; $S = 1000$ м, $a_2 > a_1$]

1.21. Дан график зависимости скорости тела, движущегося прямолинейно, от времени. Построить графики зависимости ускорения, приращения координаты и пройденного пути от времени. [Рис. слева, где участки OA и BCD – параболы, AB – прямая; параболы сопрягаются с прямой без изломов; участок CD' является симметричным к CD относительно прямой CE]



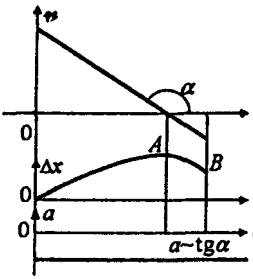


1.22. По графику скорости тела, движущегося прямолинейно (рис. справа) начертить графики изменения координаты и ускорения. [См. рис. на с. 11, где OAB – парабола, A – вершина параболы]

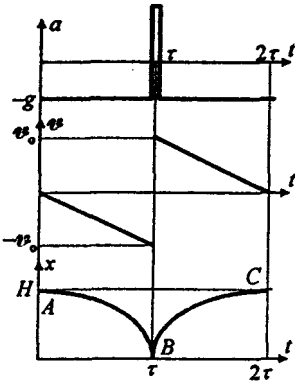


1.23. Шарик с высоты H падает на пол, отскакивает без потери скорости и поднимается на ту же высоту. Построить графики зависимости ускорения, скорости и перемещения от времени. Начало системы координат расположить на полу, ось X направить вверх.

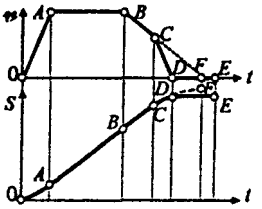
[См. рис. на с. 11, где $\tau = \sqrt{2H/g}$; $v_0 = \sqrt{2gH}$; в момент удара о пол при $t = \tau$ в течение короткого промежутка времени возникает значительное ускорение, направленное вверх (на графике $a(t)$ показано условно); AB и BC – параболы, A и C – вершины парабол]



Ответ к задаче 1.22.

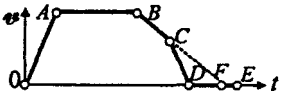


Ответ к задаче 1.23.

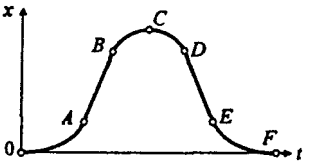


Ответ к задаче 1.24.

1.24. Исследовать график скорости прямолинейного движения автомобиля (рис. справа). Начертить график пути, соответствующий данному графику скорости. [На рис. вверху, где OA, BC, CD – параболы, AB и DE – прямые. Вершина параболы OA – в точке O, BC – в точке F, CD – а точке D. Все кривые на графике $S(t)$ сопрягаются без изломов]

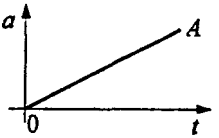


1.25. На рис. справа изображен график изменения координаты тела, движущегося прямолинейно (OA, BD, EF – параболы; AB, DE – прямые). Нарисовать графики изменения пути и скорости этого движения.

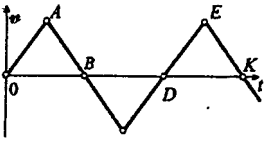


[См. рис. на с. 12].

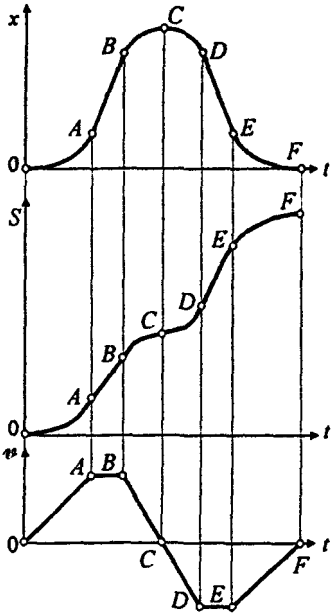
1.26. По графику зависимости ускорения от времени построить график зависимости скорости от времени. Начальная скорость равна нулю. [См. рис. на с. 12, где OA – парабола, O – вершина параболы]



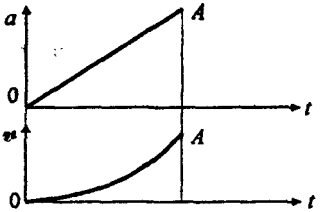
1.27. На рис. справа дан график скорости тела, движущегося прямолинейно. Постро-



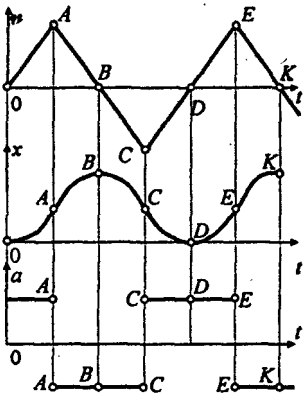
ить график его перемещения и ускорения, если треугольники OAB, BCD и DEK равны. [См. рис. внизу]



Ответ к задаче 1.25.

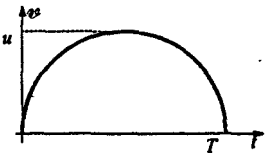


Ответ к задаче 1.26.

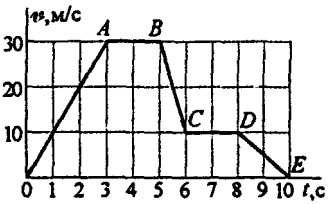


Ответ к задаче 1.27.

1.28. График зависимости скорости от времени имеет вид дугн окружности, опирающейся на диаметр (рис. справа). Значения u и T – заданы. Найти приращение координаты Δx. [$\Delta x = \pi u T / 4$]



1.29. На рис. справа представлен график измеиения скорости тела от времени. Определите ускорение a на участке OA, AB, BC, CD и DE и приращение координаты Δx за все время движения. [a_{OA}=10 м/с^2; a_{AB}=a_{CD}=0; a_{BC}=–20 м/с^2; a_{DE}=–5 м/с^2; Δx=155 м]



Уравнения движения

1.30. Точка движется по оси X по закону $x = 5 + 3t - 2t^2$ (x – в метрах). На каком расстоянии от начала координат скорость точки будет равна нулю? [6,125 м]

1.31. Движение тела вдоль оси X описывается уравнением $x = 3 + 2t + t^2$ (x – в метрах). Чему равна средняя скорость движения тела за вторую секунду? [5 м/с]

1.32. Движение материальной точки в данной системе отсчета характеризуется уравнениями $x = 2 + t$, $y = 1 + 2t$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Найти уравнение траектории. Построить траекторию на плоскости XOY. Указать положение точки при $t = 0$, направление и скорость движения. [$y = 2x - 3$, траектория – прямая, $v = \sqrt{5}$ м/с]

1.33. Движение материальной точки описывается уравнениями $x = 10\cos 3t$, $y = 10\sin 3t$ (x, y – в сантиметрах). Определить скорость и ускорение точки.

[$v = 30$ см/с; $a = 90$ см/с^2; траектория – окружность]

1.34. Точка движется согласно уравнениям $x = 2 + 3t$, $y = 1 + 4t$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Какова ее скорость?

[$v = 5$ м/с]

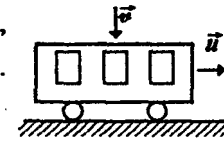
1.35. Точка A движется согласно уравнениям $x_1 = 2t$, $y_1 = 5t$, а точка B – согласно уравнениям $x_2 = t + 1$, $y_2 = t^2 + 4$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Встретятся ли эти точки? [Точки встретятся в момент времени $\tau = 1$ с; координаты точки встречи $x_в = 2$ м, $y_в = 5$ м]

1.36. Точка A движется согласно уравнениям $x_1 = 2t$, $y_1 = t$, а точка B – согласно уравнениям $x_2 = 10 - t$, $y_2 = 2t$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Определите расстояние S между двумя точками в момент их максимального сближения.

[$S = \sqrt{10}$ м, через $\tau = 3$ с после начала движения]

Закон сложения скоростей

1.37. Капли дождя, падающие вертикально, попадают на стекло окна вагона, движущегося со скоростью $u = 36$ км/ч, и оставляют на нем след под углом 60° к вертикали. Определить скорость падения капель v.



[$v = 5{,}8$ м/с]

1.38. Скорость течения реки u, скорость катера относительно воды v. Под каким углом к берегу должен двигаться катер, чтобы: а) пересечь реку за минимальное время? б) пересечь реку по кратчайшему пути?

[а) $\alpha = \pi/2$; б) $\alpha = \arccos(-u/v)$, при $u < v$]

1.39. Рыбак плывет на лодке вверх по реке. Проезжая под мостом, он уронил в воду соломенную шляпу. Через полчаса он заметил это и, повернув назад, догнал шляпу в 5 км ниже моста. Какова скорость течения реки, если рыбак, двигаясь вверх и вниз по реке, греб одинаково?

[5 км/ч]

1.40. Расстояние S необходимо проплыть на лодке туда и обратно один раз по реке, скорость течения которой равна v_1, а другой раз по озеру. Скорость лодки относительно воды оба раза равна v_2 ($v_1 < v_2$). Решив задачу в общем виде, докажите, что поездка туда и обратно по реке всегда занимает больше времени, чем по озеру.

1.41. Два корабля идут прямолинейными курсами, расположенными под углом 120° друг к другу: первый со скоростью 60 км/ч, второй – 80 км/ч. Какова скорость первого корабля относительно второго?

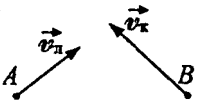
[122 км/ч]

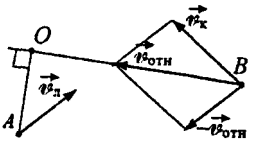
1.42. Две машины отъехали от перекрестка по двум взаимно перпендикулярным улицам: одна со скоростью 50, вторая – 60 км/ч. С какой относительной скоростью они удаляются друг от друга?

[78,1 км/ч]

1.43. Заднее стекло автомобиля наклонено к горизонту под углом 60°. С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы на заднем стекле не оставалось следов от дождевых капель? Скорость падения капель дождя 53 км/ч. [30 км/ч]

1.44. В точках A и B находятся моторная лодка и катер, движущиеся с заданными постоянными скоростями $\vec{v}_л$ и $\vec{v}_к$ в направлениях, показанных на верхнем рис. Определите графически, каким будет наименьшее расстояние между лодкой и катером. [Нижний рис., где AO – наименьшее расстояние]





Движение тела, брошенного под углом к горизонту

1.45. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью v_0. Определить максимальную высоту подъема H, время подъема τ, время движения от момента броска до момента падения t_0 и дальность броска по горизонтали S.

[$\tau = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$; $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$; $t_0 = 2\tau = \dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g}$; $S = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$]

1.46. Под каким углом к горизонту нужно бросить тело, чтобы горизонтальная дальность полета была в $n = 2$ раза больше высоты подъема. [$\alpha = \mathrm{arctg}\,\dfrac{4}{n} = \mathrm{arctg}\ 2 \approx 63{,}43°$]

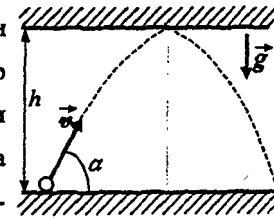
1.47. Два тела брошены с одной и той же скоростью под углом α и $\dfrac{\pi}{2} - \alpha$ к горизонту. Определить отношение наибольших высот подъема этих тел. [$H_1 : H_2 = \mathrm{tg}^2\alpha$]

1.48. Из брандспойта (шланг с металлическим наконечником), расположенного около поверхности земли, вырывается струя воды со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Брандспойт медленно вращается вокруг вертикальной оси. Одновременно с этим меняется угол его наклона к земле. Определить максимальную площадь, которую можно полить этим брандспойтом. [$S_{max} = 314$ м^2].

1.49. Под каким углом α к горизонту должен быть направлен ствол орудия, чтобы поразить цель на высоте H и на расстоянии S от орудия (по горизонтали)? Начальная скорость снаряда v_0.

[$\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{gS}\left(v_0^2 \pm\sqrt{D}\right)$, где $D=v_0^4-g(gS^2+2v^2H)$; $D<0$ – цель недостижима, $D>0$ – две траектории: навесная и настильная]

1.50. Какое расстояние по горизонтали пролетит мяч, брошенный со скоростью $v=10$ м/с под углом $\alpha=60°$ к горизонту, если он ударится о потолок? Высота потолка $h=3$ м, удар упругий. Сопротивлением воздуха пренебречь.



[$l=\frac{v^2\sin 2\alpha}{g}\left(1-\sqrt{1-\frac{2gh}{v^2\sin^2\alpha}}\right)=5$ м]

1.51. В потолке помещения проделаны две дыры на расстоянии L друг от друга. Мяч находится на расстоянии a от первой дыры по горизонтали. Под каким углом α к горизонту нужно бросить мяч, чтобы он пролетел через обе дыры? Высота потолка h.

[$\alpha=\operatorname{arctg}\left(\frac{h}{a}\cdot\frac{2a+L}{a+L}\right)$]

1.52. Тело брошено под углом $\alpha=60°$ к горизонту с начальной скоростью $v_0=30$ м/с. Определить величину v скорости и угол наклона траектории β по отношению к горизонту через $\tau=0{,}5$ с после начала движения. [при $t=\tau$, $v_x=v_0\cos\alpha=15$ м/с, $v_y=v_0\sin\alpha-g\tau=21{,}1$ м/с; $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=25{,}9$ м/с; $\beta=arctg\frac{v_y}{v_x}\cong 54{,}6°$]

1.53. Какую горизонтальную скорость имел самолет при сбрасывании бомбы с высоты 400 м, если она упала на расстоянии 500 м от места бросания по горизонтали? Сопротивлением воздуха пренебречь. [$v=55{,}9$ м/с].

1.54. С берега озера высотой H брошен под углом α к горизонту камень с начальной скоростью v_0. Через какое время t_0 и на ка-

ком расстоянии S от места броска по горизонтали камень упадет в воду? Какую скорость $v_к$ он будет иметь в момент падения?

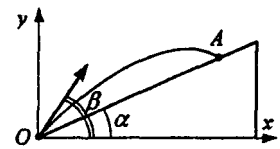
[$t_o = \dfrac{v_o \sin\alpha + \sqrt{v_o^2 \sin^2\alpha + 2gH}}{g}$; $S = v_o \cos\alpha t_o$; $v_к = \sqrt{v_o^2 + 2gH}$]

1.55. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_o. При этом на тело действует попутный горизонтальный ветер, сообщая ему постоянное ускорение a. Найти время полета, наибольшую высоту и наибольшую дальность полета.

[$t_п = \dfrac{2v_o \sin\alpha}{g}$; $h_{max} = \dfrac{v_o^2 \sin^2\alpha}{2g}$; $x_{max} = \dfrac{2v_o^2}{g}\sin^2\alpha(\mathrm{ctg}\alpha + \alpha/g)$]

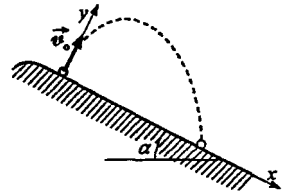
1.56. Небольшое тело скользит со скоростью v=10 м/с по горизонтальной плоскости, приближаясь к щели. Щель образована двумя отвесными параллельными стенками, находящимися на расстоянии d=0,05 м друг от друга. Глубина щели H=1 м. Сколько раз ударится тело о стенки, прежде чем упадет на дно? Удар о стенку абсолютно упругий (т. е. при ударе модуль скорости не меняется и угол отражения равен углу падения). [$N = \dfrac{v}{d}\sqrt{\dfrac{2H}{g}} \approx 89$]

1.57. Из миномета ведут обстрел цели, расположенной на склоне горы. На каком расстоянии $l = OA$ от миномета будут падать мины, если угол наклона горы $\alpha = 30°$, угол наклона ствола миномета $\beta = 60°$. Начальная скорость мины v_o.



[$l = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{v_o^2}{g}$]

1.58. На горе с углом наклона α к горизонту бросают мяч с начальной скоростью v_o перпендикулярно склону горы. Найти время полета мяча. На каком расстоянии от точки бросания упадет мяч? [$t_п = \dfrac{2v_o}{g\cos\alpha}$, $l = \dfrac{2v_o^2 \sin\alpha}{g\cos^2\alpha}$]



1.59. Мяч, брошенный со скоростью v_0=10 м/с под углом α = 45° к горизонту, ударяется о вертикальную стену, находящуюся на расстоянии S = 3 м от места броска. Определить модуль и направление скорости мяча (v и угол β) после удара. Удар считать абсолютно упругим (т. е. углы падения и отражения равны).

[$v=\sqrt{v_0^2-2gS\,\mathrm{tg}\,\alpha+\frac{g^2S^2}{v_0^2}\left(1+\mathrm{tg}^2\alpha\right)}\approx 7{,}6$ м/с;

$\beta=\mathrm{arctg}\left(\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{gS}{v_0^2}\left(1+\mathrm{tg}^2\alpha\right)\right)\approx 22°$]

1.60. С самолета, летящего горизонтально со скоростью v_0=720 км/ч, отделяется тело. Найти центростремительное и тангенциальное ускорение тела, а также радиус кривизны траектории движения тела в точке, которую оно достигает через τ = 5 с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

[$a_n=g\cos\alpha=9{,}52$ м/с^2; $a_\tau=g\sin\alpha=2{,}34$ м/с^2; $\alpha=\mathrm{arctg}\,\frac{g\tau}{v_0}=13{,}77°$;

$v=\sqrt{v_0^2+g\tau}=200{,}12$ м/с]

Кинематика вращательного и плоского движения

1.61. Минутная стрелка в 3 раза длиннее секундной. Найти отношение линейных скоростей концов стрелок. [$v_м : v_с$ = 1 : 20]

1.62. Линейная скорость точек окружности вращающегося диска равна v_1 = 3 м/с, а точек, находящихся на 10 см ближе к оси вращения, – v_2=2 м/с. Сколько оборотов делает диск в минуту? [96 об/мин]

1.63. Найти линейную скорость и ускорение точек на поверхности Земного шара: а) на экваторе; б) на широте 60°; в) на полюсах. [а) v=465 м/с, a=0,034 м/с^2; б) v=232 м/с, a=0,017 м/с^2; в) v=0, a=0]

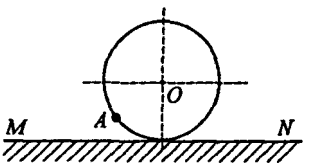
1.64. Гладкий диск радиусом R, плоскость которого горизонтальна, вращается вокруг своей оси с частотой n = 40 об/мин. От поверхности

диска на расстоянии $R/2$ от оси отрывается небольшое тело, которое без трения скользит по диску. Через какое время оно соскользнет с диска? [t=0,41 с]

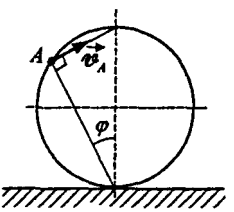
1.65. Диск начинает движение из состояния покоя и вращается равномерно ускоренно. Каким будет угол между векторами скорости и ускорения произвольной точки диска, когда он сделает один оборот? [$\alpha = \mathrm{arctg} 4\pi$]

1.66. Цилиндр радиусом $R = 20$ см вращается вокруг своей оси с частотой $n = 20$ об/мин. Вдоль образующей цилиндра с постоянной скоростью $v = 30$ см/с относительно поверхности цилиндра движется материальная точка. Определить полную скорость и ускорение этой точки. [u=0,5 м/с, a=0,88 м/с^2]

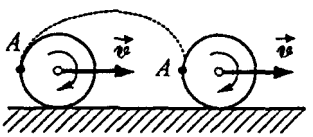
1.67. Диск радиуса R катится по плоскости без скольжения вдоль прямой MN. Чему равно перемещение точки A за один оборот диска? [$2\pi R$]



1.68. Колесо радиуса R катится без проскальзывания по гладкому горизонтальному пути. Скорость центра колеса v_0 – постоянна. Определить скорость v и ускорение a произвольной точки A колеса, положение которой задано углом φ. [$v = 2v_0 \cos\varphi$; $a = \frac{v_0^2}{R}$]



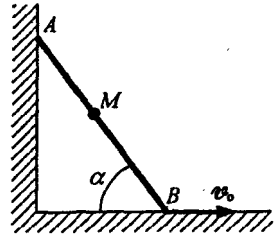
1.69. Колесо радиусом R равномерно катится по горизонтальной поверхности. От точки A колеса отрывается капелька грязи. С какой минимальной скоростью v должно двигаться колесо, если капелька, побывав в воздухе, снова опустилась на то же самое место колеса? [$v = \sqrt{\pi R g}$]



1.70. Автомобиль с колесами радиусом R движется без проскальзывания по горизонтальной дороге со скоростью v. На какую максимальную высоту над поверхностью земли поднимаются капли грязи, отрывающиеся от колес ?

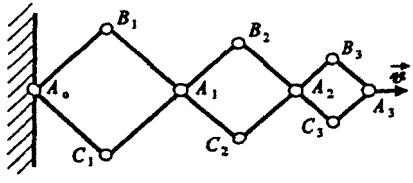
$$[\ h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}\ ]$$

1.71. Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется без отрыва стержень AB длиной l_o. Скорость точки B постоянна, равна v_o и направлена горизонтально. Определите скорость v и ускорение a точки M, расположенной на расстоянии $MB = l$ от точки B, в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем AB составляет α.



$$[\ v = v_o\sqrt{1 - \frac{l^2}{l_o^2 \sin^2\alpha} - 2\frac{l}{l_o}};\quad a = v_o^2 \frac{l}{l_o^2 \sin^2\alpha}\ ]$$

1.72. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых относятся как 3 : 2 : 1 (см. рис.). Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью v. Определить скорости вершин A_1, A_2, B_2 в тот момент, когда все углы конструкции прямые.

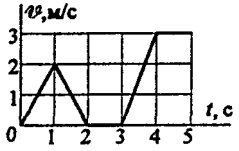


$$[v_{A_1} = v/2;\ v_{A_2} = 5\ v/6;\ v_{B_2} = v\sqrt{17}/6\ ]$$

2. ДИНАМИКА. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Движение по горизонтальной плоскости и в вертикальном направлении

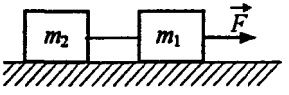
2.1. На рис. справа дан график зависимости скорости тела массой 4 кг от времени для прямолинейного движения. На каком временном интервале модуль силы, действующий на тело, равен 12 Н? [3 ... 4 с]



2.2. Поезд, подъезжая к станции со скоростью v=72 км/ч, начинает равномерно тормозить. Каково наименьшее время торможения поезда до полной остановки, безопасное для спящих пассажиров (пассажиры не упадут с полок)? Коэффициент трения о полки k=0,2.

[$t = \frac{v}{kg} = 10$ с]

2.3. Два груза массой m_1 и m_2, связанные между собой с помощью невесомой и нерастяжимой нити, движутся в горизонтальном направлении по гладкому столу под действием силы F, приложенной к первому грузу. Определить ускорение грузов и силу натяжения нити.



[$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$; $T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}$]

2.4. n одинаковых грузов, связанных между собой невесомыми и нерастяжимыми нитями, движутся по гладкому горизонтальному столу под действием силы F, приложенной к первому грузу. Определить силу натяжения нити между k и $k+1$ грузами ($k<n-1$).

[$T = \frac{n-k}{n} F$]

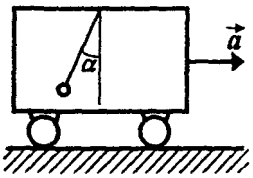
2.5. К концу толстого массивного каната постоянного сечения, лежащего на гладкой горизонтальной плоскости, приложена сила F. Нарисуйте график изменения силы натяжения каната по его длине.

[Сила натяжения каната изменяется по линейному закону; в месте приложения нагрузки она равна F, в конце каната – 0]

2.6. Два груза массой m_1=20 кг и m_2=10 кг связаны между собой тросом, масса которого равна 10 кг. Грузы движутся ускоренно вверх под действием вертикальной силы F, равной 600 Н и приложенной к верхнему грузу массой m_1. Найти натяжение в верхнем конце, в середине и нижнем конце троса.

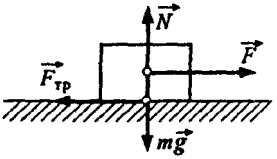
[Натяжение троса на верхнем конце T_1=300 Н, в середине T_2=225 Н, на нижнем конце T_3=150 Н]

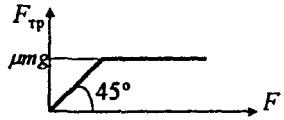
2.7. Вагон движется в горизонтальном направлении с ускорением a. Определить угол отклонения от вертикали маятника, подвешенного к потолку вагона.



[$\alpha = \mathrm{arctg}(a/g)$]

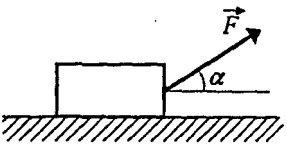
2.8. На горизонтальной плоскости расположен брусок (верхний рис.). Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ. Построить график зависимости силы трения от внешней приложенной силы: $F_{тр} = F_{тр}(F)$.





[См. нижний рис.]

2.9. По горизонтальной поверхности скользит тело массой m под действием силы $\vec{F}$, направленной под углом α к горизонту. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен μ. Определить силу трения, действующую на тело и ускорение тела.



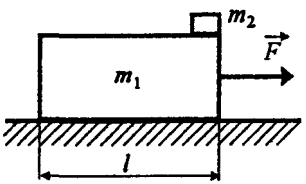
[$F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha)$; $a = \dfrac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu g$]

2.10. На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ лежит тело массой m. В момент $t = 0$ к нему приложили горизонталь-

ную силу, зависимость которой от времени определяется выражением $\vec{F} = \vec{b}\,t$, где $\vec{b}$ – постоянный вектор. Найти путь, пройденный телом за первые t секунд действия этой силы.

[$S = \frac{b(t-t_o)^3}{6m} + \frac{bt_o(t^2-t_o^2)}{2m} - \mu g\frac{(t-t_o)^2}{2}$, где $t_o = \frac{\mu mg}{b}$ – время начала движения]

2.11. Брусок массой m_1 лежит на гладкой горизонтальной плоскости, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит тело массой m_2. Коэффициент трения между телом и бруском равен μ. При каком значении силы F, приложенной к бруску в горизонтальном направлении, тело начнет скользить по бруску? Через сколько времени тело упадет с бруска? Длина бруска равна l.



[$F > \mu(m_1+m_2)g$, $t = \sqrt{\frac{2lm_1}{F-\mu g(m_1+m_2)}}$]

2.12. На горизонтальной плоскости лежит доска массой $M = 2{,}0$ кг, на которой помещен груз массой $m = 1{,}0$ кг. Горизонтальная сила $F = 20$ Н приложена к грузу. Коэффициент трения между плоскостью и доской $\mu_1 = 0{,}1$, а между доской и грузом $\mu_2 = 0{,}5$. Найти ускорения обоих тел и необходимое условие для того, чтобы сдвинуть груз с доски.

[$a_1 = \frac{\mu_2 m - \mu_1(M+m)\cdot g}{M} \approx 1$ м/с^2; $a_2 = \frac{F}{m} - \mu_2 g \approx 15$ м/с^2;

$F > \frac{m(M+m)(\mu_2-\mu_1)g}{M} = 6$ Н]

Блоки

2.13. Через вращающийся около горизонтальной оси блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы массой m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$). Определить ускорение грузов, силу натяжения

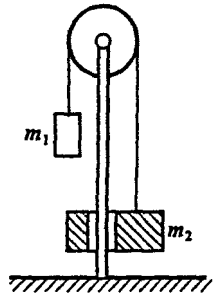
нити и силу давления блока на ось при движении грузов. Массой блока и трением в оси пренебречь.

$$[\ a=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}g;\ T=\frac{2m_1m_2g}{m_1+m_2};\ R=\frac{4m_1m_2g}{m_1+m_2}\ ]$$

2.14. Через невесомый неподвижный блок переброшена невесомая нерастяжимая нить. К концам нити подвешены грузы одинаковой массы M. На один из грузов поставили перегруз массой m. Определить ускорения грузов a, силу натяжения нити T, силу давления P груза m на M, а также силу давления на ось блока R.

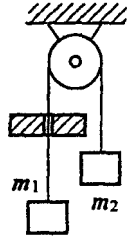
$$[a=\frac{m}{2M+m}g;\ T=\frac{2M(M+m)g}{2M+m};\ P=\frac{2Mmg}{2M+m};\ R=\frac{4M(M+m)g}{2M+m}]$$

2.15. На штанге укреплен неподвижный невесомый блок, через который перекинута нить с двумя грузами массой $m_1=500$ г и $m_2=100$ г. В грузе m_2 имеется отверстие, через которое проходит штанга. Сила трения груза m_2 о штангу постоянна и равна $F_{тр}=3$ Н. Найти ускорение a грузов и силу натяжения T нити.



$$[\ a=\frac{(m_1-m_2)g-F_{тр}}{m_1+m_2}=1{,}53\ м/с^2;\ T=m_1\cdot\frac{2m_2g+F_{тр}}{m_1+m_2}=4{,}13\ Н\ ]$$

2.16. Невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через блок с неподвижной осью, пропущена через щель. При движении нити на нее со стороны щели действует постоянная сила трения F. К концам нити подвешены грузы массой m_1 и m_2 ($m_2>m_1$). Определить ускорение a грузов и силы натяжения нити T_1 и T_2.



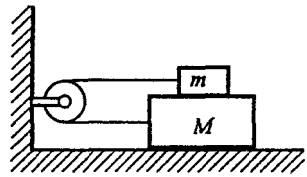
$$[\ a=\frac{(m_2-m_1)g-F}{m_1+m_2};\ T_1=\frac{m_1}{m_1+m_2}(2m_2g-F);\ T_2=\frac{m_2}{m_1+m_2}(2m_1g+F)\ ]$$

2.17. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массой m_1 и m_2. Кабина начинает подниматься с ускорением a_0. Пренебрегая массой блока и ни-

ти, а также трением, найти ускорение груза m_1 относительно кабины и силу, с которой блок действует на потолок кабины.

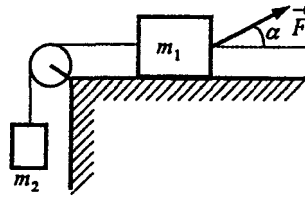
[$a_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}(g + a_o)$; $F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}(g + a_o)$]

2.18. На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 2$ кг, на нем находится брусок массой $m = 1$ кг. Оба бруска соединены легкой нитью, перекинутой через невесомый блок. Какую силу F нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он начал двигаться от блока с постоянным ускорением $a = g/2$? Коэффициент трения между брусками $\mu = 0{,}5$. Трением между нижним бруском и столом пренебречь.



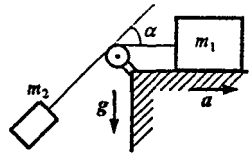
[$F = (M + m)g/2 + 2mg\mu = 24{,}5$ Н]

2.19. Определить ускорение тел в системе. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}1$. Массой блока и нити пренебречь. Нить нерастяжима. Масса грузов $m_1 = 1{,}5$ кг, $m_2 = 0{,}5$ кг. Сила $\vec{F}$ направлена под углом 30° к горизонту, а ее модуль равен 10 Н.



[$a = 1{,}4$ м/с^2]

2.20. Груз массой m_1 находится на столе, который движется горизонтально с ускорением a. К грузу присоединена нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен второй груз массой m_2. Найти силу натяжения нити, если коэффициент трения груза массой m_1 о стол равен μ.



[$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\sqrt{a^2 + g^2} + \mu g - a\right)$ в случае проскальзывания груза по столу и $T = m_2\sqrt{a^2 + g^2}$ при отсутствии проскальзывания]

Наклонная плоскость

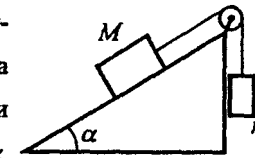
2.21. С плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, соскальзывает без трения тело массой m. Найти ускорение тела a и силу давления N на наклонную плоскость.

[$a = g\sin\alpha$; $N = mg\cos\alpha$]

2.22. Доска массой M может двигаться без трения по наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту. В каком направлении и с каким ускорением должна бежать по доске собака массой m, чтобы доска не соскальзывала с наклонной плоскости?

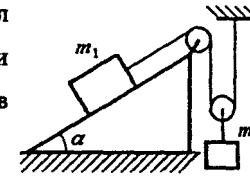
[Вниз с ускорением $a = \dfrac{M+m}{m} g\sin\alpha$]

2.23. Определить модуль ускорения грузов, силу натяжения нити, силу давления груза M на наклонную плоскость. Масса грузов M и m, угол при основании наклонной плоскости α, нити невесомы и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет.



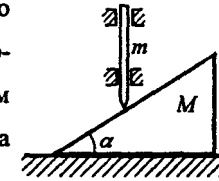
[$a = \dfrac{m - M\sin\alpha}{m+M} g$, $T = \dfrac{mM(1+\sin\alpha)}{m+M} g$, $N = Mg\cos\alpha$]

2.24. Определить ускорение каждого из тел в системе. Нити нерастяжимы. Массой блоков и нитей пренебречь. Трения нет. Масса грузов $m_1 = 0{,}1$ кг, $m_2 = 0{,}6$ кг. Угол $\alpha = 30°$.



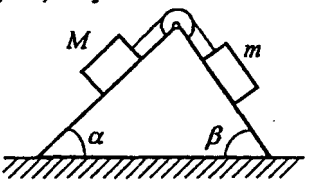
[$a_1 = 9{,}8$ м/с^2; $a_2 = 4{,}9$ м/с^2]

2.25. Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вниз и вверх стержень, масса которого m. Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой M. Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определить ускорение клина и стержня.



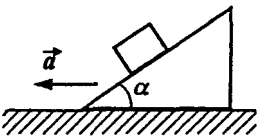
[$a_{кл} = \dfrac{m\,\mathrm{tg}\,\alpha}{M + m\,\mathrm{tg}^2\alpha} g$; $a_{ст} = a_{кл}\,\mathrm{tg}\,\alpha$]

2.26. Определить модуль ускорения грузов, силу натяжения нити и силы давления грузов на наклонные плоскости. Масса грузов M и m, углы при основании плоскости – α и β, нити невесомы и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет.



[$a=\dfrac{M\sin\alpha-m\sin\beta}{M+m}g$; $T=\dfrac{mM(\sin\alpha+\sin\beta)}{M+m}g$; $N_M=Mg\cos\alpha$; $N_m=mg\cos\beta$].

2.27. Клин с углом наклона α при основании движется в горизонтальном направлении с ускорением a. С каким ускорением a_1 относительно наклонной плоскости будет двигаться груз массой m, помещенный на нее? Трением пренебречь. Найти силу давления N груза на наклонную плоскость.



[$a_1=g\sin\alpha-a\cos\alpha$; $N=m(a\sin\alpha+g\cos\alpha)$]

2.28. Гладкий клин массой M может скользить без трения по горизонтальной плоскости. На его грань, образующую угол α с горизонтом, положили гладкий брусок массой m. Определить ускорение клина a.

[$a=\dfrac{mg\sin 2\alpha}{2(M+m\sin^2\alpha)}$]

2.29. На наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом, положили тело массой m. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ. Исследовать зависимость ускорения тела и силы трения от угла наклона плоскости α. [Если $\mathrm{tg}\,\alpha\leqslant\mu$, то $a=0$ и $F_{тр}=mg\sin\alpha$; если $\mathrm{tg}\,\alpha>\mu$, то $a=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$, $F_{тр}=\mu mg\cos\alpha$]

2.30. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найдите коэффициент трения между телом и плоскостью, если время подъема тела оказалось в 2 раза меньше времени спуска. [$\frac{3}{5}\mathrm{tg}\,\alpha$]

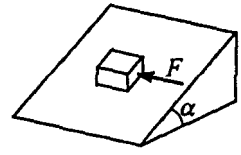
2.31. На какое максимальное расстояние S по плоскости с углом наклона α к горизонту сможет подняться тело, имеющее начальную скорость v_0? Определить время подъема τ_1 и спуска τ_2 тела. Коэффициент трения между плоскостью и телом μ.

$$[\ S=\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)};\quad \tau_1=\frac{v_0}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)};\quad \tau_2=\frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}}\ ]$$

2.32. С каким максимальным ускорением может двигаться полно приводной автомобиль, если коэффициент трения колес об асфальт μ, угол наклона горки α. $[\ a=\mu g\cos\alpha-g\sin\alpha\ ]$

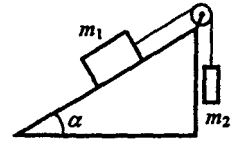
2.33. Колесо массой m скатывается с постоянной скоростью с наклонной плоскости. Определить значение и направление силы реакции $\vec{R}$ плоскости. $[\ \vec{R}=-m\vec{g}\ ]$.

2.34. Небольшой кубик массой m покоится на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту под углом α. Коэффициент трения кубика о плоскость μ ($\mu>\mathrm{tg}\,\alpha$). Определить минимальную горизонтальную силу F, параллельную наклонной плоскости, с которой нужно толкать кубик, чтобы он начал двигаться.



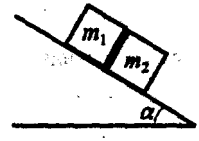
$[F=mg\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}]$

2.35. Определить при каком соотношении масс грузов m_2/m_1 груз будет покоиться, подниматься вверх и опускаться вниз по наклонной плоскости. Коэффициент трения между грузом m_1 и наклонной плоскостью μ, плоскость составляет с горизонтом угол α.



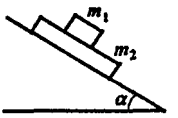
$[\ \frac{m_2}{m_1}>\sin\alpha+\mu\cos\alpha$ – движение вверх; $\frac{m_2}{m_1}<\sin\alpha-\mu\cos\alpha$ – движение вниз; $\sin\alpha-\mu\cos\alpha\leqslant\frac{m_2}{m_1}\leqslant\sin\alpha+\mu\cos\alpha$ – покой $]$

2.36. Два бруска с одинаковой массой $m=0{,}2$ кг лежат на плоскости с углом наклона $\alpha=45°$ к горизонту. Коэффициент трения верхнего бруска о плоскость μ_1=0,01, нижнего μ_2= 1. Определить силу взаимодействия бру-



сков при их совместном соскальзывании с наклонной плоскости.

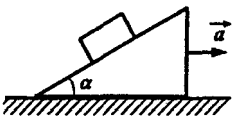
[$N = \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} m g \cos\alpha = 0{,}686$ Н]



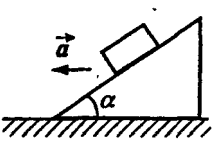
2.37. На плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 30°$ помещена плоская плита массой $m_2 = 10$ кг, а на нее – брусок массой $m_1 = 5$ кг. Коэффициент трения между бруском н плитой $\mu_1 = 0{,}15$, а между плитой и плоскостью $\mu_2 = 0{,}3$. Определить ускорение обоих тел. При каком коэффициенте трения μ_2 плита не будет двигаться?

[$a_1 = g\sin\alpha - \mu_1 g\cos\alpha = 3{,}7$ м/с^2; $a_2 = g\sin\alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} g\cos\alpha -$

$$- \mu_2\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) g\cos\alpha = 1{,}8 \text{ м/с}^2; \quad \mu_2 = \frac{\sin\alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2}\cos\alpha}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)\cos\alpha} = 0{,}43 \ ]$$

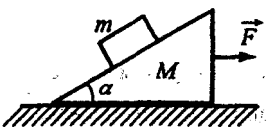


2.38. На плоскости с углом наклона α неподвижно лежит кубик, причем коэффициент трения между кубиком и плоскостью $\mu > \text{tg}\ \alpha$. Наклонная плоскость движется с ускорением a в горизонтальном направлении. При каком минимальном значении этого ускорения кубик начнет соскальзывать? [$a \geq g\frac{\mu - \text{tg}\alpha}{1 + \mu\text{tg}\alpha}$]



2.39. При каком значении ускорения a груз, лежащий на поверхности клина с углом наклона α, начнет подниматься по нему? Коэффициент трения между грузом и клином μ. [$a \geq g\frac{\mu + \text{tg}\alpha}{1 - \mu\text{tg}\alpha}$; $\mu\text{tg}\alpha < 1$]

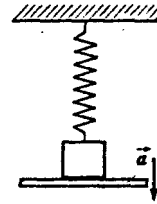
2.40. На гладкой горизонтальной поверхности находится призма массы M с углом наклона α и на ней брусок массы m. Коэффициент трения между призмой и бруском k $(k > \text{tg}\alpha)$. В момент $t = 0$ на призму начала действовать горизонтальная сила, зависящая от времени: $F = bt$, где b – постоянная. Найдите путь, пройденный призмой до мо-



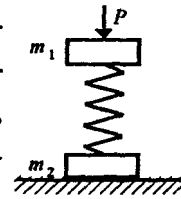
мента начала скольжения бруска по призме.

$$[\ S=\frac{(M+m)^2}{6b^2}\left(g\,\frac{k\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+k\sin\alpha}\right)^3\ ]$$

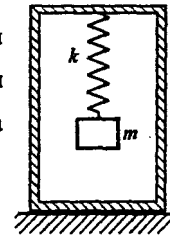
Движение тел под действием сил упругости



2.41. На подставке лежит тело, подвешенное к потолку с помощью пружины. В начальный момент пружина недеформирована. Подставку начинают опускать вниз с ускорением a. Через какое время тело оторвется от подставки? Коэффициент жесткости пружины k, масса тела m. $[\ t=\sqrt{\frac{2m}{k}\left(\frac{g}{a}-1\right)}\ ]$

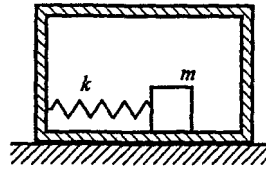


2.42. Два груза массой m_1 и m_2, связанные пружиной, стоят на горизонтальном столе. Какую минимальную силу нужно приложить к верхнему грузу, чтобы после снятия ее нижний груз оторвался от поверхности стола? $[\ P=(m_1+m_2)g\ ]$



2.43. Коробка массой M стоит на горизонтальном столе. В коробке на пружине с жесткостью k подвешен груз. При какой амплитуде A колебаний груза m коробка начнет подпрыгивать на столе?

$[\ A\geq(M+m)\frac{g}{k}\ ]$



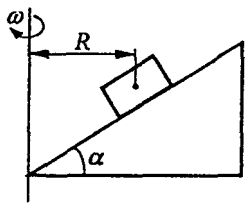
2.44. Коробка массой M стоит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между столом и коробкой равен μ. Внутри коробки лежит груз массой m, который может без трения двигаться по дну коробки. Он прикреплен к стенке коробки пружиной с жесткостью k. При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет двигаться по столу? $[\ A\geq\frac{\mu(M+m)g}{k}\ ]$

Динамика вращательного движения

2.45. На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии $R = 50$ см от оси вращения лежит груз весом $P = 10$ Н. Коэффициент трения между грузом и поверхностью стола $\mu = 0{,}25$. Какова сила трения, удерживающая груз, если скорость вращения столика $n = 12$ об/мин? При какой угловой скорости ω_{max} груз начнет скользить по столику? [$F_{тр} = m\omega^2 R \approx 0{,}8$ Н ; $\omega = 2\pi\frac{n}{60}$; $\omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \cong 2{,}2$ с$^{-1}$]

2.46. Какова должна быть наименьшая скорость мотоцикла, для того чтобы он мог ехать по внутренней поверхности кругового цилиндра радиусом R по горизонтальной окружности? Коэффициент трения скольжения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен k. [$\sqrt{\frac{gR}{k}}$]

2.47. Плоскость с углом наклона α к горизонту вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. На наклонной плоскости лежит груз. Определить расстояние R между осью вращения и центром масс груза. Трением пренебречь.

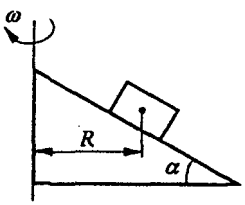


[$R = \frac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\omega^2}$]

2.48. Во сколько раз увеличится максимально допустимая скорость движения велосипедиста по наклонному треку с углом наклона α по сравнению с максимальной скоростью движения по горизонтальному треку при одинаковых радиусах кривизны траектории и коэффициентах трения μ?

[$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu + \mathrm{tg}\,\alpha}{\mu(1 - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}}$]

2.49. Плоскость с углом наклона α к горизонту вращается с угловой скоростью ω



вокруг вертикальной оси. На наклонной плоскости на расстоянии R от оси вращения лежит груз. При каком минимальном коэффициенте трения он не будет скользить по плоскости?

[$\mu = \dfrac{\omega^2 R + g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{g - \omega^2 R\,\mathrm{tg}\,\alpha}$]

2.50. Полусферическая чаша радиусом $R = 1$ м вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 4{,}4$ с$^{-1}$. В чаше лежит шарик, вращающийся вместе с ней. В каком месте чаши он находится? Место определить углом. [$\alpha = \arccos\dfrac{g}{\omega^2 R} = \arccos\dfrac{1}{2} = 60°$]

2.51. Чаша в форме полусферы радиусом $R = 0{,}8$ м вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Вместе с чашей вращается шарик, лежащий на ее внутренней поверхности. Расстояние от шарика до нижней точки чаши равно ее радиусу. Определить угловую скорость вращения чаши. [$\omega = \sqrt{\dfrac{2g}{R}} = 5$ с$^{-1}$]

2.52. Нить маятника отклонена до горизонтального положения и отпущена. Какова должна быть минимальная прочность нити, чтобы она могла выдержать натяжение при прохождении маятником массой 1 кг положения равновесия? [$T = 3mg \approx 30$ Н]

2.53. Тело массой $m = 0{,}1$ кг вращается в вертикальной плоскости на нити длиной $l = 1$ м. Ось вращения расположена над полом на высоте $H = 2$ м. При прохождении нижнего положения нить обрывается и тело падает на пол на расстоянии $L = 4$ м (по горизонтали) от точки обрыва. Определить силу натяжения нити в момент ее обрыва.

[$N = mg\left(1 + \dfrac{L^2}{2(H - l)l}\right) = 9$ Н]

2.54. Груз массой m, привязанный к нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости. Найти разность сил натяжения нити в нижней и верхней точках траектории. [$\Delta T = 6mg$]

2.55. Тело, подвешенное на нити длиной l, вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса (конический маятник). Угловая скорость вращения равна ω. Определить угол, который образует нить с осью вращения.

[$\alpha = \arccos\frac{g}{\omega^2 l}$ при $g<\omega^2 l$; $\alpha=0$ при $g \geqslant \omega^2 l$]

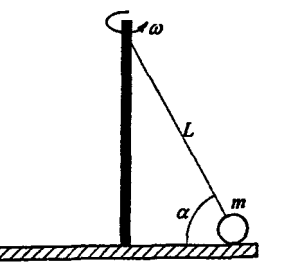
2.56. Тяжелый шарик, подвешенный на нити l=1 м, описывает окружность в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найти период обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся вниз с постоянным ускорением $a=5$ м/с^2. Нить составляет с вертикалью угол α=60°. [$T=2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g-a}} \approx 2$ с]

2.57. Шарик массой m, подвешенный на нити длиной l, приведен во вращательное движение в горизонтальной плоскости. Какова должна быть прочность нити F, чтобы радиус R окружности, по которой движется шарик, стал равным $2l/\sqrt{5}$? [$F=mg\sqrt{5}$]

2.58. Стержень длиной l =1 м закреплен жестко под углом φ=30° на вертикальной оси и вращается вместе с осью с угловой скоростью $\omega = 10$ с$^{-1}$. К нижнему концу стержня прикреплен шарик массой m = 1 кг. Найти силу, с которой стержень действует на шарик.

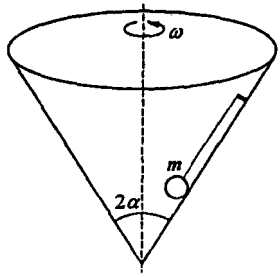
[$F=m\sqrt{\omega^4 l^2 \sin^2\varphi + g^2} \approx 51$ Н]

2.59. Круглая платформа вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω. На платформе находится шарик массы m, прикрепленный к оси нитью. Угол наклона нити равен α, длина нити равна L. Определить натяжение нити в момент времени отрыва шарика от платформы.



[$F=m\omega^2 L$]

2.60. Конус с углом раствора 2α вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω. В конусе находится шарик массы m, прикрепленный с помощью нити к боковой поверхности конуса и вращающийся вместе с ним по окружности радиуса R. Найдите натяжение нити.



[$F = mg\cos\alpha - m\omega^2 R\sin\alpha$]

2.61. Груз массой m лежит на горизонтальном плоском столе, вращающемся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, к которой он прикреплен с помощью невесомой пружины в недеформированном состоянии длиной l_o и жесткостью k. Коэффициент трения между столом и грузом μ. Определить, на каком расстоянии может находиться груз от оси вращения. [$\frac{kl_o - \mu mg}{k - m\omega^2} \leqslant x \leqslant \frac{kl_o + \mu mg}{k - m\omega^2}$ при $\omega < \sqrt{k/m}$; при $\omega > \sqrt{k/m}$ $x = \frac{\mu mg - kl_o}{m\omega^2 - k}$]

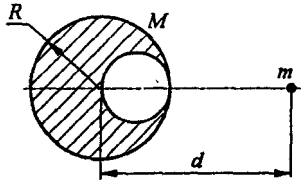
Закон всемирного тяготения

2.62. Оценить массу Земли по следующим данным: гравитационная постоянная G=6,672·10^{-11} м^3/(кг·см^2), радиус Земли $R_З$=6378,5 км.

[$M_З \cong \frac{gR_З^2}{G} \cong 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг]

2.63. На какой высоте над поверхностью Земли (в долях радиуса Земли $R_З$) ускорение свободного падения равно 0,25 от ускорения свободного падения на поверхности Земли. [R]

2.64. В свинцовом шаре радиусом R и массой M сделана сферическая полость радиусом $R/2$, поверхность которой касается поверхности шара. Определить, с какой силой этот шар будет притягивать ма-



ленький шарик массой m, находящийся на расстоянии d от центра свинцового шара, на прямой, соединяющей центры шаров и сферической полости (см. рис.).

[$F = G\dfrac{Mm}{7}\left(\dfrac{8}{d^2} - \dfrac{1}{(d - R/2)^2}\right)$, где G – гравитационная постоянная]

2.65. Спутник движется по низкой круговой орбите вокруг Земли ($R_{орб} \approx R_З \approx 6400$ км). Определить скорость движения спутника (первую космическую скорость) и период обращения.

[$v_1 \approx \sqrt{gR_З} \approx 8$ км/с; $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{R_З}{g}} \approx 5027$ с $\approx 1{,}396$ ч]

2.66. Спутник движется по орбите, высота которой равна радиусу Земли. Определить скорость движения и период обращения спутника.

[$v = \sqrt{\dfrac{gR_З^2}{R_{орб}}} = \sqrt{\dfrac{gR_З}{2}} \approx 5{,}66$ км/с; $T = \dfrac{2\pi}{R_З}\sqrt{\dfrac{R_{орб}^3}{g}} = 4\pi\sqrt{\dfrac{2R_З}{g}} \approx 3{,}95$ ч]

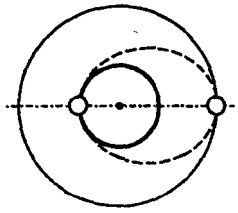
2.67. Определить радиус круговой орбиты искусственного спутника Земли, который "висел" бы над одной и той же точкой поверхности Земли (период обращения равен периоду обращения Земли вокруг своей оси). Продолжительность суток $T = 86400$ с. [Плоскость орбиты совпадает с плоскостью экватора, $R_{орб} = \sqrt[3]{g\dfrac{T^2R_З^2}{4\pi^2}} \approx 42626$ км]

2.68. Какой должна быть продолжительность суток на Земле, чтобы тела на экваторе были невесомы. Радиус Земли 6400 км. [$T = 2\pi\sqrt{R_З/g} \approx 1{,}396$ ч]

2.69. Определить период обращения спутника по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли $R_a = 3R_З$, а перигей (минимальное удаление от центра Земли) $R_\pi \approx R_З$. Найти отношение скоростей в апогее и перигее. Для решения задачи применить законы Кеплера.

[$T = 4\pi\sqrt{\dfrac{2R_З}{g}}$; $\dfrac{v_a}{v_\pi} = \dfrac{R_\pi}{R_a} = \dfrac{1}{3}$]

2.70. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом $R=3R_3$, где $R_3=6400$ км – радиус Земли. В результате кратковременного действия тормозного устройства скорость спутника уменьшилась так, что он начинает двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли. Через какое время после этого спутник приземлится?



$$\left[\ t=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{R_3}\left(\frac{R^3}{g}\right)^{1/2}\left(\frac{R+R_3}{2R}\right)^{3/2}\approx 2\ \text{ч}\ \right]$$

2.71. Масса двух звезд равна m_1 и m_2, расстояние между ними l. Найти период обращения этих звезд по круговым орбитам вокруг их общего центра.

$$\left[\ T=2\pi l\sqrt{\frac{l}{G(m_1+m_2)}},\ \text{где } G-\text{гравитационная постоянная}\right]$$

3. ИМПУЛЬС

Основное уравнение динамики

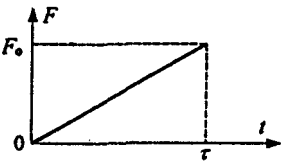
3.1. Материальная точка массой m движется с постоянной угловой скоростью ω по окружности радиусом R. Определить изменение импульса точки за 1/4 пернода. $[\ \Delta p=\sqrt{2}\,m\omega R\ ]$

3.2. Тело массой m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью v_0. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти приращение импульса тела за первые t секунд движения. $[\ \Delta p=mgt\ ]$

3.3. Тело, имеющее начальную скорость v_0, движется прямолинейно по шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и поверхностью μ. Через какое время τ тело остановится? $\left[\ \tau=\frac{v_0}{\mu g}\ \right]$

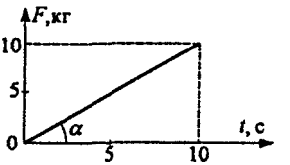
3.4. К телу массой m, движущемуся прямолинейно по гладкой горизонтальной поверхности, приложена по направлению его движения

сила, изменяющаяся по линейному закону. Определить конечную скорость тела $v_к$, если начальная скорость v_0. Значения параметров F_0 и τ на рисунке считать известными.



[$v_к = v_0 + \frac{F_0 \tau}{2m}$]

3.5. Автомобиль массой $m = 2 \cdot 10^3$ кг движется со скоростью $v = 90$ км/ч. В момент времени $t = 0$ на него начинает действовать тормозящая сила F, которая нарастает по линейному закону (см. рис.). Через какое время автомобиль остановится ? [$t = \sqrt{\frac{2mv}{\operatorname{tg}\alpha}} = 10$ с]



3.6. Тело массой 1 кг начинает движение из состояния покоя под действием постоянной силы, равной 10 Н. Каков будет импульс тела, когда оно пройдет путь, равный 5 м ? [10 кг·м/с]

3.7. Тело массой 1 кг брошено под углом к горизонту. За время полета его импульс изменился на p=10 кг·м/с. Определить наибольшую высоту подъема тела. [$h = \frac{p^2}{8m^2 g} = 1{,}25$ м]

3.8. Металлический шарик, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 0{,}81$ м. Во сколько раз уменьшается импульс шарика при ударе ? [в 0,9 раз]

3.9. Две частицы массами m_1 и m_2 двигались со скоростями $\vec{v_1}$ и $\vec{v_2}$, так, что направление движения второй частицы перпендикулярно к направлению движения первой. В течение некоторого времени на обе частицы действовали одинаковые по модулю и направлению силы. В результате действия этой силы первая частица стала двигаться со скоростью $\vec{u_1}$. Определить модуль скорости второй частицы $|\vec{u_2}| = u_2$ для следующих соотношений масс и скоростей:

а) $m_1 = m_2 = m$; $|\vec{v_1}| = |\vec{v_2}| = |\vec{u_1}| = v$; $\vec{u_1} \perp \vec{v_1}$;

б) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v_1}| = |\vec{u_1}| = v$; $|\vec{v_2}| = v/2$; $\vec{u_1} \perp \vec{v_1}$;

в) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v_2}| = v$; $|\vec{v_2}| = |\vec{u_1}| = 2v$; $\vec{u_1} = -2\vec{v_1}$.

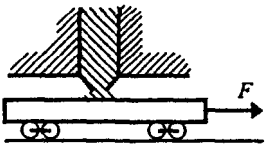
[а) $u_2 = v\sqrt{5}$; б) $u_2 = \frac{v\sqrt{5}}{2}$; в) $u_2 = \frac{5v}{2}$]

3.10. Какова средняя сила давления F на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули $m = 10$ г, а скорость пули при вылете из канала ствола $v = 300$ м/с? Автомат делает $n = 300$ выстрелов в минуту.

[$F = mv\frac{n}{\tau} \approx 15$ Н; $\tau = 60$ с]

3.11. Для проведения огневых испытаний жидкостной ракетный двигатель закрепили на стенде. С какой силой он действует иа стенд, если скорость нстечения продуктов сгорания из сопла v, а расход топлива за τ секунд составил m кг? [$F = mv/\tau$]

3.12. *Платформа массой M начинает* двигаться вправо под действием постоянной силы F. Из неподвижного бункера на нее высыпается песок. Скорость погрузки постоянна и равна μ кг/с. Пренебрегая трением, найти зависимость от времени ускорения a платформы в процессе погрузки. Определить ускорение a_1 платформы в случае, если песок не насыпается на платформу, а из наполненной высыпается через отверстие в ее дне с постоянной скоростью μ кг/с.



[$a = \frac{F}{(1 + \mu t/M)^2 M}$; $a_1 = \frac{F}{M - \mu t}$]

3.13. Тело массой m, имеющее начальную скорость v_0, попадает в вязкую среду, сила сопротивления движению тела которой пропорциональна его скорости: $F = \alpha v$, где α – известный коэффициент. Определить путь, пройденный телом до остановки.

[$S = mv_0/\alpha$]

3.14. Водометный катер движется с постоянной скоростью, забирая забортную воду и выбрасывая назад струю со скоростью $u = 20$ м/с относительно катера. Площадь поперечного сечения струи $S = 0{,}01$ м^2. Найдите скорость катера, если действующая на него сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости: $F = kv^2$, причем $k = 7{,}5$ Н·с^2/м^2. [13,4 м/с]

3.15. Один конец каната удерживают на высоте h от земли, второй его конец касается земли. В момент времени $t = 0$ канат отпускают и он начинает свободно падать на землю. Получите аналитическую зависимость силы, с которой канат будет давить на землю, от времени. Масса единицы длины каната равна ρ. [$\frac{3}{2}\rho g^2 t^2$]

3.16. Два шарика, изготовленных из одного и того же материала, падают в облаке пыли. Во сколько раз отличаются установившиеся скорости падения шариков, если диаметр одного из них вдвое больше диаметра другого? Пыль не прилипает к шарикам, и масса их в процессе движения не изменяется.
[Скорость большего шарика в $\sqrt{2}$ раз больше]

3.17. На поверхности воды находится в покое лодка. Человек, находящийся в ней, переходит с кормы на нос. Как будет двигаться лодка, если сила сопротивления движению пропорциональна скорости лодки?
[Лодка вернется в ту же точку, в которой она находилась до начала движения]

Закон сохранения импульса

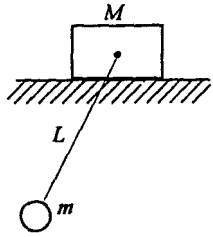
3.18. Пуля массой m попадает в неподвижный брусок, покоящийся на гладкой горизонтальной поверхности. Масса бруска M, скорость пули v_0 направлена горизонтально. Пуля застревает в бруске. Определить скорость движения бруска после попадания в него пули.
[$u = \frac{mv_0}{m+M}$]

3.19. Пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v_0, попадает в брусок, лежащий на гладком полу, и пробивает его насквозь. Масса бруска M, скорость пули после вылета v. Определить скорость движения бруска. $[u = \frac{m(v_0 - v)}{M}]$

3.20. На тележку массой M, движущуюся со скоростью v, сверху падает груз массой m. Определить скорость тележки u после падения груза. $[u = \frac{Mv}{M + m}]$

3.21. Конькобежец массой M, стоящий на льду, бросает под углом α к горизонту камень массой m. Определить скорость конькобежца после броска, если скорость камня v_0. $[u = \frac{mv_0 \cos\alpha}{M}]$

3.22. На гладкой горизонтальной плоскости стоит брусок массой M. К бруску привязана нить длиной L, на конце которой закреплен шарик массой m. В начальный момент нить была отклонена на некоторый угол и отпущена без начальной скорости. Найдите скорость бруска в момент, когда нить проходит через вертикальное положение, зная, что ее угловая скорость в этот момент равна ω.



$[\ q = \frac{m\omega t}{M + m}\ ]$

3.23. Снаряд, который летел в горизонтальном направлении со скоростью v, разрывается на два осколка массой m_1 и m_2. Скорость осколка массой m_1 равна v_1 и направлена вертикально вверх. Определить модуль и направление скорости осколка массой m_2.

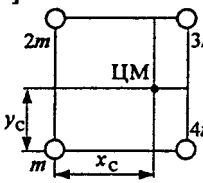
$[\ v_2 = \frac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 v^2 + m_1^2 v_1^2}}{m_2}$, под углом $\alpha = \mathrm{arctg}\,\frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)v}$ к направлению движения снаряда $]$

Движение центра масс системы

3.24. Десять шариков, масса которых соответственно равна 1 г, 2 г, ... 10 г, укреплены на невесомом стержне длиной 90 см так, что расстояние между центрами двух соседних шариков равно 10 см. Найти положение центра масс системы.

[Центр масс совпадает с центром шарика массой 7 г]

3.25. Определите положение центра масс проволочного квадрата со сторонами a, в вершины которого закреплены шарики массами m, $2m$, $3m$ и $4m$. [$x_C = 0{,}7a$, $y_C = 0{,}5a$]



3.26. Две частицы массами m_1 и m_2 двигаются со скоростями $\vec{v_1}$ и $\vec{v_2}$, так что направление движения второй частицы перпендикулярно к направлению движения первой. Определите скорость $\vec{v_c}$ центра масс системы, состоящей из этих двух частиц, для следующих соотношений масс и скоростей: а) $m_1 = m_2 = m$; $|\vec{v_1}| = |\vec{v_2}| = v$; б) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v_1}| = v$; $|\vec{v_2}| = v/2$; в) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v_1}| = v$; $|\vec{v_2}| = 2v$. Значения v считать известными.

[а) $v_c = \frac{v}{\sqrt{2}}$; б) $v_c = \frac{\sqrt{2}\,v}{3}$; в) $v_c = \frac{v\sqrt{17}}{3}$]

3.27. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа на корму. На какое расстояние S переместится лодка длиной L, если масса человека m, а масса лодки M. Сопротивлением воды пренебречь.

[$S = \frac{mL}{M+m}$]

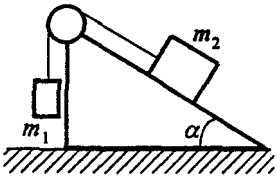
3.28. На дне маленькой запаянной пробирки, подвешенной над столом на нити, сидит муха, масса которой равна массе пробирки, а расстояние от дна до поверхности стола равно длине пробирки l. Нить пережигают, н за время падения пробирки муха перелетает со дна в верхний конец пробирки. Определить время, за которое пробирка достигнет стола. [$t = \sqrt{l/g}$]

3.29. Два шарика, имеющих одинаковые массы и заряды и находящихся на одной вертикали на высотах h_1 и h_2, бросили одновременно в одну сторону в горизонтальном направлении с одинаковыми скоростями v_0. Первый шарик коснулся земли на расстоянии l от вертикали бросания. На какой высоте h в этот момент будет второй шарик? Сопротивлением воздуха пренебречь.

[$h = h_1 + h_2 - \frac{gl^2}{v_0^2}$]

3.30. На нити, перекинутой через блок, подвешены два груза неравной массы ($m_2 > m_1$). Определить ускорение центра масс этой системы. Массой блока и нити пренебречь. [$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 g$]

3.31. Клин с углом при основании α может без трения перемещаться по гладкой горизонтальной поверхности. При каком соотношении масс m_1 и m_2 грузов, связанных нитью, перекинутой через блок, клин будет неподвижен и при каком соотношении масс клин начнет перемещаться вправо или влево? Коэффициент трения между грузом массой m_2 и клином равен k. [$\sin\alpha - k\cos\alpha \leqslant \frac{m_1}{m_2} \leqslant \sin\alpha + k\cos\alpha$]



4. РАБОТА, ЭНЕРГИЯ, МОЩНОСТЬ

4.1. Ящик массой 100 кг тянут с помощью веревки, наклоненной под углом $\alpha = 80°$ к горизонту. Коэффициент трения между ящиком и полом $\mu = 0{,}5$. Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы передвинуть ящик на расстояние $S = 100$ м по прямой.

[$A = \frac{\mu m g S \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha} = 38$ кДж]

4.2. Тело массой 1 кг движется прямолинейно из состояния покоя под действием постоянной силы. Какую работу должна совершить эта сила, чтобы скорость тела стала равной 10 м/с? [100 Дж]

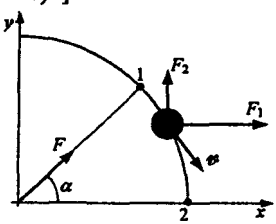
4.3. Во сколько раз возрастает импульс тела при увеличении его кинетической энергии в два раза? [В $\sqrt{2}$ раз]

4.4. Гибкий однородный канат длиной l лежит на гладком горизонтальном столе. В некоторый момент от небольшого толчка канат начал двигаться, непрерывно соскальзывая со стола. Какова будет скорость каната к моменту сползания со стола? [$v=\sqrt{gl}$]

4.5. Веревка длиной l=20 м переброшена через блок. В начальный момент времени веревка висит симметрично и покоится, а затем в результате незначительного толчка начинает двигаться по блоку. Будет ли движение веревки равноускоренным? Какова будет скорость веревки, когда она сойдет с блока? Массой блока пренебречь, радиус блока считать малым. [$v=\sqrt{gl/2}=10$ м/с]

4.6. Нить с подвешенным грузом отклонили на угол α и отпустили. На какой угол β отклонится нить с грузом, если при своем движении она будет задержана штифтом, поставленным вертикально, по середине длины нити? [$\beta=\arccos\,(2\cos\alpha-1)$]

4.7. Небольшая муфта массой m = 0,2 кг движется в горизонтальной плоскости по гладкому проводу, изогнутому в виде дуги окружности радиуса R=1,0 м. В точке 1, где скорость муфты v_0 =10 м/с, на нее начали действовать



две постоянные горизонтальные силы F_1 = 30 Н, направленная вдоль оси OX, и F_2, направленная вдоль оси OY. Определите скорость муфты в точке 2, если $\alpha=\pi/4$.

[$v=\sqrt{v_0^2+\frac{2R}{m}\cdot\left(F_1\cdot(1-\cos\alpha)-F_2\sin\alpha\right)}=10{,}8$ м/с]

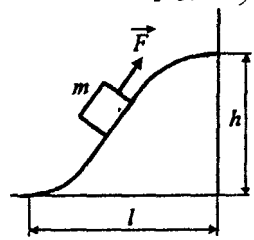
4.8. Телу, находившемуся на горизонтальной поверхности, сообщили скорость v_0. Какое расстояние пройдет тело до полной остановки, если коэффициент трения тела о поверхность равен μ?

[$S=\frac{v_0^2}{2\mu g}$]

4.9. Тело скользит по наклонной плоскости с высоты h. Плоскость наклонена под углом α к горизонту. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ. Определить скорость тела в конце плоскости. [$v=\sqrt{2gh(1-\mu\operatorname{ctg}\alpha)}$]

4.10. Конькобежец, разогнавшись до скорости v_0, въезжает на ледяную гору. На какую высоту от начального уровня въедет конькобежец, если склон горы составляет угол α с горизонтом и коэффициент трения коньков о лед равен μ? [$h=\dfrac{v_0^2}{2g(1+\mu\operatorname{ctg}\alpha)}$]

4.11. Небольшое тело массой m медленно втащили на горку, действуя силой F, которая в каждой точке направлена по касательной к траекторин. Найти работу этой силы, если высота горки h, длина ее основания l и коэффициент трения k.
[$A=mgh+kmgl$]



4.12. Трактор массой m = 10 т, развивающий мощность W = 147,2 кВт, поднимается в гору со скоростью v=5 м/с. Определить угол наклона горы. Сопротивлением пренебречь.
[$\alpha=\arcsin\dfrac{W}{mgv}\approx 17°$]

4.13. Скатываясь под уклон $\alpha=6°$, автомобиль массой $m=10^3$ кг разгоняется при выключенном двигателе до максимальной скорости v=72 км/ч, после чего движение становится равномерным. Какую мощность развивает двигатель автомобиля при подъеме с такой же скоростью и по той же дороге вверх? [$N=2mgv\sin\alpha=41$ кВт]

4.14. Какую работу нужно совершить, чтобы за время t подняться по движущемуся вниз эскалатору метро? Высота подъема равна h, скорость эскалатора постоянна и равна v, угол наклона эскалатора к горизонту равен α. [$A=mgh+mgvt\sin\alpha$]

4.15. Посадочный модуль зависает над поверхностью планеты с работающим двигателем. Определить мощность, развиваемую дви-

гателем, если масса модуля m, ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты g, а скорость истечения продуктов сгорания из сопла двигателя v. [$N = \frac{1}{2}mgv$]

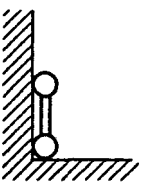
4.16. Определить кинетическую энергию обруча массой m, катящегося без проскальзывания со скоростью v. [mv^2]

4.17. По плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, катится без проскальзывания тонкий обруч. При каком значении коэффициента трения μ груз, скользящий по наклонной плоскости, будет иметь скорость, равную скорости обруча? Масса груза и обруча одинакова, начальные скорости равны нулю. [$\mu = \frac{1}{2}\mathrm{tg}\,\alpha$]

4.18. Два груза массами m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$) соединены между собой невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Блок может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, а вся его масса M сосредоточена в ободе. Пренебрегая проскальзыванием нити по блоку, определить ускорение a грузов.

[$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M} g$]

4.19. На концах и в середине невесомого стержня длиной l расположены одинаковые шарики. Стержень ставят вертикально и отпускают. Считая, что трение между плоскостью и нижним шариком отсутствует, найти скорость верхнего шарика в момент удара о горизонтальную поверхность. [$v = 2\sqrt{\frac{3gl}{5}}$]

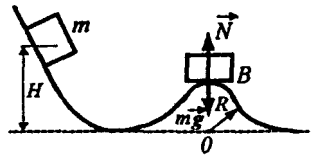


4.20. Гантелька длиной L стоит в углу, образованном гладкими плоскостями. Нижний шарик гантельки смещают горизонтально на очень маленькое расстояние, и гантелька начинает двигаться. Найти скорость нижнего шарика в тот момент, когда верхний шарик оторвется от вертикальной плоскости. Масса шариков одинакова.

[$v = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}gL}$]

4.21. На горизонтальной поверхности находится гладкая полусфера радиусом R. С верхней ее точки без начальной скорости соскальзывает тело. На какой высоте от основания сферы тело оторвется от ее поверхности. $[H = \frac{2}{3}R]$

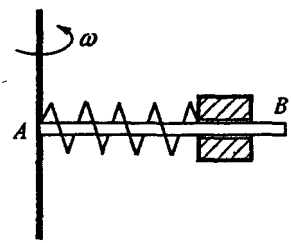
4.22. Тело массой $m = 2$ кг соскальзывает с горки высотой $H = 4{,}5$ м по наклонной поверхности, плавно переходящей в цилиндрическую поверхность радиусом $R = 2$ м. Определить силу давления тела на цилиндрическую поверхность в верхней точке B, если работа сил трения прн движении тела до этой точки $A = 40$ Дж. $[N = 10$ Н$]$



4.23. Тело массой $m = 0{,}2$ кг соскальзывает с высоты $H = 8$ м по наклонной плоскости, плавно переходящей в вертикальную петлю радиусом $R = 2$ м. Определить работу силы трения при движении тела до верхней точки петли, если давление тела на петлю в верхней точке N равно 2 Н. $[A_{тр} = mgH - \frac{5}{2}mgR - \frac{RN}{2} = 4$ Дж$]$

4.24. Гладкий легкий горизонтальный стержень AB может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A. На стержне находится небольшое тело массой m, соединенное невесомой пружиной длиной l_0 с концом A. Коэффициент жесткости пружины равен k. Какую работу надо совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости ω?

$$[A = \frac{m\omega^2 l^2}{2} \cdot \frac{1 + m\omega^2/k}{\left(1 - m\omega^2/k\right)^2}]$$

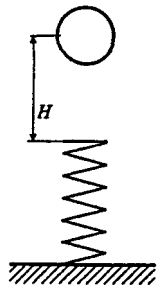


4.25. Прикрепленный к вертикальной пружине груз медленно опускают до положения равновесия, причем пружина растягивается на длину x_0. На сколько растянется пружина, если тому же грузу предоставить возможность падать свободно с такого

положения, при котором пружина не растянута? Какой максимальной скорости достигнет при этом груз? Массой пружины пренебречь.

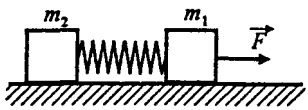
[$x=2x_o$, $v=\sqrt{gx_o}$]

4.26. Груз массой $m=10^3$ кг опускается с помощью лебедки с постоянной скоростью v = 4 м/с. Какова будет максимальная сила натяжения троса при внезапной остановке лебедки, если жесткость троса $k=5\cdot10^5$ Н/м? [$T_{max}=v\sqrt{km}+mg\approx10^5$ Н]



4.27. Легкая пружина с жесткостью k стоит вертикально на столе. С высоты H на нее падает небольшой шарик массой m. Какую максимальную скорость будет иметь шарик при своем движении вниз? Каково будет максимальное сжатие пружины?

[$v_{max}=\sqrt{\dfrac{2gH+mg^2}{k}}$; $x_{max}=\dfrac{mg}{k}\sqrt{1+\dfrac{2kH}{mg}}$]



4.28. Два груза массой m_1 и m_2, соединенные между собой пружиной, лежат на горизонтальном столе. Пружина в начальный момент не натянута. С какой минимальной силой F нужно потянуть первый груз, чтобы при этом второй сдвинулся с места? Коэффициент трения между столом и грузом μ.

[$F=\mu g(m_1+m_2/2)$]

4.29. Телу, находящемуся на поверхности Земли, сообщена вертикальная скорость 6 км/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти максимальную высоту его подъема. Радиус Земли $R_З$=6400 км.

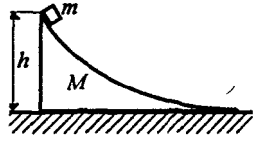
[$H=\dfrac{v_o^2}{2gR_З-v_o^2}R_З\approx2500$ км]

4.30. Определить скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть силу притяжения Земли (вторую космическую скорость). [$v=\sqrt{2gR_З}\approx11{,}3$ км/с]

5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

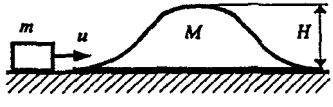
Сохранение механической энергии и импульса

5.1. На гладком горизонтальном столе покоится "горка", угол наклона которой плавно изменяется от некоторого значения до нуля. С вершины "горки" соскальзывает без трения небольшое тело массой m. Какова будет скорость тела после соскальзывания, если высота "горки" h, масса M. Трением между горкой и столом пренебречь.



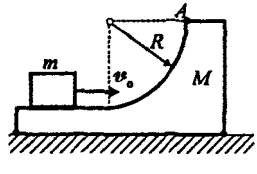
[$u=\sqrt{\dfrac{2gh}{1+m/M}}$]

5.2. На пути тела A, скользящего по гладкому горизонтальному столу, находится незакрепленная "горка" высотой H. При какой минимальной скорости тело сможет преодолеть горку?



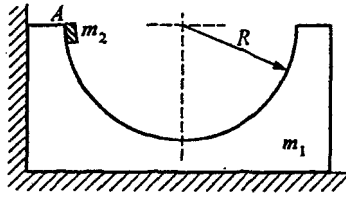
Тело движется не отрываясь от горки. Трения нет. Масса горки M, масса тела m. [$u=\sqrt{2gH(1+m/M)}$]

5.3. Преграда массой M = 10 кг, имеющая цилиндрическую поверхность с радиусом R=0,2 м, расположена на горизонтальной плоскости. Тело массой m =1 кг с начальной горизонтальной скоростью v_0 = 3 м/с, скользя, поднимается по цилиндрической поверхности. Определить скорость тела на высоте, равной радиусу R (в точке A). Трением пренебречь.



[$v=\sqrt{\left(1-\dfrac{mM}{(m+M)^2}\right)v_0^2+2gR}\approx 2{,}06$ м/с]

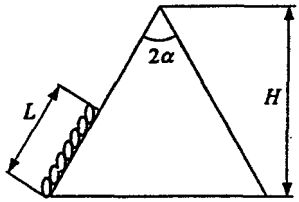
5.4. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массой m_1 с углублением полусферической формы радиусом R. Из точки A без трения соскальзывает ма-



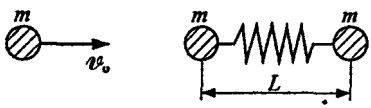
ленькая шайба массой m_2. Найти максимальную скорость бруска при его последующем движении.

[$v_{max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gR}$]

5.5. Гибкая однородная цепь длиной L может двигаться по желобу, имеющему форму равнобедренного треугольника с углом 2α прн вершине и расположенному в вертикальной плоскости. Трение отсутствует, предполагается, что цепь прилегает к желобу. Найти наименьшую начальную скорость цепи, необходимую для преодоления такой горки. В начальный момент времени положение цепи показано на рисунке. [$v = \sqrt{2g\left(H - \frac{3}{4}L\cos\alpha\right)}$]



5.6. Два шарика с одинаковой массой m соединены невесомой пружиной жесткости k и длиной L и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Третий шарик массой m движется со скоростью v_0 по линии, соединяющей центры первых двух, и упруго соударяется с одним из них. Предполагая, что время соударения шариков мало по сравнению с временем деформации пружины, определить максимальное расстояние между первыми двумя шариками при их дальнейшем движении.



[$L_{max} = L + v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}$]

Прямой центральный абсолютно упругий удар

5.7. В результате упругого лобового столкновения частицы массой m_1 с неподвижной частицей m_2 обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. Найти массу неподвижной частицы. Удар абсолютно упругий. [$m_2 = 3m_1$]

5.8. Во сколько раз уменьшится скорость атома гелия после упругого столкновения с неподвижным атомом водорода, масса которого в четыре раза меньше массы атома гелия? [В 5/3 раза]

5.9. Две частицы массой m_1 и m_2 со скоростями v_1 и v_2 сталкиваются абсолютно упруго. Определить скорости частиц после столкновения, которое является центральным.

$$\left[v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right]$$

5.10. Определить максимальную потенциальную энергию упругой деформации при прямом центральном абсолютно упругом ударе двух тел массой m_1 и m_2, имевших скорости до удара v_1 и v_2 соответственно. $\left[W_{max} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(v_1 - v_2)^2 \right]$

5.11. Шарик, движущийся со скоростью v, налетает на стенку, движущуюся со скоростью u ($u < v$) в том же направлении, и ударяется о нее абсолютно упруго. Плоскость стенки перпендикулярна скорости движения шарика. Определить скорость шарика после удара в системе отсчета, связанной с Землей. [$v - 2u$]

5.12. В переднюю стенку башни танка, идущего со скоростью $u = 72$ км/ч, ударяется пуля, летящая со скоростью $v_0 = 750$ м/с навстречу танку и упруго отскакивает от стенки башни. С какой скоростью относительно земли полетит отскочившая пуля? Стенка наклонена к [illegible]тикали под углом $\varphi = 60°$.

$$\left[v = \sqrt{(v_0 + u)^2 - 2(v_0 + u\cos(\pi - 2\varphi) + u^2} \approx 780 \text{ м/с} \right]$$

Непрямой упругий удар

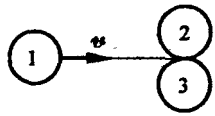
5.13. На горизонтальной плоскости покоится шар. С ним сталкивается другой шар с такой же массой. Удар абсолютно упругий и непрямой. Определить угол, под которым разлетаются шары после удара.

[$\pi/2$]

5.14. Тело массой m_1, движущееся со скоростью v, налетает на неподвижное тело и после упругого соударения отскакивает от него под углом 90° к первоначальному направлению своего движения со скоростью $v/2$. Определить массу неподвижного тела. [$m_2 = \frac{5m_1}{3}$]

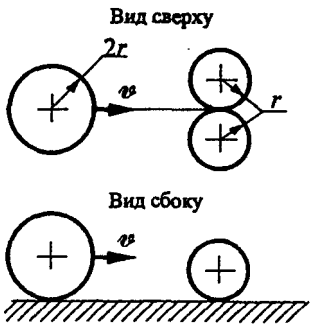
5.15. Шар массой m, движущийся со скоростью v, налетает на покоящийся шар массой $m/2$ и после упругого удара продолжает двигаться под углом α=30° к направлению своего первоначального движения. Найти скорости шаров после столкновения.
[$v_1 = v/\sqrt{3}; v_2 = 2v/\sqrt{3}$]

5.16. Два одинаковых шара покоятся, касаясь друг друга. Третий такой же шар налетает на них, двигаясь по прямой, касающейся обоих шаров, со скоростью v. Найти скорости шаров после столкновения. Удар абсолютно упругий.



[$u_1 = -v/5$; $u_2 = u_3 = 2\sqrt{3}\,v/5$].

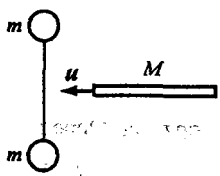
5.17. Два гладких упругих шара радиусом r лежат, соприкасаясь друг с другом, на гладкой горизонтальной плоскости. Третий упругий шар радиусом $2r$, скользящий со скоростью v по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара (см. рис.). Найти скорость большого шара после удара. Все шары сделаны из одного материала.



[$u = 25v/39$]

Неупругий удар

5.18. Два одинаковых шара массой m каждый связаны прочной нитью. Доска массой $M = 2m$ налетает со скоростью u = 1 м/с на эту систему н



ударяет по середине нити. Найти скорость шаров при ударе о доску. Толщина доски и радиусы шаров малы по сравнению с длиной нити. [$v = 0{,}78$ м/с; составляющая скоростей шаров, сонаправленная со скоростью доски: $v_{II} = \frac{Mu}{M+2m} = \frac{u}{2} = 0{,}5$ м/с; составляющая, перпендикулярная доске: $v_{I} = \frac{u}{\sqrt{1+2m/M}} = 0{,}6$ м/с]

5.19. Две частицы массой m и $2m$, имеющие импульсы P и $P/2$, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определить потерю механической энергии при соударении. [$\Delta W = \frac{3P^2}{16m}$]

5.20. Минимальная энергия электрона, необходимая для ионизации атома водорода, равна W_o. Определить минимальные начальные скорости ионов водорода и гелия, необходимые для ионизации атома водорода. Ионизация происходит в результате полностью неупругого удара: потерянная механическая энергия переходит в энергию ионизации. По сравнению с массами ионов водорода и гелия массой электрона можно пренебречь. [$v_{o_H} = 2\sqrt{\frac{W_o}{m_H}}$; $v_{o_{He}} = \sqrt{\frac{10W_o}{m_{He}}}$]

Комплексные задачи на энергию и импульс

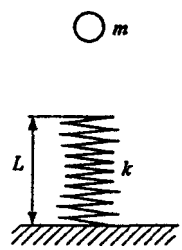
5.21. Пуля, летевшая горизонтально со скоростью $v_o = 400$ м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной $l = 4$ м, и застревает в нем. Определить угол α, на который отклонится брусок, если масса пули $m = 20$ г, а масса бруска $M = 5$ кг.

[$\alpha = \arccos\left(1 - \frac{1}{2gl} \cdot \frac{v_o^2}{(1+M/m)^2}\right) \approx 15°$]

5.22. Тело массой M под действием пружин совершает колебания с амплитудой A_o на гладком горизонтальном столе. В тот момент, когда тело проходит положение равновесия, на него сверху падает и прилипа-

ет к нему кусок пластилина массой m. Чему будет равна амплитуда колебаний? [$A = A_0\sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$]

5.23. Легкая пружина жесткости k и длины L стоит вертикально на столе и не прикреплена к нему. На пружину падает небольшой шарик массой m, имеющий начальную скорость, равную нулю. Пружина упруго деформируется, и шарик подскакивает вертикально вверх. Максимальная скорость шарика при его движении оказалась равной v_{max}. На какую высоту поднимается центр тяжести пружины? [$h = \dfrac{v_{max}^2 - mg^2/k}{8g}$]



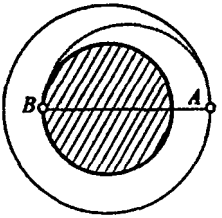
5.24. Из духового ружья стреляют в спичечный коробок, лежащий на расстоянии $l = 30$ см от края стола. Пуля массой $m = 1$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 150$ м/с, пробивает коробок и вылетает из него со скоростью $v_0/2$. Масса коробка 50 г. При каких значениях коэффициента трения μ между коробком и столом коробок упадет со стола? [$\mu \leq \dfrac{m^2}{M^2}\cdot\dfrac{v_0^2}{8gl} \approx 0{,}38$]

5.25. Орудие, масса ствола которого $M = 400$ кг, стреляет в горизонтальном направлении. Масса снаряда $m = 8$ кг, его начальная скорость $v_0 = 10^3$ м/с. При выстреле ствол откатывается на $S = 50$ см. Определить среднее значение силы торможения, развивающейся в противооткатном устройстве орудия. [$F_{ср} = \dfrac{m^2 v_0^2}{2MS} = 160$ кН]

5.26. От удара копра массой $m = 50$ кг, падающего с высоты $H = 5$ м, свая массой $M = 200$ кг погружается в грунт на глубину $l = 20$ см. Определить силу сопротивления грунта, считая ее постоянной. Удар копра о сваю абсолютно неупругий.

[$F = (m+M)\left(\dfrac{m^2}{(m+M)^2}\cdot\dfrac{H}{l}+1\right)g = 5$ кН]

5.27. Космический корабль массой $M = 12$ т движется вокруг Луны по круговой орбите на высоте $h = 100$ км. Для перехода на орбиту прилунения на короткое время включается двигатель торможения. Скорость вытекающих из сопла ракеты газов $u = 10^4$ м/с. Радиус Луны $R_л = 1700$ км, ускорение свободного падения у поверхности Луны $g_л = 1{,}7$ м/с^2. Какую массу топлива m необходимо израсходовать для того, чтобы при включении тормозного двигателя в точке A траектории корабль опустился на Луну в точке B?

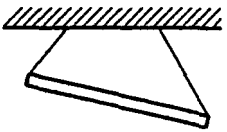


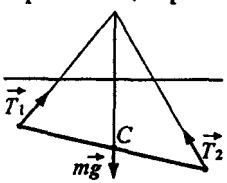
[$m = \frac{M}{u}\sqrt{\frac{g_л R_л^2}{R_л + h}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2R_л}{R_л + h}}\right) = 29$ кг]

6. СТАТИКА

Центр тяжести

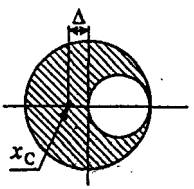
6.1. Неоднородный стержень висит на двух невесомых нитях (рис. справа). Определить построением центр тяжести стержня.





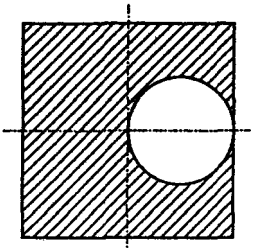
[Рис. слева, где C – центр тяжести]

6.2. Однородная тонкая пластинка радиусом R имеет форму круга, в котором вырезано отверстие вдвое меньшего радиуса, касающееся края пластинки. Где находится центр тяжести?



[На оси симметрии, $\Delta = R/6$ от центра]

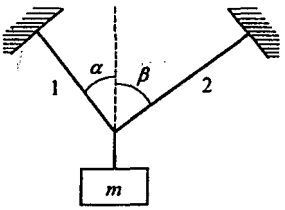
6.3. Из однородной тонкой пластины в форме квадрата со стороной a вырезано отверстие диаметром $a/2$, касающееся стороны квадрата. Определить положение центра тяжести. [На оси симметрии, на расстоянии $\Delta = \frac{\pi a}{4(16-\pi)}$ слева от центра квадрата]



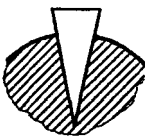
Условия равновесия тел

6.4. Груз массой m удерживается в вертикальном положении с помощью двух тросов, составляющих с вертикалью углы α и β. Определить силы натяжения тросов.

[$T_1 = mg\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$; $T_2 = mg\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$]

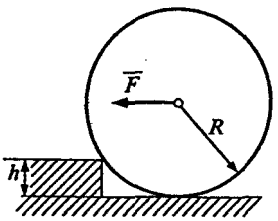


6.5. Каков должен быть коэффициент трения μ для того, чтобы клин, заколоченный в бревно, не выскальзывал из него? Угол при вершине клина α. [$\mu \geq \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$]



6.6. Колесо радиусом R и массой m стоит перед ступенькой высотой h. Какую горизонтальную силу F нужно приложить к оси колеса, чтобы оно могло подняться на ступеньку ? Трением пренебречь.

[$F \geq \frac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$]

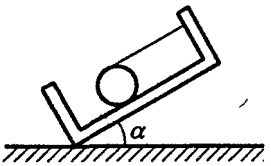


6.7. На плоскости с углом наклона α к горизонту стоит цилиндр радиусом r. Какова наибольшая высота цилиндра, при которой он не опрокидывается? [$H = 2r\,\mathrm{ctg}\,\alpha$]

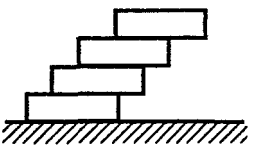
6.8. К вертикальной гладкой стенке в точке A на веревке длиной l подвешен шар массой m. Чему равна сила натяжения веревки и сила давления шара на стенку, если радиус шара R?

[$T=\dfrac{mg(l+R)}{\sqrt{(l+R)^2-R^2}}$; $N=\dfrac{mgR}{\sqrt{(l+R)^2-R^2}}$]*

6.9. На плоском шероховатом дне чаши находится шар. Дно чаши наклонено на некоторый угол по отношению к горизонту. Шар удерживается в равновесии нитью, параллельной дну. На какой наибольший угол α можно наклонить дно чаши, чтобы шар все еще оставался в равновесии? Коэффициент трения $\mu=0{,}5$. [$\alpha=45°$]

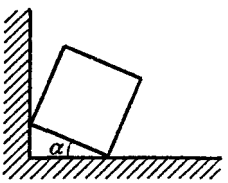


6.10. Кирпичи укладывают один на другой без связующего вещества так, что часть каждого последующего кирпича выступает над нижележащим. На какое максимальное расстояние правый край верхнего кирпича может выступать над правым краем самого нижнего кирпича, служащего основанием всей кладки? Длина каждого кирпича равна l. [$11l/12$; длина выступающих концов кирпичей: $l/2$, $l/4$, $l/6$, считая от верхнего кирпича]

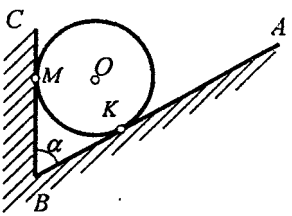


6.11. Кубик стоит у стены так, что одна из его граней образует угол α с полом. При каком значении коэффициента трения кубика о пол это возможно, если трением о стену пренебречь?

[$\mu \geq \dfrac{\cos\alpha-\sin\alpha}{2\sin\alpha}$]

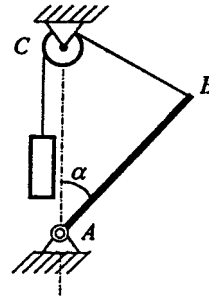


6.12. Шар лежит в щели ABC, образованной двумя плоскими стенками. Найти угол между плоскостями, если давление шара на вертикальную стенку BC вдвое больше



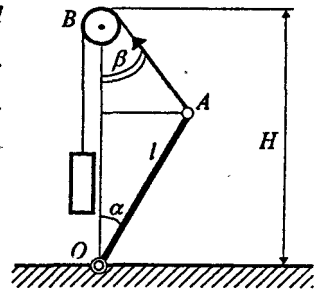
больше силы тяжести, действующей на шар. Трением пренебречь. [$\alpha = \operatorname{arctg} 0{,}5$]

6.13. Стержень AB массой m прикреплен к неподвижной опоре шарниром A и может вращаться в вертикальной плоскости. К концу стержня B прикреплена нить. Нить перекинута через блок C, и к ней подвешен груз массой $m_1 = 0{,}5\,m$. Оси блока и шарнира расположены на одной вертикали, причем $AB = AC$. При каком угле α между стержнем и вертикалью система будет в равновесии?



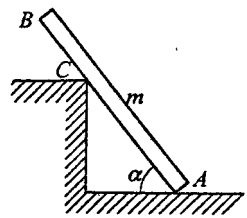
[$\alpha = 2\arcsin\dfrac{m_1}{m} = 60°$]

6.14. Штанга массой m и длиной l закреплена нижним концом на шарнире O. К верхнему концу штанги привязана нить, перекинутая через блок, укрепленный на высоте H от шарнира и на одной с ним вертикали. Какой минимальный груз нужно подвесить на другой конец нити, чтобы штанга устойчиво стояла в вертикальном положении? [$M > \dfrac{m(H-l)}{2H}$]



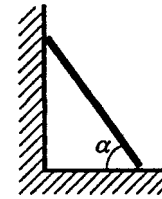
6.15. На земле лежат вплотную два одинаковых бревна цилиндрической формы. Сверху на них кладут такое же бревно. При каком коэффициенте трения μ между ними они не раскатятся (по земле бревна не скользят). [$\mu = 0{,}27$]

6.16. Однородный стержень AB массой m опирается о гладкий пол и шероховатый выступ C. Расстояние $AC = 0{,}75\,AB$. Угол наклона стержня α, коэффициент трения между



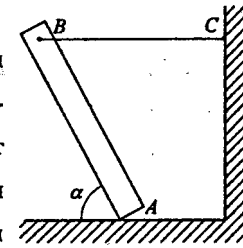
нем и уступом μ. Определить нормальные реакции N_A и N_C в точках A и C и силу трения F, между стержнем и уступом. При каких значениях угла α возможно равновесие ?

[$N_A=\frac{1}{3}mg$; $N_C=\frac{2}{3}mg\cos\alpha$; $F_T=\frac{2}{3}mg\sin\alpha$; $\alpha \geqslant \operatorname{arctg}\mu$]



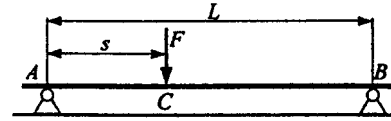
6.17. Верхний конец лестницы опирается на гладкую вертикальную стену, а нижний находится на шероховатом полу. Коэффициент трения между лестницей и полом $\mu=0{,}5$. При каком предельном значении угла наклона она будет находиться в равновесии?

[$\alpha_{\text{пред}}=45°$]



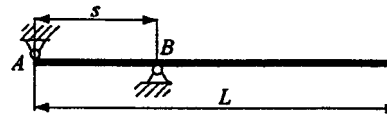
6.18. Однородный стержень AB опирается о шероховатый пол и удерживается в равновесии горизонтальной нитью BC. Коэффициент трения между стержнем и полом $\mu=0{,}5$. При каких значениях угла, образованного стержием с горизонтом, это возможно ?

[$\alpha \geqslant \operatorname{arctg}\frac{1}{2\mu}$]



6.19. Невесомый жесткий стержень длиной L свободно лежит на двух опорах A и B. В точке C, отстоящей от A на расстоянии s, на стержень действует вертикальная сила F. Определите силы реакции R_A и R_D в опорах A и B.

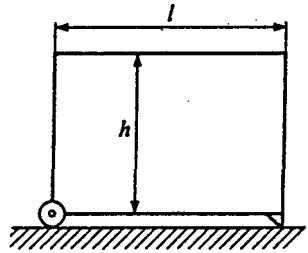
[$R_A=\frac{F(L-s)}{L}$; $R_B=\frac{Fs}{L}$]



6.20. Однородный стержень длины L и массы m удерживается в горизонтальном положении с помощью двух опор A и B, расстояние между опорами равно s. Определите силы реакции R_A и R_B в опорах A и B.

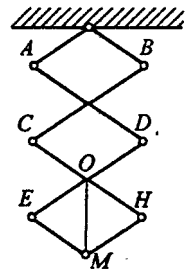
[$R_A=\frac{mg(L-2s)}{2s}$; $R_B=\frac{mgL}{2s}$]

6.21. Контейнер в виде однородного прямоугольного параллелепипеда высотой h и длиной l стоит на опоре малых размеров. Левая опора, в отличие от правой, сделана на роликах, которые обеспечивают пренебрежимо малое трение. Чтобы сдвинуть контейнер вправо, его нужно толкать с силой F_1, приложенной к середине левой стороны, а чтобы сдвинуть влево, нужно толкать с силой F_2 ($F_1 > F_2$), приложенной к центру правой стороны. Найти массу контейнера. [$m = \dfrac{2F_1F_2h}{(F_1 - F_2)gl}$]



6.22. Имеется подвеска, состоящая из стержней, соединенных шарнирно. Стержни AD, BC, DE и CH – сплошные. Определить силу T натяжения нити OM, если масса всей системы равна m.

[$T = \frac{3}{2}mg$]



Равновесие упругих тел. Закон Гука

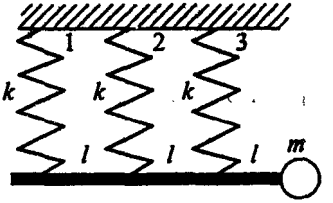
6.23. Две пружины с коэффициентами упругости k_1 и k_2 соединяют один раз последовательно, другой раз параллельно. Какой должна быть жесткость k пружины, которой можно было бы заменить эту систему из двух пружин?

[$k = \dfrac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$ в первом случае, $k = k_1 + k_2$ во втором случае]

6.24. Пружину длиной l_0 поместили между жесткими стенками, расстояние между которыми $l < l_0$. Определить силу, с которой пружина давит на стенки, если коэффициент жесткости пружины k.

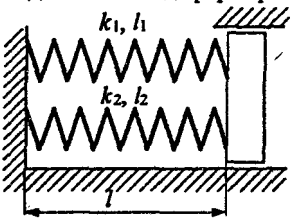
[$F = k(l - l_0)$]

6.25. На конце невесомого стержня, прикрепленного с помощью трех одинаковых пружин к потолку, находится груз массой m. Расстояние между пружинами и от крайней пружины до груза одинаковы. Определите усилия в пружинах.



[$F_1 = -\frac{2}{3}mg$; $F_2 = \frac{1}{3}mg$; $F_3 = \frac{4}{3}mg$]

6.26. Две пружины жесткостью k_1 и k_2 и длиной в недеформированном состоянии l_1 и l_2 соединены между собой жесткой планкой. Какова будет длина пружин l в положении равновесия?



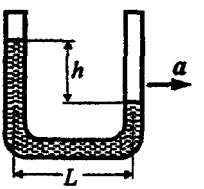
[$l = \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{k_1 + k_2}$]

7. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ

Давление, равновесие

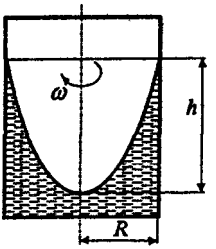
7.1. В сосуд, имеющий форму куба с ребром a, доверху налита жидкость плотностью ρ. Определить силы давления жидкости на дно и стенки сосуда. [На дно $F_1 = \rho g a^3$, на стенки $F_2 = \frac{1}{2}\rho g a^3$]

7.2. U-образная трубка движется горизонтально с ускорением a. Определить разность уровней между коленами трубки, если расстояние между коленами L. Радиус трубки $R \ll L$, капиллярными эффектами пренебречь. [$h = \frac{La}{g}$]



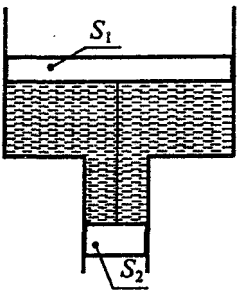
7.3. Сосуд с жидкостью движется горизонтально с ускорением a. Определить угол наклона поверхности жидкости по отношению к горизонту. [$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{a}{g}$]

7.4. Цилиндрический сосуд радиусом R, заполненный жидкостью, вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью цилиндра. Найти разность уровней жидкости h между точками, лежащими на оси и на стенке цилиндра.



$[\, h = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega^2}{g} R^2 \,]$

7.5. В вертикально расположенном сосуде с сечениями S_1 и S_2 находятся два невесомых поршня. Поршни соединены тонкой проволокой длиной l. Найти силу натяжения проволоки T, если пространство между поршнями заполнено водой. Концы сосуда открыты в атмосферу.



$[\, T = \rho g l \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} \,]$

7.6. Открытая с двух сторон длинная труба с гладкими внутренними стенками вертикально опущена в резервуар с водой. Внутри трубы находится невесомый поршень площадью $S = 0{,}1$ м^2, плотно прилегающий к стенкам. Какую работу нужно совершить, чтобы поднять поршень на высоту H? Рассмотреть два случая: а) $H = 5$ м; б) $H = 15$ м. Нормальное атмосферное давление $p_o \approx 10^5$ Па.

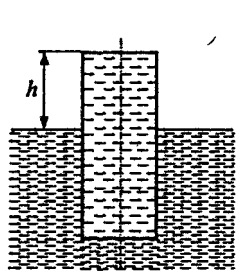
[а) $A = \rho g S \frac{H^2}{2} = 1{,}25 \cdot 10^4$ Дж; б) $A = p_o S \left(H - \frac{p_o}{2\rho g} \right) = 1 \cdot 10^5$ Дж]

7.7. В один из сообщающихся сосудов налита вода плотностью ρ_1, в другой – масло плотностью ρ_2. На какое расстояние x сместится граница раздела жидкостей в горизонтальной трубке, если на поверхность воды налить слой масла толщиной h? Площади поперечного сечения сосудов в k раз больше площади поперечного сечения трубки. $[\, x = \frac{k \rho_2 h}{\rho_1 + \rho_2} \,]$

7.8. Ртуть находится в U-образной трубке, площадь сечения левого колена которой в 3 раза меньше, чем правого. Уровень ртути в узком колене расположен на расстоянии $l = 30$ см от верхнего конца трубки. На сколько поднимется уровень ртути в правом колене, если левое колено доверху заполнить водой? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, ртути $\rho_{Hg} = 13600$ кг/м^3.

$$[\ \Delta h = \frac{\rho_в l}{\frac{S_2}{S_1}(\rho_{Hg} - \rho_в) + \rho_{Hg}} = 0{,}58 \text{ см}\ ]$$

7.9. В воде плавает в вертикальном положении труба. Высота выступающей части трубы $h = 5$ см. Внутрь трубы наливается масло плотностью $\rho = 900$ кг/м^3. Какой длины должна быть труба для того, чтобы ее можно было целиком заполнить маслом ?



Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3. $\quad [\ H = \frac{\rho_в h}{\rho_в - \rho} = 50 \text{ см}\ ]$

Закон Архимеда. Условия плавания тел

7.10. Вес тела в воде в 3 раза меньше, чем в воздухе. Какова плотность тела ? $\quad [\ \rho = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м$^3]$

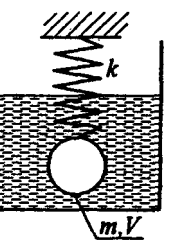
7.11. Однородное тело плавает иа поверхности керосина так, что объем погруженной части составляет 0,92 всего объема тела V. Определить объем погруженной части при плавании тела на поверхности воды. Плотность керосина $\rho_к = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3. $[\ 0{,}74\ V]$

7.12. Сплошной однородный шар объемом V плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей. Плотность верхней жидкости ρ_1, нижней ρ_2. Плотность материала шара $\rho\ (\rho_1 < \rho < \rho_2)$. Какая

часть объема шара будет находиться в верхней, а какая в нижней жидкости? $\left[\ \frac{V_1}{V}=\frac{\rho_2-\rho}{\rho_2-\rho_1};\ \frac{V_2}{V}=\frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}\ \right]$

7.13. Тонкостенный стакан массой m плавает на границе раздела двух жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2, сохраняя вертикальное положение вниз дном. Дно стакана имеет толщину h и площадь S. На какую глубину стакан погружен в более плотную жидкость, если свободная поверхность менее плотной жидкости расположена выше краев стакана? Толщиной стенки стакана пренебречь. $\left[H=\frac{m-\rho_1 hS}{(\rho_2-\rho_1)S}\right]$

7.14. Стальной шар с объемом V и массой m удерживается под водой от погружения на дно пружиной жесткости k. Найдите энергию деформации пружины. Массой и объемом пружины пренебречь. Плотность воды равна ρ.

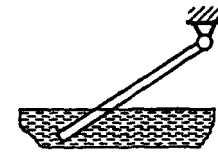


$\left[\ \frac{g^2(m-\rho V)^2}{2k}\ \right]$

7.15. В цилиндрический сосуд диаметром $d=4$ см налита вода. После того как в воду опустили деревянный шарик, уровень воды поднялся на $h=1$ см. Определить радиус шарика, если его плотность ρ=700 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$=10^3 кг/м^3. $\left[\ r=\sqrt[3]{\frac{3}{16}d^2h\frac{\rho_в}{\rho}}\approx 1{,}63\ \text{см}\right]$

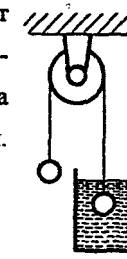
7.16. Металлический стержень, к верхнему торцу которого прикреплен пружинный динамометр, медленно погружается в цилиндрический сосуд с водой, имеющий площадь поперечного сечения S=20 см^2. На сколько изменится показание динамометра в тот момент, когда уровень воды в сосуде поднимется на высоту h = 10 см? Плотность воды $\rho_в$=10^3 кг/м^3. [ΔF=2 Н]

7.17. Верхний конец тонкой однородной палочки шарнирно закреплен, нижний ее конец погружен в воду. При равновесии под водой находится 1/5 часть длины палочки. Определить плотность вещества палочки. [$\rho = 360$ кг/м^3]



7.18. Шар массой m и объемом V падает в жидкости с плотностью ρ с постоянной скоростью u. С какой силой F нужно тянуть этот шар вверх, чтобы он поднимался в той же жидкости со скоростью $u_1 = 4u$? Сопротивление вязкой жидкости движению шара пропорционально его скорости. [$F = 5(mg - \rho Vg)$]

7.19. Два одинаковых шарика связаны невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, причем один из шариков погружен в сосуд с жидкостью. С какой установившейся скоростью u будут двигаться шарики, если известно, что установившаяся скорость падения одиночного шарика в той же жидкости равна u_0? Сила сопротивления пропорциональна скорости. Плотность жидкости ρ_0, плотность материала шариков ρ.



[$u = \dfrac{u_0 \rho_0}{\rho - \rho_0}$]

Работа архимедовых сил

7.20. Льдина площадью поперечного сечения $S = 1$ м^2 и высотой $H = 0{,}4$ м плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3. [$A = \dfrac{(\rho_в - \rho_л)^2 g S H^2}{2\rho_в} = 7{,}84$ Дж]

7.21. Бетонная однородная свая массой m лежит на дне водоема глубиной h, большей, чем длина сваи l. Привязав трос к одному концу сваи, ее медленно вытаскивают из воды так, что центр тяжести сваи поднимается на высоту H от поверхности воды ($H > l$). Какая работа

совершается при подъеме сваи? Плотность бетона в n раз больше плотности воды. Силами сопротивления пренебречь.

[$A = mg\left[H + h\left(1 - \frac{1}{n}\right)\right]$]

7.22. В сосуде имеются две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2; толщины слоев этих жидкостей равны h_1 и h_2 соответственно. С поверхности жидкости в сосуд опускают маленькое обтекаемое тело, которое достигает дна как раз в тот момент, когда его скорость становится равной нулю. Какова плотность материала, из которого сделано тело? [$\rho = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}$]

7.23. Удерживаемый за верхний конец на высоте h над поверхностью воды тонкий металлический стержень длиной l выпускают, и он падает на дно водоема глубиной H ($l < H$), соприкасаясь с дном по всей своей длине. Какова скорость стержня в момент касания дна, если плотность материала стержня ρ и воды $\rho_в$ известны, а сопротивление движению стержня не учитывается?

[$v = \sqrt{2g(H(1 - \rho_в/\rho) + h - l)}$]

7.24. Стеклянный шарик массой m = 100 г, находящийся у поверхности глицерина, погружается на глубину H = 1 м. Найти изменение потенциальной энергии шарика ΔU. Плотность глицерина $\rho_1 = 1{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность стекла $\rho_2 = 2{,}4 \cdot 10^3$ кг/м^3.

[$\Delta U = mgH(\rho_1/\rho_2 - 1) = -0{,}49$ Дж]

Уравнение Бернулли

7.25. В подвале дома вода отопительной системы поступает в трубу диаметром 4 см со скоростью 0,5 м/с под давлением 3 атм. Каковы скорость течения и давление в трубке диаметром 2,6 см на втором этаже, расположенном на 5 м выше?

[$v_2 = \frac{\rho v_1 S_1}{\rho S_2} = 1{,}18$ м/с; $p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} - \frac{\rho v_2^2}{2} + p_1 - \rho g h = 2{,}5 \cdot 10^5$ Па]

7.26. Определить максимальную дальность полета струи из шприца диаметром 4 см, на поршень которого давит сила $F = 30$ Н. Площадь отверстия шприца много меньше площади поршня, сопротивлением воздуха пренебречь. Плотность жидкости $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

[$L_{max} = \dfrac{8F}{\pi d^2 \rho g} \approx 4{,}9$ м]

7.27. Цилиндр диаметром D заполнен водой и расположен горизонтально. С какой скоростью перемещается в цилиндре поршень, если на него действует сила F, а из отверстия в дне цилиндра вытекает струя диаметром d. Силу тяжести не учитывать. Плотность жидкости ρ. [$v = \dfrac{d^2}{D}\sqrt{\dfrac{8F}{\pi\rho(D^4 - d^4)}}$]

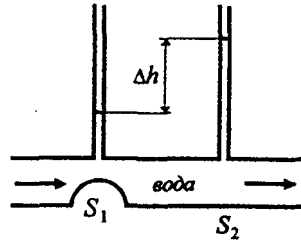
7.28. С какой скоростью вытекает вода из маленького отверстия в дне широкого цилиндрического бака в момент времени, когда он заполнен до высоты h? [$v = \sqrt{2gh}$]

7.29. Широкий сосуд с небольшим отверстием в дне наполнен водой и керосином. Пренебрегая вязкостью, найти скорость вытекающей воды, если толщина слоя воды h_1, а слоя керосина h_2.

[$v = \sqrt{\dfrac{2g(h_1\rho_1 + h_2\rho_2)}{\rho_1}}$]

7.30. Две манометрические трубки установлены на горизонтальной трубе переменного сечения в местах, где сечения трубы равны S_1 и S_2. По трубе течет вода. Найти объем воды Q, протекающей в единицу времени через сечение трубы, если разность уровней воды в манометрических трубках равна Δh.

[$Q = S_1 S_2 \sqrt{\dfrac{2g\Delta h}{(S_2^2 - S_1^2)}}$]



8. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Молекулярная физика

8.1. Оценить массу m_0 и размер a следующих молекул: а) воды (молекулярная масса 18 а.е.м, плотность $\rho = 1000$ кг/м^3); б) ртути (молекулярная масса 200 а.е.м, плотность $\rho = 13600$ кг/м^3); в) этилового спирта (молекулярная масса 46 а.е.м, плотность $\rho = 790$ кг/м^3).
[а) $m_0 = 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ кг, $a \approx 3{,}1 \cdot 10^{-10}$ м; б) $m_0 = 3{,}32 \cdot 10^{-25}$ кг, $a \approx 2{,}9 \cdot 10^{-10}$ м; в) $m_0 = 7{,}64 \cdot 10^{-26}$ кг, $a \approx 4{,}6 \cdot 10^{-10}$ м]

8.2. Плотность гелия при нормальных условиях $\rho = 0{,}179$ кг/м^3. Оценить среднее расстояние a между центрами его молекул. Молярная масса гелия $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. [$a \approx \sqrt[3]{\dfrac{\mu}{\rho N_A}} = 3{,}34 \cdot 10^{-9}$ м]

8.3. Плотность водяного пара при 100°С $\rho = 0{,}88$ кг/м^3. Какую часть объема η занимают молекулы? Принять, что молекулы имеют шарообразную форму, а диаметр равен $3{,}1 \cdot 10^{-10}$ м. [$\eta = 4{,}59 \cdot 10^{-2}$ %]

8.4. Два сосуда, содержащих одинаковое число молекул гелия, соединены краном. В первом сосуде средняя квадратичная скорость молекул равна $\overline{u}_1 = 1000$ м/с, во втором $\overline{u}_2 = 1300$ м/с. Какой будет эта скорость, если открыть кран, соединяющий сосуды? Процесс считать адиабатным. [$\overline{u} = \sqrt{\dfrac{\overline{u}_1^2 + \overline{u}_2^2}{2}} = 1160$ м/с]

8.5. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекулярного водорода и гелия при одинаковых температурах.
[$v_{\text{H}} : v_{\text{He}} = \sqrt{2}$]

8.6. В закрытом сосуде находится идеальный газ. Как изменится его давление, если средняя квадратичная скорость его молекул увеличится на 30 %? [Давление возрастет на 69 %]

8.7. В 1 см^3 объема при давлении 20 кПа находится $5\cdot10^{19}$ молекул гелия. Определить среднюю квадратичную скорость молекул при этих условиях. [$u=\sqrt{\frac{3pN_A}{\mu n}}=425$ м/с]

8.8. Идеальный одноатомный газ при давлении 10^5 Па занимает объем 100 м^3. Определить суммарную кинетическую энергию E его молекул. [$E=\frac{3}{2}pv=1{,}5\cdot10^7$ Дж]

8.9. Плотность газа при нормальном атмосферном давлении равна ρ=1 кг/м^3. Определить среднюю квадратичную скорость молекул.

[$u=\sqrt{\frac{3p}{\rho}}=547{,}7$ м/с]

8.10. Как изменится средняя квадратичная скорость молекул газа, если температура возрастет в 2 раза? [Увеличится в $\sqrt{2}$ раз].

8.11. Вычислить среднюю квадратичную скорость атомов гелия при температуре 27°С.

[$\bar{u}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=1367$ м/с]

8.12. Вычислить среднее расстояние между центрами молекул идеального газа при нормальных условиях, постоянная Больцмана $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К. [$a\approx\sqrt[3]{\frac{kT}{p}}=3{,}35\cdot10^{-9}$ м]

8.13. Газ нагревается в открытом сосуде при нормальном атмосферном давлении от 300 до 600 К. На сколько при этом изменяется число молекул в единице объема газа?

[$\Delta n=kp_0\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_1}\right)=1{,}22\cdot10^{25}$ м$^{-3}$]

8.14. Закрытый сосуд заполнен водой при температуре $t=27$°С. Чему станет равно давление внутри сосуда, если взаимодействие между молекулами воды внезапно исчезнет?

[$p=\frac{\rho RT}{\mu}=1{,}385\cdot10^8$ Па; $\mu=18\cdot10^{-3}$ кг/моль]

8.15. В сосуде объемом V=1 л при температуре $t=183$°С находится $N=1{,}62\cdot10^{22}$ молекул газа. Чему будет равно давление газа в сосуде, если его объем изотермически увеличить в 5 раз? При нормальных

условиях 1 см^3 газа содержит $n=2{,}7\cdot10^{19}$ молекул.

[$p=\dfrac{p_0NT}{5nVT_0}=0{,}2\cdot10^5$ Па]

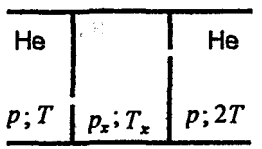
8.16. В сосуде объемом $V=1$ дм^3 содержится некоторый газ при температуре $T=290$ К. На сколько понизится давление газа в сосуде, если вследствие утечки газа из него выйдет $\Delta N=10^{21}$ молекул?

[$\Delta p=\dfrac{\Delta N k\Delta T}{V}=4\cdot10^3$ Па]

8.17. Для дальней космической связи используется спутник объемом $V=100$ м^3, наполненный воздухом при нормальных условиях. Метеорит пробивает в его корпусе отверстие площадью $S=1$ см^2. Через какое время давление внутри спутника изменится на $\varepsilon=1\,\%$? Температуру газа считать неизменной.

[$t=6\varepsilon\dfrac{V}{S}\sqrt{\dfrac{\mu}{3RT}}\approx2$ мин, где $\mu=29\cdot10^{-3}$ кг/моль]

8.18. Теплоизолированная полость очень маленькими отверстиями соединена с двумя сосудами, содержащими газообразный гелий. Давление гелия в этих сосудах поддерживается равным p; температура в одном сосуде T, в другом $2T$. Найти установившееся давление и температуру внутри полости.



[$p_x=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt[4]{2}}\cdot p\approx p$; $T_x=\sqrt{2}T\approx1{,}41\,T$]

Газовые законы

8.19. На какой глубине пузырьки воздуха имеют диаметр вдвое меньший, чем у поверхности воды? Атмосферное давление на уровне воды – нормальное. Считать, что температура воды не изменяется с глубиной. [$H\approx70$ м]

8.20. Каково давление газа в электрической лампочке, объем которой $V_0=1$ л, если через скол под поверхностью воды на глубине $h=1$ м в лампочку вошло $m=998{,}7$ г воды? Атмосферное давление – нормальное. Процесс считать изотермическим. [144 Па]

8.21. На какую глубину в жидкость плотностью ρ надо погрузить открытую трубку длиной L, чтобы, закрыв верхнее отверстие, вынуть столбик жидкости длиной $L/2$? Атмосферное давление p_o.

[$h=\frac{L}{2}+\frac{\rho g}{p_o}\cdot\frac{L^2}{4}$]

8.22. Открытую стеклянную трубку длиной l = 1 м наполовину погружают в ртуть. Затем сверху трубку закрывают пробкой и вынимают. Какой длины столбик ртути останется в трубке? Атмосферное давление равно H=750 мм рт.ст.

[$h=\frac{1}{2}\left(l+\frac{H}{1000}-\sqrt{l^2+\frac{H^2}{1000^2}}\right)$=0,25 м]

8.23. Посередине лежащего на боку заполненного газом запаянного цилиндрического сосуда длиной L = 1 м находится тонкий поршень массой m = 1 кг и площадью S = 10 см^2. Если сосуд поставить на основание, то поршень перемещается на расстояние l = 10 см. Каково было начальное давление p газа в сосуде? Трение между стенками сосуда и поршнем отсутствует. Процесс считать изотермическим.

[$p=\frac{\left(L^2-4l^2\right)mg}{4LlS}$ =24 кН/м^2]

8.24. В запаянной с одного конца стеклянной трубке длиной l = 0,9 м находится столбик воздуха, ограниченный сверху столбиком ртути высотой h=30 см. Ртуть доходит до верхнего края трубки. Трубку закрывают, поворачивают закрытым концом вниз, а затем открывают, при этом часть ртути выливается. Какова высота оставшегося столбика ртути? Атмосферное давление p_o= 10^5 Па. [x = 2,9 см]

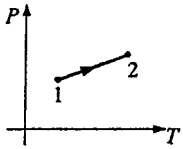
8.25. За сколько циклов работы поршневого насоса с объемом цилиндра V_1 можно откачать газ из стеклянного баллона объемом V до давления p, если вначале давление в баллоне было равно атмосферному? Процесс считать изотермическим, атмосферное давление p_o.

[$k=\lg\frac{p}{p_o}:\lg\left(\frac{V}{V+V_1}\right)$]

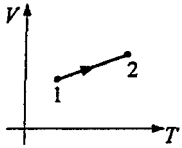
8.26. Идеальный газ, занимающий объем V_1 и находящийся под давлением p_1, сжимают сначала изотермически до объема V_2, потом изобарически до объема V_3, а затем опять изотермически до объема V_4. Под каким давлением будет находиться этот газ в конце указанного процесса? [$p_4 = p_3\frac{V_3}{V_4} = p_1\frac{V_1V_3}{V_4V_2}$]

Графики процессов

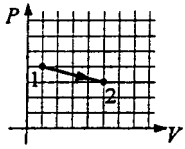
8.27. График изменения состояния идеального газа в осях T, P представляет собой прямую линию 1–2. Как изменялся объем газа в этом процессе? [Объем увеличивался]



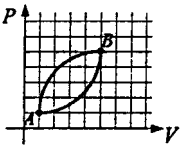
8.28. График изменения состояния идеального газа в осях T, V представляет собой прямую линию 1–2. Как изменялось давление газа в этом процессе?
[Давление увеличивалось]



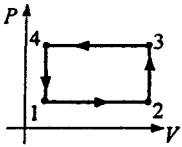
8.29. График изменения состояния идеального газа в осях V, P представляет собой прямую линию 1–2. Как изменялась температура газа в этом процессе? [Температура увеличивалась]

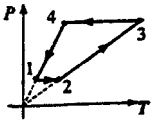


8.30. В координатных осях V, P дан график изменения состояния газа в циклическом процессе. В какой точке газ имел максимальную температуру, а в какой минимальную? [Минимальная температура – в точке A, максимальная – в точке B]

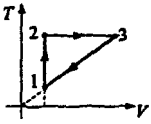


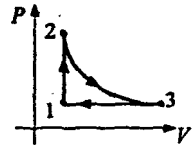
8.31. На рис. справа в координатных осях V, P дан график изменения состояния газа в циклическом процессе 1–2–3–4. Изобразить график этого процесса в координатных осях T, P. [Рис. слева]



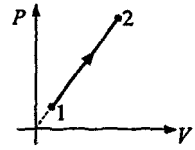


8.32. На рис. справа в координатных осях V, P дан график изменения состояния газа в циклическом процессе 1–2–3. Кривая 2–3 – изотерма. Построить график процесса в координатных осях T, V. [Рис. слева]





8.33. На рис. справа в координатных осях V, P дан график 1–2 изменения состояния идеального газа с линейной зависимостью давления от объема. Изобразить график этого процесса в координатах V, T. [Рис. слева, где 1–2 – отрезок параболы, проходящий через начало координат]



8.34. Изобразить примерный вид графика зависимости плотности идеального газа от абсолютной температуры. [См. рис., $\rho = \frac{\mu p}{RT}$]

Объединенный газовый закон

8.35. Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется по закону $p=kV^n$, где k и n – некоторые постоянные, причем $n>0$? [Газ нагревается: $T_2 = T_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n+1}$]

8.36. Нагревается или охлаждается идеальный газ в процессе расширения, если оно осуществляется в соответствии с уравнением pV^n=const, причем $n>0$? [$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$, $n<1$ – нагревается; $n=1$ – температура не изменяется; $n>1$ – температура падает]

8.37. Цилиндрический сосуд длиной L=1,5 м, разделенный легким теплонепроницаемым поршнем, заполнен идеальным газом. В начальном состоянии объем левой части сосуда вдвое больше правой, а температура в обоих частях одинакова. На сколько переместится поршень, если температуру в правой части увеличить вдвое? Температура в ле-

вой части поддерживается постоянной.

[$x = L/6 = 0{,}25$ м]

8.38. В вертикальном цилиндре, закрытом сверху поршнем, на-ходится газ при температуре $t_1 = 20°C$. Площадь поршня $S = 20$ см^2, масса $m = 2$ кг. На поршень положили груз массой $M = 5$ кг. До какой температуры нужно нагреть газ, чтобы объем газа составил 0,9 от его первоначального значения? Трение между стенками цилиндра и поршнем отсутствует. Атмосферное давление $p_o = 10^5$ Н/м^2.

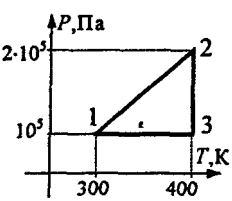
[$T_2 = 0{,}9 T_1 \dfrac{p_o S + (m+M)g}{p_o S + mg} = 324$ K]

8.39. В цилиндре с площадью сечения $S = 5$ см^2 под поршнем массой $M = 1$ кг находится некоторый газ. При увеличении абсолютной температуры газа в $n = 1{,}5$ раза поршень поднимается вверх и упирается в уступы. При этом объем газа по сравнению с первоначальным увеличивается в $k = 1{,}2$ раза. Определить силу, с которой поршень давит на уступы. Атмосферное давление $p_o = 100$ кПа.

[$F = \left(\frac{n}{k} - 1\right)\left(p_o S + Mg\right) = 15$ Н]

Уравнение Менделеева – Клапейрона

8.40. На графике изображен замкнутый процесс, который совершает некоторая масса кислорода O_2. Известно, что максимальный объем, который занимал газ в этом процессе $V_{max} = 16{,}4$ дм^3. Определить массу газа и его объем в точке 1.



[$V_1 = V_3 \dfrac{T_1}{T_3} = 12{,}3$ дм^3; $m = \dfrac{p_3 V_3 \mu}{R T_3} = 16 \cdot 10^{-3}$ кг]

8.41. Баллон, содержащий азот N_2 под давлением $p_1 = 15 \cdot 10^4$ Па и при температуре $t_1 = 27°C$, имеет массу $M_1 = 97$ кг. Когда часть азота была израсходована, так что при температуре $t_2 = 3°C$ давление в баллоне стало равным $p_2 = 6 \cdot 10^4$ Па, масса баллона оказалась равной $M_2 = 93{,}5$ кг. Сколько молей азота осталось в баллоне? [100 молей]

8.42. Воздух, находившийся в открытом баллоне при температуре 27°С, нагревают. В результате масса воздуха, оставшаяся в баллоне, составляет 40 % от массы воздуха, первоначально находившегося в баллоне. До какой температуры нагрет воздух в баллоне в этот момент? [$T_2 = 750$ К]

8.43. Температура воздуха в помещении объемом 50 м^3 при давлении $0{,}98 \cdot 10^5$ Па была равна 288 К. После подогрева воздуха калорифером его температура поднялась до 293 К. Найти массу воздуха, вытесненного из комнаты за время нагрева. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. [$M_в = 1{,}58$ кг]

8.44. Компрессор захватывает при каждом такте нагнетания $V_к = 0{,}5$ л воздуха при давлении $p_0 = 10^5$ Па и температуре $T_к = 276$ К и нагнетает его в автомобильный баллон объемом $V_б = 0{,}5$ м^3. Температура воздуха в баллоне $T_б = 290$ К. Сколько качаний должен сделать компрессор, чтобы уменьшить площадь соприкосновения покрышки с полотном дороги на $\Delta S = 100$ см^2 ? До этого площадь соприкосновения была равна $S = 450$ см^2; колесо находится под нагрузкой $F = 5$ кН.

[$n = \dfrac{T_к}{T_б}\dfrac{V_б}{V_к}\dfrac{F\Delta S}{p_0 S(S - \Delta S)} = 302$]

8.45. На дне цилиндра, наполненного воздухом, лежит полый металлический шарик радиусом $r = 1$ см. До какого давления нужно сжать воздух в цилиндре, чтобы шарик всплыл ? Опыт проводят при 290К. Воздух считать идеальным газом, $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Масса шарика 5 г. [$p = \dfrac{3}{4}\dfrac{mRT}{M\pi r^3} = 99$ МПа]

8.46. На сколько надо нагреть воздух внутри воздушного шара, чтобы он взлетел ? Объем оболочки шара $V = 525$ м^3, ее масса $m = 10$ кг. Атмосферное давление $p_0 = 105$ Па, температура окружающего воздуха $T = 300$ К. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Считать оболочку нерастяжимой и имеющей небольшое отверстие в нижней своей части. [$\Delta T = \dfrac{mRT^2}{\mu pV - mRT} \approx 5$ К]

8.47. Вертикально расположенный цилиндр, закрытый с обеих сторон, разделен тяжелым теплонепроницаемым поршнем на две части; обе части сосуда содержат одинаковое количество воздуха. При одинаковой температуре воздуха в обеих частях $T_1 = 400$ К давление p_2 в нижней части сосуда вдвое больше давления p_1 в верхней части. До какой температуры T_2 надо нагреть воздух в нижней части сосуда, чтобы объемы верхней и нижней частей стали одинаковыми?

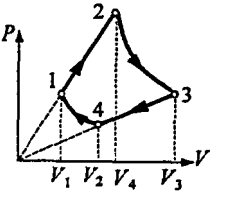
[$T_2 = 1{,}75\,T_1 = 700$ К]

8.48. Два одинаковых сосуда наполнены кислородом при температуре $t_1 = 27°C$ и соединены между собой трубкой, объем которой мал по сравнению с объемом сосудов. Во сколько раз изменится давление кислорода в сосудах, если один из них нагреть до температуры $t_2 = 87°C$, а во втором поддерживать температуру прежней ?

[$\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{2T_2}{T_1 + T_2} = 1{,}09$]

8.49. Два баллоиа соединены трубкой с краном. В первом находится газ под давлением $p_1 = 10^5$ Па, во втором $p_2 = 0{,}6 \cdot 10^5$ Па. Объем первого баллона $V_1 = 10^{-3}$ м^3, а второго $V_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м^3. Какое давление установится в баллонах, если открыть кран ? Температура постоянна. Объемом трубки можно пренебречь. [$0{,}7 \cdot 10^5$ Па]

8.50. Один моль идеальиого газа участвует в иекотором процессе, изображенном в координатах P,V. Продолжения отрезков прямых 1–2 и 3–4 проходят через иачало координат, а кривые 1–4 и 2–3 являются изотермами. Изобразить этот процесс в координатах T,V, найти объем V_3, если известны объемы V_1, V_2 и V_4.



[$V_3 = \dfrac{V_2 V_4}{V_1}$; в координатах T,V: 1–4 и 2–3 – прямые, параллельные оси абсцисс; 1–2 и 3–4 – параболы с вершиной в начале координат]

8.51. По газопроводной трубе идет углекислый газ CO_2 ($\mu = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) под давлением $p = 4 \cdot 10^5$ Па и с температурой $t = 7°C$. Какова средняя скорость движения газа в трубе, если за время $\tau = 10$ текает масса газа $m = 2$ кг? Площадь поперечного сечения трубы $S = 5$ см^2. [$v = \frac{mRT}{\mu p S \tau} = 0{,}9$ м/с]

8.52. В камеру сгорания реактивного двигателя поступает в секунду масса m водорода и необходимое для полного сгорания количество кислорода. Площадь выходного сечения сопла двигателя S, давление в этом сечении p, абсолютная температура T, молярная масса воды – $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Определить силу тяги F двигателя.

[$F = \frac{81 m^2 RT}{p \mu S}$]

Закон Дальтона

8.53. Определите среднюю молярную массу смеси, состоящей из $\alpha_1 = 75$ % азота и $\alpha_2 = 25$ % кислорода. Молярную массу азота принять равной $M_1 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, а кислорода $M_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

[$M = \frac{M_1 M_2 \cdot 100\,\%}{\alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2} \approx 29 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$]

8.54. В сосуде объемом $V = 110$ л находится $m_1 = 0{,}8$ кг водорода и $m_2 = 1{,}6$ кг кислорода. Определить давление смеси, если температура окружающей среды $t = 27°C$. [$p = 10{,}2$ МПа]

8.55. В сосуде объемом $V = 3 \cdot 10^{-3}$ м^3 находится $m_1 = 4$ мг гелия, $m_2 = 70$ мг азота и $N = 5 \cdot 10^{21}$ молекул водорода; μ_1, μ_2 – молярные массы гелия и азота. Каково давление смеси, если ее температура 300 К?

[$p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{N}{N_A}\right) = 9{,}8 \cdot 10^3$ Па]

8.56. Сосуд емкостью $2V$ разделен пополам тонкой полупроницаемой перегородкой. В левую половину ввели газ массой m_1 и газ массой m_2. В правой половине – вакуум. Через перегородку может

диффундировать только первый газ. Температура T остается постоянной. Молярная масса газов равна μ_1 и μ_2 соответственно. Какие давления $p_л$ и $p_п$ установятся в обеих половинах сосуда?

[$p_л = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{2\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)$; $p_п = \frac{RTm_1}{2V\mu_1}$]

8.57. В сосуде находится смесь азота и водорода. При температуре T, когда азот полностью диссоциирован на атомы, а диссоциацией водорода можно пренебречь, давление равно p. При температуре $2T$, когда оба газа полностью диссоциированы, давление в сосуде равно $3p$. Каково отношение масс азота и водорода в смеси?

[Масса азота в 7 раз больше массы водорода]

9. ТЕПЛОТА И РАБОТА

Уравнение теплового баланса

9.1. В калориметре смешиваются три химически не взаимодействующих жидкости в количествах: $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 10$ кг, $m_3 = 5$ кг, имеющие соответственно температуры: $t_1 = 6°C$, $t_2 = -40°C$, $t_3 = 60°C$ и удельные теплоемкости $c_1 = 2$ кДж/(кг · К), $c_2 = 4$ кДж/(кг · К) и $c_3 = 2$ кДж/(кг·К). Определить температуру θ смеси и количество теплоты, необходимое для последующего нагревания смеси до $t = 6°C$.

[$\theta = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3} = -19°C$; $Q = (c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3)(t - \theta) = 1300$ кДж]

9.2. В воду массой $m = 1$ кг при $t = 20°C$ брошен комок мокрого снега массой $m_к = 250$ г. Когда весь снег растаял, общая температура стала равной $\theta = 5°C$. Определить количество воды в комке снега. Теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления снега $\lambda = 334$ кДж/кг.

[$m_{сн} = \frac{c(m(t-\theta) - m_к\theta)}{\lambda} = 0{,}1729$ кг; $m_в = m_к - m_{сн} = 77{,}09$ г]

9.3. В сосуд, содержащий $m_1 = 10$ кг воды при температуре $t_1 = 10°C$, положили кусок льда, охлажденного до $t_2 = -50°C$, после чего температура образовавшейся ледяной массы стала $\theta = -4°C$. Какое количество m_2 льда было положено в сосуд? Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4{,}2$ кДж/(кг · К), льда $c_2 = 2{,}1$ кДж/(кг · К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг.

[$m_2 = \dfrac{m_1(c_1 t_1 - c_2\theta + \lambda)}{c_2(\theta - t_2)} = 39{,}4$ кг]

9.4. В латунный калориметр массой $m_к = 128$ г, содержащий $m_в = 240$ г воды при $t_0 = 8{,}4°C$, опущено металлическое тело массой $m_т = 192$ г, нагретое до $t_т = 100°C$. Определить удельную теплоемкость испытуемого тела $c_т$, если в калориметре установилась температура $\theta = 21{,}6°C$. Удельная теплоемкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·К), латуни $c_л = 380$ Дж/(кг · К). [$c_т = \dfrac{(c_в m_в + c_л m_к)(\theta - t_0)}{m_т(t_т - \theta)} \approx 930$ Дж/(кг · К)]

9.5. В теплоизолированном сосуде при температуре $t_1 = 0°C$ находится смесь, состоящая из воды массой $m_1 = 1{,}5$ кг и льда массой $m_2 = 0{,}5$ кг. В сосуд введено некоторое количество сухого насыщенного пара, имеющего температуру $t_2 = 100°C$. Через некоторое время в сосуде установилась температура $\theta = 80°C$. Найти массу m_3 пара, введенного в сосуд. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c_1 = 4{,}2$ кДж/(кг · К).

[$m_3 = \dfrac{m_2\lambda + c(m_1 + m_2)(\theta - T_1)}{r + c(T_2 - \theta)} = 0{,}35$ кг]

9.6. В термосе находится вода при температуре 0°C. Масса воды $M = 100$ г. Выкачивая из термоса воздух, воду замораживают посредством ее испарения. Какова масса m льда, образовавшегося в термосе? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 24{,}8 \cdot 10^5$ Дж/кг.

[$m = \dfrac{Mr}{\lambda + r} = 0{,}088$ кг]

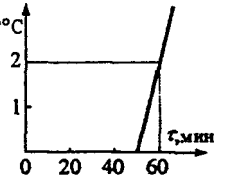
9.7. В калориметр, содержащий 0,4 кг воды, при температуре 20°С поместили 0,6 кг льда при температуре –10°С. Какая температура установится в калориметре? Какова будет масса воды и льда? Удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/кг, льда – 2,1 кДж/кг. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг. [0°С; 0,46 кг воды и 0,54 кг льда]

9.8. В калориметре находится $m_1 = 300$ г льда при температуре $t_1 = -10$°С. Туда же помещают $m_2 = 250$ г алюминия, нагретого до температуры $t_2 = +200$°С. Какая температура установится в калориметре? $c_{ал} = 0{,}9$ кДж/(кг·К); $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг·К); $\lambda_л = 330$ кДж/кг. [0°С]

9.9. В латунном калориметре массой $m_1 = 0{,}1$ кг находится $m_2 = 5$ г льда при температуре $t = -10$°С. В калориметр вливают $m_3 = 30$ г расплавленного свинца при температуре плавления. Какая температура θ установится в калориметре? Удельная теплоемкость латуни $c_1 = 0{,}38 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), льда – $c_2 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), свинца – $c_3 = 0{,}13 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda_2 = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг, свинца – $\lambda_3 = 0{,}25 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура плавления свинца $T_3 = 600$ К. [$\theta = 0$°С, в калориметре будет 0,4 г льда, 4,6 г воды, 30 г твердого свинца]

9.10. В герметически закрытом сосуде в воде плавает кусок льда массой $M = 0{,}1$ кг, в который вмерзла свинцовая дробинка массой $m = 5$ г. Какое количество тепла нужно затратить, чтобы дробинка начала тонуть? Теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура воды в сосуде – 0°С; плотность льда – $\rho_л = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, свинца – $\rho_{св} = 11{,}3 \cdot 10$ кг/м^3. [$Q = 19{,}5 \cdot 10^3$ Дж]

9.11. В ведре находится смесь воды со льдом массой $m = 10$ кг. Ведро внесли в комнату и сразу начали измерять температуру смеси. Получившаяся зависимость температуры смеси от времени изображена на рис. Удельная теп-



лоемкость воды $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг. Определить массу льда в ведре, когда его внесли в комнату; теплоемкостью ведра пренебречь. [$m_л = 1{,}23$ кг]

Работа газа. КПД циклов. Внутренняя энергия. Теплоемкость

9.12. Идеальный газ, масса которого m и молярная масса μ, расширяется изобарно при некотором давлении. Начальная температура газа T_1, конечная T_2. Определить работу, совершаемую газом. [$A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$]

9.13. В вертикальном цилиндре с площадью поперечного сечения S под поршнем, масса которого равна M, находится 1 моль идеального одноатомного газа. В некоторый момент времени под поршнем включается нагреватель, передающий газу за единицу времени количество теплоты q. Определить установившуюся скорость v движения поршня при условии, что давление газа над поршнем постоянно и равно p_0; газ под поршнем теплоизолирован. [$v = \frac{2q}{5(p_0 S + Mg)}$]

9.14. В цилиндре под поршнем находится некоторое количество газа, занимающего при температуре $t_1 = 27°C$ и давлении $p = 2 \cdot 10^5$ Н/м^2 объем $V = 9 \cdot 10^{-3}$ м^3. Какую работу A пришлось совершить, сжимая газ при постоянном давлении, если его температура при этом повысилась до $t_2 = 77°C$? Трение между стенками цилиндра и поршнем отсутствует. [$A = pV \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 300$ Дж]

9.15. Моль идеального газа медленно нагревают так, что он переходит из состояния p_0, V_0 в состояние $2p_0$, $2V_0$. Как при этом изменяется температура газа T в зависимости от его объема V, если зависимость давления газа от объема на графике изображается прямой линией? Определить работу A, совершаемую газом в этом процессе. [$T = \frac{p_0}{RV_0} V^2$; $A = 1{,}5 p_0 V_0$]

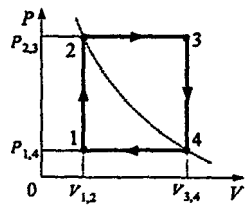
9.16. Температура некоторой массы m идеального газа с молярной массой μ меняется по закону $T=\alpha V^2$. Найти работу, совершаемую газом при увеличении объема от V_1 до V_2. Поглощается или выделяется теплота в таком процессе? [$A=\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\left(V_2^2-V_1^2\right)$, газ поглощает теплоту]

9.17. Моль идеального газа адиабатически сжали, уменьшив объем в 5 раз. Если газ перевести из начального в то же конечное состояние сначала по изобаре, а потом по изохоре, то потребуется подвести к газу $Q=26$ кДж тепла. Наименьшая температура при этом равна $T_{\min}=300$ К. Найти работу газа в адиабатическом процессе.

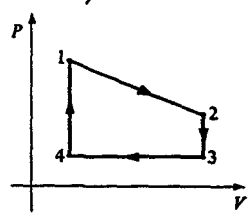
[$A=Q+4RT_{\min}=-35972$ Дж]

9.18. Масса m идеального газа, находящегося при температуре T, охлаждается изохорно так, что давление падает в n раз. Затем газ расширяется при постоянном давлении. В конечном состоянии его температура равна первоначальной. Молярная масса газа μ. Определить совершаемую газом работу. [$A=\frac{m}{\mu}RT\left(1-1/n\right)$]

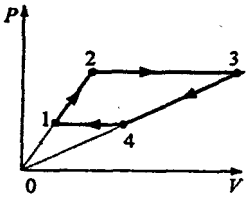
9.19. Параметры 1 моля идеального газа изменяются по циклическому процессу, состоящему из двух изохор и двух изобар, в направлении 1–2–3–4–1. Температура газа в точках 1 и 3 равна соответственно T_1 и T_3. Определить работу, совершаемую газом за цикл, если известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме. [$A=R\left(T_3+T_1-2\sqrt{T_1T_3}\right)$]



9.20. Один моль идеального газа изменяет свое состояние по циклу, в котором (4–1) и (2–3) – изохоры, (3–4) – изобара, (1–2) – процесс с линейной зависимостью давления от объема. Температура в состояниях 1, 2, 3, 4 равна соответственно T_1, T_2, T_3, T_4. Какую работу совершает газ за один цикл?



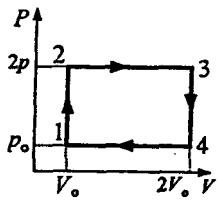
$$[\ A=\frac{R(T_3-T_4)}{2}\left(\frac{T_1}{T_4}+\frac{T_2}{T_3}-2\right)\ ]$$



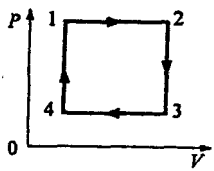
9.21. Параметры идеального одноатомного газа, взятого в количестве $\gamma=3$ моля, изменились по изображенному циклу. Температура газа в состояниях 1, 2, 4: T_1= 400 K, T_2= 800 K, T_4= 1200 K. Определить работу, которую совершил газ за цикл.

$$[\ A=\frac{1}{2}\gamma R(T_3-T_4-T_2+T_1)\approx 10\ \text{кДж};\ T_3=\frac{T_4T_2}{T_1}=2400\ \text{K}\ ]$$

9.22. Тепловая машина имеет КПД η=40 %. Каким станет КПД машины, если количество теплоты, потребляемое за цикл, увеличится на 20 %, а количество теплоты, отдаваемое холодильнику, уменьшится на 10 % ? [η_1=55 %]

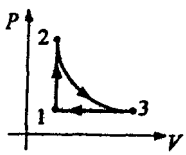


9.23. Тепловая машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального одноатомного газа, работает по изображенному циклу. Определить КПД. [η=15,4 %]



9.24. Параметры одноатомного идеального газа в количестве 1 моль изменяются по циклическому процессу, состоящему из двух изобар и двух изохор, в направлении 1–2–3–4–1. Известно, что при изобарическом расширении объем увеличился вдвое. T_2 – температура в конце изобарического процесса 1–2, T_3 – в конце изохорического процесса 2–3. Определить коэффициент полезного действия цикла.

$$[\ \eta=\frac{2(T_2-T_3)}{8T_2-3T_3}100\%\ ]$$

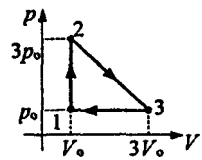


9.25. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, состоящий из изохоры 1–2,

адиабаты 2–3 и изобары 3–1. Температуры в точках 1, 2 и 3 равны T_1, T_2, T_3. Определить КПД цикла.

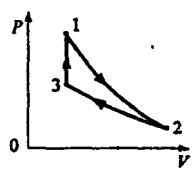
[$\eta = \dfrac{3T_2 + 2T_1 - 5T_3}{3(T_2 - T_1)} 100\%$]

9.26. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, в котором 1–2 – изохора, 3–4 – изобара, 2–3 – процесс с линейной зависимостью давления от объема. Определить КПД цикла.

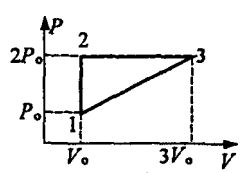


[$\eta \approx 29\ \%$]

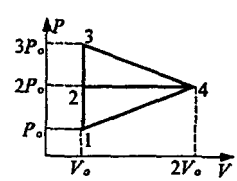
9.27. Найти КПД тепловой машины, работающей с ν молями одноатомного идеального газа по циклу, состоящему из адиабатного расширения (1–2), изотермического сжатия (2–3) и изохорного процесса (3–1). Работа, совершенная над газом в изотермическом процессе, равна $|A|$. Разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна ΔT. [$\eta = \left(1 - \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{|A|}{\nu R \Delta T}\right) \cdot 100\ \%$]



9.28. На диаграмме P–V изображен цикл, проводимый с одноатомным идеальным газом. Чему равен коэффициент полезного действия этого цикла? [$\eta = 8{,}7\%$]



9.29. Определить отношение КПД циклов 1–2–4–1 и 2–3–4–2, совершаемых с идеальным одноатомным газом?

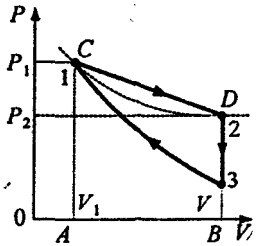


[$\eta_I / \eta_{II} = 13/11$]

9.30. В сосуде с теплонепроницаемыми стенками объемом $V = 5{,}6$ л находится кислород при температуре $t_1 = 85°C$ и давлении $p = 2{,}5 \cdot 10^5$ Па. Для нагрева этого газа до $t_2 = 87°C$ требуется количество теплоты $Q = 21$ Дж. Какова удельная теплоемкость кислорода в этих

условиях ? Теплоемкостью и тепловым расширением стенок сосуда пренебречь. Объем 1 моля газа при нормальных условиях равен 22,4 л. [$c=\frac{q p_0 V_0 T_1}{\mu V p T_0 (T_2-T_1)}=0{,}697\cdot 10^3$ Дж/(кг·К)]

9.31. Над молем идеального одноатомного газа совершают замкнутый процесс, причем работа в нем $A=2026$ Дж. Процесс состоит из участка 1–2, в котором давление является линейной функцией объема, изохоры 2–3 и процесса 3–1, в котором теплоемкость считается постоянной. Найти эту теплоемкость, если известно, что $T_1=T_2=2T_3=100$ К, $V_2/V_1=8$.

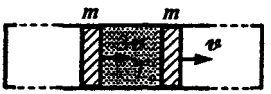


[$c=\frac{2A}{T_1}-\frac{51}{8}R=-12{,}4$ Дж/(моль·К)]

9.32. Один моль идеального одноатомного газа расширяется по политропическому закону $pV^3=\text{const}$ от объема V_1 и давления p_1 до объема V_2. Определить изменение внутренней энергии газа.

[$\Delta U=\frac{3}{2}p_1V_1\left(\frac{V_1^2}{V_2^2}-1\right)$]

9.33. В длинной закрытой трубке между двумя поршнями массой m каждый находится 1 моль идеального газа, масса которого много меньше массы поршней. В остальном пространстве трубки – вакуум. В начальный момент правый поршень имеет скорость v, а левый – $3v_0$. Найти максимальную температуру газа, если стенки трубки и поршни теплоиепроницаемы. Температура газа в начальный момент равна T_0. Внутренняя энергия одного моля газа $U=cT$. Трением пренебречь.



[$T=T_0+m\frac{v^2}{c}$]

9.34. Теплоизолированный сосуд откачан до глубокого вакуума. После открытия крана сосуд быстро заполняется атмосферным воздухом. Какова будет температура воздуха T в сосуде после его заполнения?

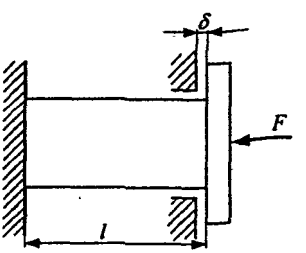
Температура атмосферного воздуха T_0, удельная теплоемкость при постоянном объеме c_V, средняя молярная масса M. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

[$T = T_0 \dfrac{M c_V + R}{M c_V}$]

10. СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ, НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ, ЖИДКОСТЕЙ

Деформация твердых тел

10.1. К концу алюминиевого стержня длиной $l = 1$ м и сечения площадью $S = 1$ см^2 приложена сила $F = 10^4$ Н. С какой силой F_0 стальная пластина прикрепленная к концу стержня будет давить на жесткие уступы A и B, если зазор между пластиной и уступами $\delta = 1$ мм. Модуль упругости алюминия принять равным $E = 0{,}7 \cdot 10^{11}$ Па. [$F_0 = F - ES\dfrac{\delta}{l} = 3000$ Н]



10.2. Длинный тонкий цилиндрический сосуд радиуса R и толщины δ нагружен внутренним давлением P. На сколько увеличится радиус сосуда, если модуль упругости материала, из которого изготовлен сосуд, равен E? [$\Delta l = \dfrac{PR^2}{E\delta}$]

10.3. Стержень длиной l подвешен к потолку. Найти удлинение стержня под действием его собственного веса. Плотность материала стержня ρ, модуль Юнга E. [$\Delta = \dfrac{\rho g l^2}{2E}$]

10.4. К стержню длиной 1 м, изготовленному из пластичного материала с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па и пределом текучести $\sigma_T = 600$ МПа приложили нагрузку, которая привела к увеличению его длины на 6 мм. Каково будет остаточное увеличение длины после снятия нагрузки? [3 мм]

Тепловое расширение твердых тел

10.5. Как должны относиться длины l_1 и l_2 двух стержней, сделанных их разных материалов с коэффициентами линейного расширения β_1 и β_2, чтобы при любой температуре разность длин стержней оставалась постоянной? [$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\beta_2}{\beta_1}$]

10.6. На сколько будут уходить за сутки часы при $t = 0°C$, если они выверены при $t = 20°C$, а материал, из которого сделан маятник, имеет коэффициент линейного расширения $\beta = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$?
[$\tau = \left(\sqrt{1+\beta t} - 1\right) \cdot 86400 = 10{,}4$ с; 86400 с – продолжительность суток]

10.7. Стальной стержень (модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па) площадью поперечного сечения $S = 25$ см^2 установили без зазора между двумя жесткими стенками и нагрели на $\Delta t = 100$ К. Определить силу, с которой стержень действует на стенки. Коэффициент линейного расширения материала стержня принять равным $\beta = 10^{-5}$ К$^{-1}$.
[$F = ES\beta\Delta t = 5 \cdot 10^5$ Н]

Влажность

10.8. В комнате объемом 120 м^3 при температуре $t = 15°C$ относительная влажность составляет $\varphi = 60$ %. Определить массу водяных паров в воздухе комнаты. При $t = 15°C$ давление насыщенного водяного пара $p_0 = 1701$ Па. [$m = \varphi \frac{\mu p_0 V}{RT} \approx 0{,}921$ кг]

10.9. В сосуд объемом $V = 10$ дм^3, наполненный сухим воздухом при давлении $p_0 = 10^5$ Па и температуре $T_0 = 273$ К, вводят $m = 3$ г воды. Сосуд нагревают до температуры $T = 373$ К. Каково давление влажного воздуха в сосуде при этой температуре? [$p = 1{,}88 \cdot 10^5$ Па]

10.10. Относительная влажность воздуха при t_1 = 30°С равна $\varphi_1 = 80$ %. Какова будет относительная влажность φ_2, если этот воздух нагреть при постоянном объеме до $t_2 = 50$°С ? При 30°С давление насыщенных паров воды $p_{01} = 4229$ Па, при 50°С $p_{02} = 12303$ Па.
[$\varphi_2 \approx 29{,}3$ %]

10.11. В цилиндре под поршнем в пространстве объемом $V_1 = 1{,}5$ л находится воздух и насыщенный водяной пар при температуре $t_1 = 20$°С. Какова будет относительная влажность воздуха в цилиндре, если объем уменьшить до $V_2 = 0{,}1$ л, а температуру повысить до $t_2 = 100$°С ? При 20°С давление насыщенного пара $p_н = 2{,}3$ кПа. Пар считать идеальным газом. [$\varphi = \dfrac{V_1 p_н T_2}{p_0 V_2 T_1} = 0{,}44$]

10.12. В сосуде при атмосферном давлении $p_0 = 10^5$ Па находится воздух, температура которого $t_1 = 10$°С, а относительная влажность $r = 60$ %. На сколько изменится относительная влажность воздуха, если сосуд нагреть до температуры $t_2 = 100$° С и уменьшить объем в 3 раза? При 10° С давление насыщенного пара воды $p_н = 1224$ Па. Считать содержащийся в воздухе пар идеальным газом.
[$\Delta\varphi = \varphi\left(\dfrac{3 p_н T_2}{p_0 T_1} - 1\right) \approx -57\%$]

10.13. Объем воздуха V_1 с относительной влажностью φ_1 смешали с объемом воздуха V_2 с относительной влажностью φ_2. Процесс происходил при постоянных температуре и давлении. Определить влажность воздуха после перемешивания объемов.
[$\varphi = \dfrac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2}$]

10.14. Определить плотность насыщенного водяного пара $\rho_п$ при нормальном атмосферном давлении и температуре 100°С и сравнить ее с плотностью воздуха $\rho_в$ при тех же условиях.

[$\rho_п = 0{,}58$ кг/м^3; $\rho_в : \rho_п \approx 1{,}6$]

10.15. Шар-зонд объемом $V = 1$ м^3 заполняют воздухом с температурой $T = 373$ К и давлением $p_o = 10^5$ Па. На сколько отличаются подъемные силы двух шаров, один из которых заполнен сухим воздухом, а другой – воздухом с относительной влажностью $\varphi = 30$ %? Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Изменением температуры от высоты пренебречь. [$\Delta F_{под} \approx 1{,}07$ Н, при одинаковом давлении и температуре влажный воздух весит меньше, чем сухой]

10.16. В закрытом сосуде объемом $V = 100$ л при температуре $t = 30$°С находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 30$ %. Какова будет относительная влажность, если в сосуд ввести $m = 1$ г воды? Давление насыщенных паров воды при 30°С $p_н = 4{,}2 \cdot 10^3$ Па.
μ – молярная масса воды. [$\varphi' = \varphi + \dfrac{mRT}{p_н \mu V} = 63$ %]

10.17. В закрытом помещении объемом $V = 60$ м^3 при температуре $t = 18$°С относительная влажность воздуха $\varphi = 50$ %. Сколько воды необходимо испарить, чтобы в этом объеме водяные пары при той же температуре стали насыщенными? При 18°С давление насыщенного пара $p_н = 2063$ Па, $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль·К).

[$\Delta m = \left(1 - \dfrac{\varphi}{100\%}\right) p_н \dfrac{\mu V}{RT} = 0{,}46$ кг]

10.18. В закрытом сосуде объемом $V = 1$ л находятся воздух и водяной пар при температуре 100°С. Относительная влажность воздуха $\varphi = 25$ %. Какая масса водяного пара сконденсируется, если объем изотермически уменьшить в $n = 5$ раз? p_o – нормальное атмосферное давление, M – молярная масса воды.

[$\Delta m \approx \dfrac{M p_o \left(\dfrac{\varphi}{100} - \dfrac{1}{n}\right) \cdot V}{RT} \approx 0{,}03$ г]

10.19. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения σ воды, если с помощью пипетки, имеющей кончик диаметром $d = 0{,}4$ мм, можно дозировать воду с точностью до $m = 0{,}01$ г?

[$\sigma = \dfrac{mg}{\pi d} = 0{,}078$ Н/м]

10.20. Капиллярная длинная открытая с обоих концов трубка радиусом $r = 1$ см опущена одним концом в воду. Продольная ось трубки расположена вертикально, смачиваемость стенок трубки – абсолютная. Определить высоту h, на которую поднимется вода в трубке. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

[$h = \dfrac{2\sigma}{\rho g r} \approx 1{,}5$ см]

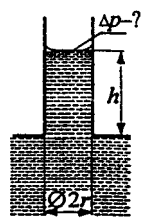
10.21. Капиллярная длинная открытая с обоих концов трубка радиусом $r = 1$ мм наполнена водой и поставлена вертикально. Какова будет высота столба воды, оставшегося в капилляре? [$h = 3$ см]

10.22. Вода кипит при нормальном атмосферном давлении. Оценить давление пара в пузырьке радиусом $r = 1$ мм, находящемся на глубине $h = 10$ см. Коэффициент поверхностного натяжения воды при 100°С $\sigma = 53{,}8 \cdot 10^{-3}$ Н/м, p_0 – нормальное атмосферное давление.

[$p = p_0 + \rho g h + 2\sigma/r = 102\,179$ Па]

10.23. Оценить избыточное давление внутри мыльного пузыря радиусом $R = 2{,}5$ см. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора при 20°С $\sigma = 4 \cdot 10^{-2}$ Н/м. Толщина стенок пузыря мала по сравнению с его радиусом. [$\Delta p = 4\sigma/R = 6{,}4$ Па]

10.24. Определить, насколько давление под мениском жидкости отличается от атмосферного. Смачиваемость капилляра абсолютная. Коэффициент поверхностного натяжения σ, радиус капилляра r, плотность жидкости ρ. Выполнить расчет для воды при $r = 1$ мм и $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

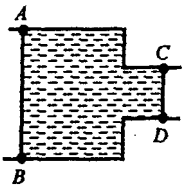


[$\Delta p = 2\sigma / r$; $\Delta p = 140$ Па]

10.25. Капилляр радиусом r опускают в смачивающую жидкость с коэффициентом поверхностного натяжения σ и плотностью ρ. Определить высоту h_o, на которую поднимется жидкость в капилляре. Подсчитать работу, совершенную силами поверхностного натяжения и сравнить эту работу с результатами независимого подсчета запаса потенциальной энергии, приобретенной жидкостью в капилляре. Объяснить смысл расхождения полученных результатов.

[$h_0 = \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$; работа сил $A = \dfrac{4\pi\sigma^2}{\rho g}$; потенциальная энергия $V = \dfrac{2\pi\sigma^2}{\rho g}$]

10.26. Мыльная пленка ограничена проволочным каркасом и двумя подвижными планками: AB длиной $l_1 = 10$ см и CD длиной $l_2 = 5$ см. Планки жестко скреплены между собой. Коэффициент поверхностного натяжения пленки $\sigma = 0{,}07$ Н/м. Какую работу надо совершить для перемещения планки AB влево на $h = 5$ см?



[$A = 2\sigma h(l_1 - l_2)$; $A = 2{,}25 \cdot 10^{-4}$ Дж]

10.27. Две капельки золота радиусом $r = 1$ мм, находящиеся в расплавленном состоянии при температуре 1130°С, сливают в одну. Какое количество теплоты при этом выделится? Коэффициент поверхностного натяжения золота при этой температуре 1,1 Н/м.

[$Q = (2 - \sqrt[3]{4})\, 4\pi r^2 \sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-4}$ Дж]

11. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Закон Кулона

11.1. Два маленьких проводящих шарика одинакового радиуса и массы подвешены в воздухе на длинных нитях так, что их поверхности соприкасаются. После того, как шарикам был сообщен заряд $2q$, шарики разошлись на угол 2α. Найти массу m шариков, если длина нити l. [$m = \dfrac{kq^2 \cos\alpha}{4gl^2 \sin^3\alpha}$]

11.2. Определить величину и направление силы F взаимодействия положительного заряда Q и диполя, представляющего собой систему из двух зарядов q и $-q$, жестко закрепленных на расстоянии d друг от друга. Заряд Q находится в точке, расположенной на одинаковом расстоянии r от каждого из зарядов $\pm q$.

[Сила направлена параллельно оси диполя, $F = \frac{kQqd}{r^3}$]

11.3. Определить силу взаимодействия $F_к$ электрона с ядром в атоме водорода. Рассчитать скорость вращения v электрона по орбите, считая ее окружностью радиусом $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

[$F_к = \frac{ke^2}{r^2} = 9{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н; $v = e\sqrt{\frac{k}{m_e r}} = 2{,}25 \cdot 10^6$ м/с]

11.4. На нити подвешен шарик массой $m = 9{,}8$ г, которому сообщили заряд $q = 1$ мкКл. Когда к нему поднесли снизу заряженный таким же зарядом шарик, сила натяжения нити уменьшилась в 4 раза. Определить расстояние между центрами шариков.

[$r = 2q\sqrt{\frac{1}{12\pi\varepsilon_0 mg}} = 0{,}353$ м]

11.5. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускают в керосин. Какова должна быть плотность шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был одинаков? Массы шариков равны. Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$, плотность керосина $\rho = 800$ кг/м^3.

[$\rho_x = \frac{\varepsilon\rho_к}{\varepsilon - 1} = 1600$ кг/м^3]

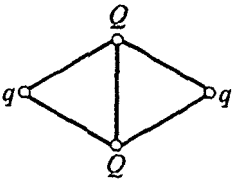
11.6. Три положительных заряда q_1, q_2 и q_3 расположены на одной прямой и связаны между собой двумя нитями длиной l каждая. Определить натяжение нитей, если q_2 связан одновременно с q_1 и q_3.

[$T_{1,2} = \frac{q_1(4q_2 + q_3)}{16\pi\varepsilon_0 l^2}$; $T_{2,3} = \frac{q_3(4q_2 + q_1)}{16\pi\varepsilon_0 l^2}$]

11.7. В вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые одноименные заряды, равные q. Какой заряд необходимо поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии?

[$|Q| = \frac{1}{4}(1+2\sqrt{2})|q| \approx 0{,}957|q|$]

11.8. Четыре заряда q, Q, q, Q связаны нитями длиной l (рис.). Определить натяжение нити, связывающей заряды Q ($Q > q$).



[$N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\left(Q^2 - \frac{q^2}{3\sqrt{3}}\right)$]

11.9. Тонкое проволочное кольцо радиусом R несет электрический заряд q. В центре кольца расположен одноименный с q заряд Q, причем $Q \gg q$. Определить силу, растягивающую кольцо.

[$T = \frac{|q|\cdot|Q|}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$]

Напряженность поля. Принцип суперпозиции

11.10. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 3\cdot10^{-8}$ Кл и $q_2 = -5\cdot10^{-8}$ Кл равно $r_1 = 5$ см. Найти напряженность электрического поля E в точке, находящейся на расстоянии $r_2 = 3$ см от положительного и 4 см от отрицательного заряда.

[$E = k\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}} = 4\cdot10^5$ В/м, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9 \ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$]

11.11. В трех вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые положительные заряды q. Найдите напряженность электрического поля E в четвертой вершине. [$E = k\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)\frac{q}{a^2}$, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$]

11.12. В вершинах квадрата, со стороной a, находятся заряды: $q_1 = q$, $q_2 = -q$, $q_3 = -2q$, $q_4 = 2q$. Найти напряженность электрического поля E в точке, совпадающей с центром квадрата.

[$E = k\frac{6q\sqrt{2}}{a^2}$; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$]

11.13. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся заряды $q_1 = q$, $q_2 = -2q$, $q_3 = -2q$. Найти напряженность электрического поля E в точке, находящейся в центре вписанной в треугольник окружности. $[E = k\frac{9q}{a^2};\ k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}]$

11.14. По кольцу радиусом R равномерно распределен заряд Q. Определить напряженность в центре кольца и в точке A, отстоящей на расстоянии h от центра кольца по перпендикуляру к его плоскости.

$[E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qh}{\sqrt{(R^2+h^2)^3}}]$

11.15. Две концентрические металлические сферы радиусом R_1 и R_2 имеют заряды Q_1 и Q_2. Найти зависимость напряженности поля от расстояния r до центра сфер.

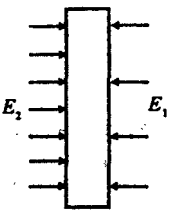
[При $R<R_1$ $E=0$; при $R_1 \leq R < R_2$ $E\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_o r^2}$; при $R \geq R_2$ $E = \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_o r^2}$]

11.16. На вертикальной пластине больших размеров равномерно распределен электрический заряд с поверхностиой плотностью $\sigma = 3\cdot10^{-6}$ Кл/м^2. На прикрепленной к пластине нити подвешен маленький шарик массой $m = 2$ г, несущий заряд того же знака, что и пластина. Найти его заряд, если нить образует с вертикалью угол $\alpha = 45°$.

$[q = \frac{2\varepsilon_o mg\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\sigma} = 1{,}18\cdot10^{-7}$ Кл]

11.17. Две плоские вертикальные пластины площадью S каждая находятся на расстоянии d, малом по сравнению с их размерами. На одной из пластин находится заряд $+q$, на другой $+3q$. Определить силу взаимодействия между пластинами.

$[F = \frac{3q^2}{2\varepsilon_o S}]$



11.18. Электрическое поле образовано внешним однородным электрическим полем и электрическим полем заряженной металлической пластины, которое вблизи пластины тоже можно считать одно-

родным. Напряженность результирующего электрического поля справа от пластины $E_1 = 3 \cdot 10^4$ В/м, а слева – $E_2 = 5 \cdot 10^4$ В/м. Определить заряд пластины, если сила, действующая на пластину со стороны внешнего электрического поля $F = 0{,}7$ Н.

[$q = -7 \cdot 10^{-5}$ Кл]

11.19. Сосуд с маслом, диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon = 5$, помещен в вертикальное однородное электрическое поле. В масле находится во взвешенном состоянии алюминиевый шарик диаметром $d = 3$ мм, имеющий заряд $q = 10^{-7}$ Кл. Определить напряженность электрического поля, если плотность алюминия $\rho_{ал} = 2{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, а масла $\rho_м = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

[$E_o = \dfrac{\pi d^3 \varepsilon g}{6q}(\rho_{ал} - \rho) = 12$ кВ/м]

11.20. В однородном электрическом поле с вектором напряженности $\vec{E}$, направленным вертикально вниз, равномерно вращается шарик массой m с положительным зарядом q, подвешенный на нити длиной l. Угол отклонения нити от вертикали равен α. Найти силу натяжения нити и кинетическую энергию шарика.

[$N = \dfrac{mg + qE}{\cos\alpha}$; $W_к = \dfrac{1}{2}(mg + qE) l \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha$]

11.21. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии h от плоской поверхности проводника, заполняющего нижнее полупространство. С какой силой притягивается заряд к проводнику? Определить модуль напряженности электрического поля вблизи поверхности проводника как функцию расстояния r от основания перпендикуляра, опущенного из заряда на поверхность проводника.

[$F = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o (2h)^2}$; $E = \dfrac{qh}{2\pi\varepsilon_o \left(r^2 + h^2\right)^{3/2}}$]

11.22. В пространство, где одновременно действуют горизонтальное и вертикальное однородные электрические поля с напряженностью $E_г = 4 \cdot 10^2$ В/м и $E_в = 3 \cdot 10^2$ В/м, вдоль направления силовой

линии результирующего электрического поля влетает электрон, ско-рость которого на пути $l = 2{,}7$ мм изменяется в 2 раза. Определить скорость электрона в конце пути. [$v_к = \sqrt{\frac{2|e|El}{3m}} = 4 \cdot 10^5$ м/с]

11.23. В однородное горизонтальное электростатическое поле с напряженностью $E = 10^3$ В/м помещена система, состоящая из двух одинаковых и противоположно заряженных шарнков, соединенных тонким изолирующим стержнем длиной $l = 0{,}1$ м. Система может только вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Масса и модуль заряда каждого шарика соответственно равны: $m = 5$ г н $q = 1$ мкКл. Снстема кратковременным воздействием выводится из состояния устойчивого равновесия и приводится во вращательное движение с начальной угловой скоростью $\omega_0 = 2$ с$^{-1}$. Определить максимальный угол поворота этой системы. Массой стержня пренебречь. Шарики рассматриваются как материальные точки.

[$\varphi = \arccos\left(1 - \frac{m\omega^2 l}{4qE}\right) = 60°$]

Потенциал. Принцип суперпозиции. Связь напряженности с потенциалом

11.24. На расстоянии r от центра незаряженного металлического шара находится точечный заряд q. Определить потенциал шара.

[$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$]

11.25. На расстоянии r от заземленного металлического шара находится точечный заряд q. Считая потенциал земли равным нулю, определить заряд шара. Радиус шара R. [$Q = -q\frac{R}{r}$]

11.26. По кольцу радиусом R равномерио распределен заряд Q. Определить потенциал в центре кольца, а также в точке A, отстоящей на

расстоянии h от центра кольца по перпендикуляру к его плоскости.

[В центре кольца $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{R}$; на расстоянии h $\varphi_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{\sqrt{R^2+h^2}}$]

11.27. Две концентрические металлические сферы радиусом R_1 и R_2 имеют заряды Q_1 и Q_2. Найти зависимость потенциала поля от расстояния r до центра сфер. [При $0<r\leq R_1$ $\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{R_1}+\frac{Q_2}{R_2}\right)$; при $R_1<r\leq R_2$ $\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{R_2}\right)$; при $r>R_2$ $\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1+Q_2}{r}$]

11.28. Два проводящих шарика радиусом r и R соединены длинным проводником. Найти отношение зарядов q и Q и отношение поверхностных плотностей зарядов шариков σ_r и σ_R, если системе сообщен некоторый заряд. [$q:Q=r:R$; $\sigma_r:\sigma_R=R:r$]

11.29. В одну большую каплю сливают n одинаковых капелек ртути, заряженных до потенциала φ. Каков будет потенциал Φ этой капли? Считать, что капли имеют сферическую форму.

[$\Phi = \varphi\sqrt[3]{n^2}$]

11.30. Металлический шар радиусом r помещен в жидкий диэлектрик с плотностью ρ_2. Плотность материала, из которого изготовлен шар, ρ_1 ($\rho_1 > \rho_2$). Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле, направленном вертикально вверх, шар оказался взвешенным в жидкости ? Электрическое поле создается двумя параллельными пластинами, расстояние между которыми d, а разность потенциалов U. [$q = \frac{4\pi r^3 g(\rho_1-\rho_2)d}{3U}$]

11.31. Проводник длиной l движется с постоянным ускорением a, направленным вдоль его оси. Определите напряжение, возникающее между концами проводника; m_e – масса электрона, $|e|$ – элементарный заряд. [$U = \frac{m_e a l}{|e|}$]

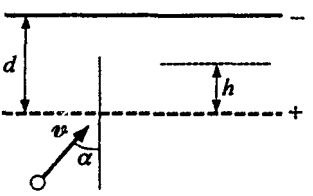
11.32. В двух противоположных вершинах квадрата в начальный момент времени покоятся два протона, а в двух других вершинах – два

позитрона. После разлета частиц: v_1 – скорость позитрона, v_2 – скорость протона. Отношение их масс $M : m = 2000$, а заряды одинаковые. Найти отношение скоростей протонов и позитронов после их разлета (на бесконечности). [$v_2 : v_1 = 0{,}01$]

11.33. В плоский конденсатор длиной $L = 5$ см влетает электрон под углом $\alpha = 15°$ к пластинам. Энергия электрона $W = 2{,}4 \cdot 10^{-16}$ Дж. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Определить величину напряжения на пластинах конденсатора U, при котором электрон при выходе из пластин будет двигаться параллельно им. [$U = 150$ В]

11.34. Электроны, ускоренные разностью потенциалов U, влетают в электрическое поле отклоняющих пластин параллельно им, а затем попадают на экран, расположенный на расстоянии L от конца пластин. На какое расстояние h сместится электронный луч на экране, если на пластины, имеющие длину l и расположенные на расстоянии d одна от другой, подать напряжение $U_п$? [$h = \frac{U_п l}{4dU}(l + 2L)$]

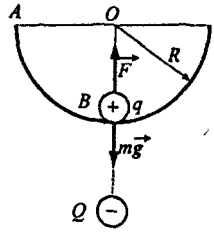
11.35. Электрон со скоростью $v = 10^9$ см/с влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, между которыми под-держивается разность потенциалов $U = 425$ В. Определить максимальное удаление электрона h от нижней пластины конденсатора. Отношение заряда электрона к его массе $e : m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, угол падения электронов $\alpha = 30°$. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. [$h = \frac{d v^2 \cos^2 \alpha}{2U e/m} = 5$ мм]



11. 36. Четыре положительных точечных заряда Q расположены в вершинах жестко закрепленной квадратной рамки со стороной a. Частица массой m, имеющая положительный заряд q, движется вдоль оси, перпендикулярной плоскости рамки и проходящей через центр

квадрата O. На расстоянии $OA \gg a$ скорость частицы равна v_o. Определить скорость частицы при подлете к рамке на расстоянии z от центра O. Какую минимальную скорость должна иметь частица, чтобы пролететь эту рамку?

$$[\ v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qQ}{\pi\varepsilon_o m\sqrt{z^2 + a^2/2}}};\ v_{0_{\min}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}qQ}{\pi\varepsilon_o ma}}\ ]$$

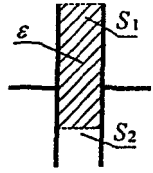


11.37. Шарик массой $m = 2$ г, имеющий положительный заряд q, начинает скользить без начальной скорости из точки A по сферической поверхности радиусом $R = 10$ см. Потенциальная энергия взаимодействия заряда Q в начальный момент времени равна $W_A = -2 \cdot 10^{-3}$ Дж. Определить потенциальную энергию взаимодействия зарядов, когда заряд q находится в точке B, если в этом случае результирующая сил реакции со стороны сферической поверхности и кулоновского взаимодействия, приложенная к шарику, $F = 0{,}1$ Н. Трением между шариком и сферической поверхностью пренебречь.

$$[\ W_B = W_A + \frac{3}{2}mgR - \frac{FR}{2} = -4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж}\ ]$$

Электроемкость. Конденсаторы

11.38. Часть пространства между обкладками конденсатора заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε (см. рис.). Определить емкость конденсатора с диэлектриком. Расстояние между обкладками конденсатора d, площадь пластин заполненной части S_1, незаполненной S_2. $[C = \frac{\varepsilon_o}{d}(\varepsilon S_1 + S_2)]$



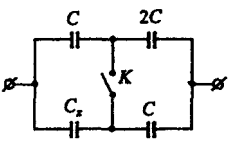
11.39. В пространство между обкладками воздушного конденсатора внесли параллельно пластинам металлическую пластинку

толщиной a. Определить емкость конденсатора с учетом пластинки, если расстояние между обкладками d, а площадь пластин S.

[$C=\frac{\varepsilon_o S}{d-a}$]

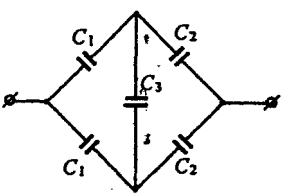
11.40. В пространство между обкладками воздушного конденсатора внесли параллельно пластинам пластинку из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε и толщиной a. Определить емкость конденсатора с учетом пластины, если расстояние между обкладками d, а площадь пластин S. [$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d-a+a/\varepsilon}$]

11.41. В схеме емкость батареи конденсаторов не изменяется при замыкании ключа K. Определить емкость конденсатора C_x.



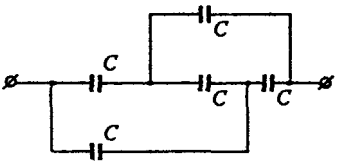
[$C_x=C/2$]

11.42. Определить емкость батареи конденсаторов.



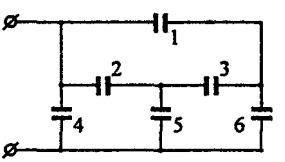
[$C=\frac{2C_1C_2}{C_1+C_2}$]

11.43. Определить емкость батареи конденсаторов если емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C.



[$C_o=C$].

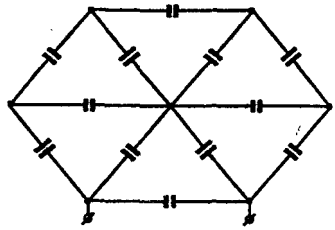
11.44. Определить емкость батареи конденсаторов если емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C.



[$C_o=2C$]

11.45. Определить емкость батареи конденсаторов. Емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C.

[$C_0 = \frac{20}{11}C$].

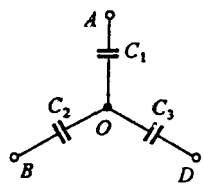


11.46. Два конденсатора емкостью C_1 и C_2 соединены последовательно и подключены к источнику с напряжением U. Определить напряжение на конденсаторах. [$U_1 = \frac{C_2 U}{C_1 + C_2}$; $U_2 = \frac{C_1 U}{C_1 + C_2}$]

11.47. Два плоских конденсатора емкостью C_1 и C_2, обладающих зарядами q_1 и q_2, включают в замкнутую цепь так, что положительно заряженная пластина одного конденсатора соединяется с отрицательно заряженной пластиной другого. Определить заряд каждого конденсатора в этом случае. [$q_1' = C_1 \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2}$; $q_2' = C_2 \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2}$]

11.48. Три незаряженных конденсатора, емкостью C_1, C_2, C_3 соединены звездой и подключены к точкам A, B и D. Потенциалы этих точек равны φ_1, φ_2, φ_3. Определить потенциал общей точки O.

[$\varphi_0 = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 + C_3\varphi_3}{C_1 + C_2 + C_3}$]



11.49. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком, проницаемость которого зависит от напряжения на конденсаторе по закону $\varepsilon = \alpha U$, где $\alpha = 1\ \text{В}^{-1}$. Параллельно этому конденсатору, который вначале не заряжен, подключают такой же конденсатор, но без диэлектрика, который заряжен до напряжения $U_0 = 156$ В. Определить напряжение, которое установится на конденсаторах. [$U = 12$ В]

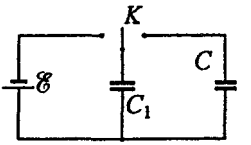
11.50. Одна из пластин незаряженного плоского конденсатора освещается рентгеновскими лучами, вырывающими из нее электроны со скоростью $v = 10^6$ м/с. Электроны собираются на второй пластине.

Через какое время фототок между пластинами прекратится, если с каждого квадратного сантиметра площади вырывается ежесекундно $n=10^{13}$ электронов? Расстояние между пластинами $d=10$ мм.

[$t=\dfrac{\varepsilon_0 m v^2}{2e^2 n d}=1{,}6\cdot10^{-7}$ с]

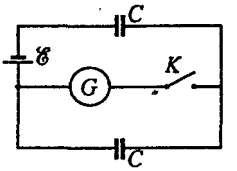
Цепи, содержащие конденсаторы и гальванические элементы

11.51. Конденсатор емкостью C_1 при помощи переключателя K присоединяют сначала к батарее с ЭДС $\mathscr{E}$, а потом к незаряженному конденсатору емкостью C_2. Найти заряд q_2, который появится на конденсаторе C_2.

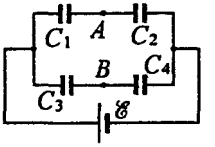


[$q_2=\mathscr{E}\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$]

11.52. Определить, какой заряд q пройдет через гальванометр G при замыкании ключа K. Значение ЭДС $\mathscr{E}$ и емкости конденсаторов C – заданы. [$q=C\mathscr{E}$]

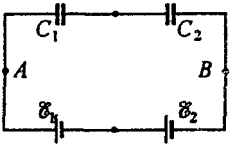


11.53. Определить разность потенциалов между точками A и B в схеме.



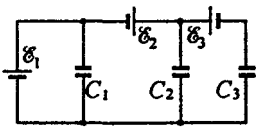
[$\varphi_A-\varphi_B=\mathscr{E}\left(\dfrac{C_4}{C_3+C_4}-\dfrac{C_2}{C_1+C_2}\right)$]

11.54. Определить разность потенциалов между точками A и B в схеме.



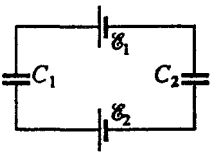
[$\varphi_A-\varphi_B=\dfrac{\mathscr{E}_1C_1-\mathscr{E}_2C_2}{C_1+C_2}$]

11.55. Найти заряды конденсаторов в цепи.



[$q_1=C_1\mathscr{E}_1$; $q_2=C_2(\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_2)$; $q_3=C_3(\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_3)$]

11.56. Определить напряжение на конденсаторах C_1 и C_2.



[$U_1=C_2\dfrac{\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2}{C_1+C_2}$; $U_2=C_1\dfrac{\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2}{C_1+C_2}$]

11.57. Определить заряды конденсаторов в схеме. [$q_1=\dfrac{C_1(C_2\mathscr{E}_1+C_3\mathscr{E}_1-C_2\mathscr{E}_2)}{C_1+C_2+C_3}$;

$q_2=\dfrac{C_2(C_1\mathscr{E}_2+C_3\mathscr{E}_2-C_1\mathscr{E}_1)}{C_1+C_2+C_3}$; $q_3=\dfrac{C_3(C_1\mathscr{E}_1+C_2\mathscr{E}_2)}{C_1+C_2+C_3}$]

11.58. Найти заряды конденсаторов в цепи. Емкость каждого конденсатора равна C.

[$q_1=\dfrac{C}{4}(3\mathscr{E}_1+2\mathscr{E}_2+\mathscr{E}_3)$; $q_2=\dfrac{C}{4}(\mathscr{E}_1-2\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_3)$;

$q_3=\dfrac{C}{4}(\mathscr{E}_1+2\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_3)$; $q_4=\dfrac{C}{4}(\mathscr{E}_1+2\mathscr{E}_2+3\mathscr{E}_3)$]

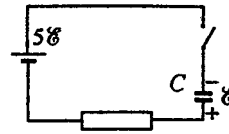
11.59. Какое количество тепла выделится на резисторе с сопротивлением R после замыкания ключа K? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. [$Q=\dfrac{C\mathscr{E}^2}{6}$]

11.60. Какое количество тепла Q выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2? Все параметры цепи, предполагаются известными. [$Q=2C\mathscr{E}^2$]

11.61. Конденсатор емкостью C, заряженный до разности потенциалов $\mathscr{E}$, подключается через большое сопротивление к батарее с ЭДС $5\mathscr{E}$. Определить количество тепла, которое выделится при зарядке конденсатора до напряжения $5\mathscr{E}$. [$Q=8C\mathscr{E}^2$]

11.62. Конденсатор емкостью C, заряженный до напряжения $4\mathscr{E}$, разряжается через резистор с большим сопротивлением R и батарею с ЭДС $\mathscr{E}$. Определить количество тепла, выделившееся при разрядке конденсатора. [$Q=\dfrac{9C\mathscr{E}^2}{2}$]

11.63. Конденсатор емкостью C, заряженный до разности потенциалов $\mathscr{E}$, подключается через большое сопротивление к батарее с ЭДС $5\mathscr{E}$. Определить количество теплоты, которое выделится при перезарядке конденсатора.

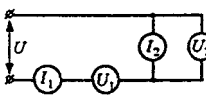


[$Q=18C\mathscr{E}^2$]

12. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Закон Ома для однородного участка цепи. Соединение резисторов

12.1. В схему включены два микроамперметра и два одинаковых вольтметра. Показания микроамперметров: I_1= 100 мкА и I_2= 99 мкА; показание вольтметра U_1=10 В. Найти показание вольтметра U_2.

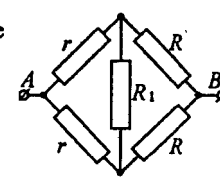


[U_2=0,1 В]

12.2. На сколько равных частей нужно разрезать проводник сопротивлением $R=25$ Ом, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление $r=1$ Ом? [На 5 частей]

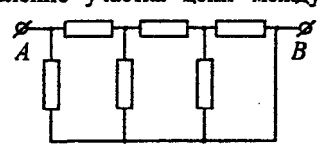
12.3. Из куска проволоки сопротивлением 5 Ом сделано кольцо. Где следует подсоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление кольца равнялось $r=0{,}45$ Ом? [Соединительные провода должны делить длину кольца в отношении 9 : 1]

12.4. Вычислить общее сопротивление участка цепи между точками A и B.

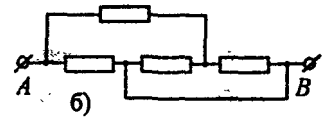


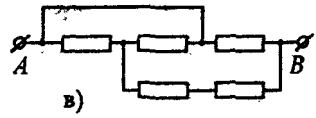
[$R_{AB}=\frac{1}{2}(r+R)$]

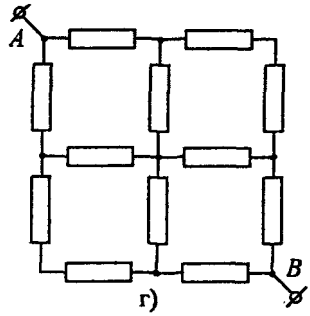
12.5. Вычислить общее сопротивление участка цепи между точками A и B. Сопротивление каждого резистора равно R. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

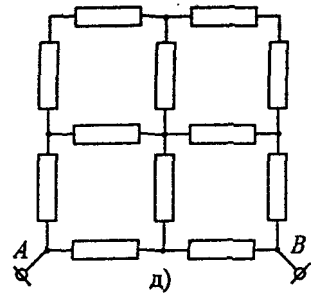


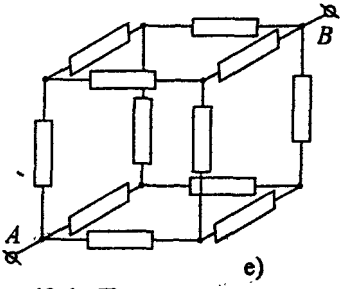
а)









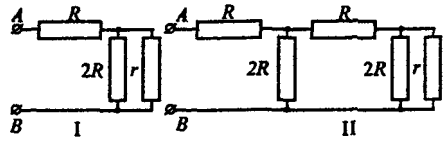


[а) $R_{AB}=\frac{8}{13}R$; б) $R_{AB}=\frac{3}{5}R$;

в) $R_{AB}=\frac{5}{7}R$; г) $R_{AB}=\frac{3}{2}R$;

д) $R_{AB}=\frac{5}{4}R$; е) $R_{AB}=\frac{5}{6}R$]

12.6. При каком значении r сопротивления электрических цепей, измеренные между точками A и B, окажутся одинаковыми и каково при этом полное сопротивление R_{AB}?



[$r=2R$; $R_{AB}=2R$]

Измерение тока и напряжения

12.7. Амперметр рассчитан на максимальный ток I_0. Его сопротивление равно R_A. Какое сопротивление надо включить параллельно амперметру, чтобы им можно было измерять ток в n раз больший?

[$R=\frac{R_A}{n-1}$]

12.8. Вольтметром можно измерять максимальное напряжение U_0. Его сопротивление равно R_V. Какое сопротивление надо включить последовательно с вольтметром, чтобы можно было измерять напряжение в n раз больше?

[$R=(n-1)R_V$]

12.9. Имеется прибор с ценой деления i_0= 10 мкА. Шкала прибора имеет n = 100 делений; внутреннее сопротивление прибора r = 50 Ом. Как из этого прибора сделать вольтметр с пределом измерения напряжения U_0= 200 В или миллиамперметр с пределом измерения тока I_0= 800 мА (Определить значения дополнительного сопротивления $R_д$ и шунта $R_ш$)?

[$R_д=\frac{U_0}{n\tau_0}-r\approx 2\cdot 10^5$ Ом; $R_ш=\frac{r}{I_0/(n\tau_0)-1}\approx 0{,}0626$ Ом]

12.10. К гальванометру с сопротивлением r=290 Ом присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в 10 раз. Какой резистор надо включать последовательно с шунтированным гальванометром, чтобы общее сопротивление осталось неизменным?

[R=261 Ом]

12.11. Сопротивление амперметра R = 0,04 Ом, а максимальный электрический ток, который можно измерить этим прибором, I = 1,2 А. Определить сечение медного провода длиной l =10 см, который нужно подключить к амперметру, чтобы можно было измерить этим прибором электрический ток I_2=6А. Удельное сопротивление меди $\rho=1{,}75\cdot 10^{-8}$ Ом·м. [$S=1{,}75\cdot 10^{-7}$ м^2]

12.12. Присоединение к вольтметру некоторого добавочного сопротивления увеличивает предел измерения напряжения в n раз. Другое добавочное сопротивление увеличивает предел измерения вольтметра в m раз. Во сколько раз увеличится предел измерений

вольтметра, если включить последовательно с вольтметром эти два сопротивления, соединенные между собой параллельно?

[$k=\frac{mn-1}{m+n-2}$]

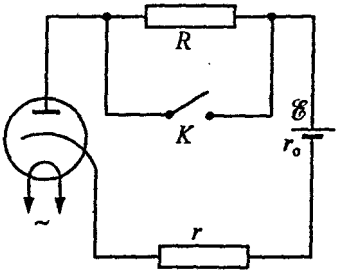
Закон Ома для замкнутой цепи

12.13. Какую допускают относительную ошибку в измерении ЭДС источника тока, если принимают показания вольтметра, присоединенного к его полюсам, за ЭДС? Сопротивление источника тока $r=0{,}5$ Ом, сопротивление вольтметра $R=200$ Ом.

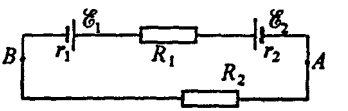
[$\delta=\frac{r}{R+r}\cdot 100\% \approx 0{,}25\%$]

12.14. Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление $R_1=2$ Ом ток $I_1=0{,}25$ А. Если же внешнее сопротивление будет $R_2=7$ Ом, то элемент дает ток $I_2=0{,}1$ А. Какой ток $I_{КЗ}$ он дает, если его замкнуть накоротко? [$I_{КЗ}=\frac{I_1I_2(R_2-R_1)}{I_2R_2-I_1R_1}=0{,}625$ А]

12.15. Вакуумный диод подключен к источнику постоянного напряжения с ЭДС $\mathscr{E}=200$ В. При замкнутом ключе K ток через диод $I_0=0{,}2$ А. Каков будет ток через диод, если ключ K разомкнуть? Сопротивление резистора $R=1000$ Ом. Для данного диода сила тока пропорциональна разности потенциалов U между анодом и катодом, если $0<U<300$ В. [$I_x=0{,}1$ А]

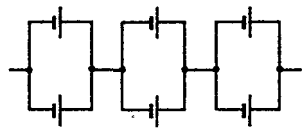


12.16. В схеме $\mathscr{E}_1=12$ В, $\mathscr{E}_2=6$ В, $R_1=4$ Ом, ток в электрической цепи $I=1$А, внутреннее сопротивление источников: $r_1=0{,}75$ Ом, $r_2=0{,}25$ Ом. Определить напряжение между точками A и B. [$U_{AB}=\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2-I(r_1+r_2+R_1)=1$ В]

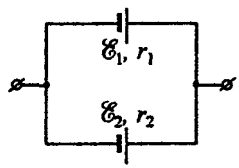


12.17. К батарее через переменное сопротивление R подключен вольтметр. Если сопротивление R уменьшить в 3 раза, то показания вольтметра возрастут в 2 раза. Во сколько раз изменятся показания вольтметра, если сопротивление R уменьшить до нуля? Сопротивлением источника пренебречь. [Увеличатся в 4 раза]

12.18. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление батареи элементов, если ЭДС каждого элемента 2,2 В, а внутреннее сопротивление 0,8 Ом. [$\mathscr{E}$=6,6 В; r=1,2 Ом]

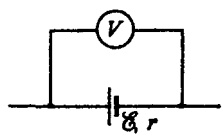


12.19. Определить ЭДС $\mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление батареи, составленной из двух параллельно соединенных источников.



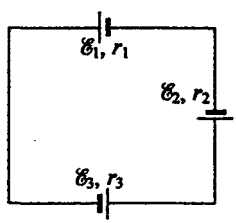
[$r=\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$; $\mathscr{E}=\frac{\mathscr{E}_1 r_2+\mathscr{E}_2 r_1}{r_1+r_2}$]

12.20. Вольтметр, подсоединенный к полюсам источника тока, входящего в состав неизвестной цепи, показывает U = 6 В. Определить величину и направление тока, протекающего через источник, если его ЭДС $\mathscr{E}$=4 В, а внутреннее сопротивление 1 Ом.



[$I=\frac{U-\mathscr{E}}{r}$=2 А]

12.21. Три источника тока с ЭДС $\mathscr{E}_1$=3,0 В, $\mathscr{E}_2$=6,0 В, $\mathscr{E}_2$=4,5 В и внутренним сопротивлением r_1 = 0,8 Ом, r_2 = 1, 2 Ом и r_3 = 1 Ом соединены в цепь. Определите напряжения на полюсах каждого источника.



[U_1=2,6 В; U_2=6,6 В; U_3=4,0 В]

Работа и мощность тока. Закон Джоуля–Ленца. КПД электрической цепи

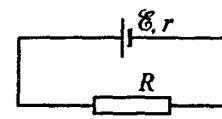
12.22. Определить массу меди, нужной для устройства двухпроводной линии длиной $l = 5$ км. Напряжение на шинах станции $U = 2{,}4$ кВ. Передаваемая потребителю мощность $P = 60$ кВт. Допускаемая потеря напряжения в проводах равна 8 %. Плотность меди $d = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельное сопротивление $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

[$M \approx 2{,}1 \cdot 10^3$ кг]

12.23. Источник постоянного тока с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнут в первом случае на резистор с сопротивлением R, а во втором случае – на 4 таких же резистора, соединенных параллельно. Определить сопротивление R, если мощность, выделяемая в нагрузке, в первом и во втором случаях одна и та же.

[$R = 2r = 2$ Ом]

12.24. Дана электрическая цепь, содержащая источник ЭДС. К источнику подключено внешнее сопротивление R. Найти полезную мощность и КПД цепи.



[$P = \mathscr{E}^2 \dfrac{R}{(R+r)^2}$, $\eta = \dfrac{R}{R+r}$]

12.25. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0{,}08$ Ом при токе $I_1 = 4$ А отдает во внешнюю цепь мощность $P_1 = 8$ Вт. Какую мощность P_2 отдает он во внешнюю цепь при токе $I_2 = 6$ А?

[$P_2 = I_2^2 \left(\dfrac{rI_1^2 + P_1}{I_1 I_2} - r \right) = 11$ Вт]

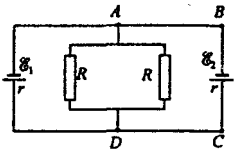
12.26. Электромотор питается от батареи с ЭДС $\mathscr{E} = 12$ В. Какую мощность N развивает мотор при протекании по его обмотке тока $I = 2$ А, если при полном затормаживании якоря по цепи течет ток $I_0 = 3$ А?

[$N = \mathscr{E}I - \mathscr{E}I^2 / I_0 = 8$ Вт]

12.27. Чему равен КПД электромотора, если при включении его в сеть постоянного тока ток $I_o = 15$ А, а в установившемся режиме ток снижается до $I = 9$ А? [$\eta = (1 - I/I_o)\cdot 100\% = 40\%$]

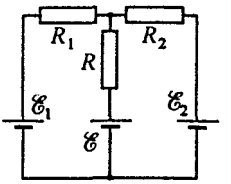
Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

12.28. Источники тока, имеющие одинаковое внутреннее сопротивление r = 0,5 Ом, подключены к резисторам, каждый из которых имеет сопротивление R. ЭДС $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ источников тока соответственно равны 12 В и 6 В. Определить сопротивление R, при котором ток в цепи $ABCD$ не течет. [$R = \dfrac{2\mathscr{E}_2 r}{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2} = 1$ Ом]

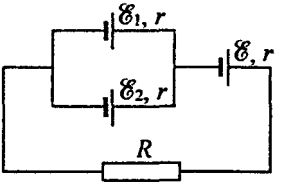


12.29. При каком значении $\mathscr{E}$ ток через сопротивление R будет равен нулю? Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

[$\mathscr{E} = \dfrac{\mathscr{E}_1 R_2 + \mathscr{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}$]

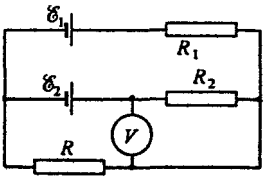


12.30. Определить ток I, протекающий через резистор с сопротивлением R. Внутреннее сопротивление источников одинаковое. [$I = \dfrac{1}{2R + 3r}(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + 2\mathscr{E})$]

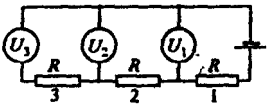


12.31. Чему равно показание вольтметра в схеме. Вольтметр считать идеальным, т. е. имеющим очень большое сопротивление. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

[$U = I_2 R_2 = \dfrac{\mathscr{E}_2(R_1 + R) - \mathscr{E}_1 R}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} R_2$]

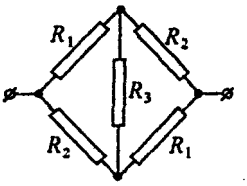


12.32. Электрическая цепь, собрана из одинаковых резисторов и одинаковых вольтметров. Первый вольтметр показывает U_1= 10 В, а третий U_3= 8 В. Что показывает второй вольтметр?



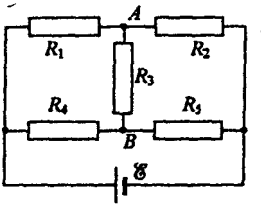
[U_2=8,6 В]

12.33. Используя правила Кирхгофа, определить общее сопротивление цепи.



[$R=\dfrac{(R_1+R_2)R_3+2R_1R_2}{R_1+R_2+2R_3}$]

12.34. В электрической цепи, R_1 =1 Ом, $R_2=R_3=R_4=R_5=2$ Ом, ЭДС $\mathscr{E}=22$ В. Определить силу тока, на участке AB. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



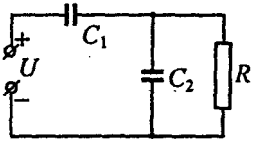
[1А]

Конденсатор в цепи постоянного тока

12.35. Плоский конденсатор с пластинами квадратной формы размерами $a\times a=0,2\times0,2$ м^2 и расстоянием между пластинами d=2 мм присоединен к полюсам источника с ЭДС $\mathscr{E}$= 750 В. В пространство между пластинами с постоянной скоростью v=0,08 м/с вводят стеклянную пластину толщиной h=2 мм. Какой ток будет протекать при этом в цепи? Диэлектрическая проницаемость стекла ε=7.

[$I=\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)a}{d}\mathscr{E}v\approx3,2\cdot10^{-7}$ А]

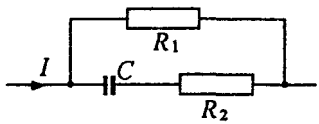
12.36. На схеме емкость конденсатора C_2= 10 мкФ, сопротивление резистора R = 2 кОм, площадь пластин конденсатора емкостью C_1 S= 100 см^2, а расстояние между ними d = 5 мм. Рентгеновский излучатель, который ионизирует воздух между обкладками конденсатора C_1, создает $w=2\cdot10^{12}$ пар



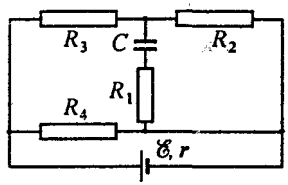
носителей заряда за 1 с в 1 м^3. Заряд носителей равен элементарному заряду $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Все образованные за единицу времени носители заряда долетают до пластин конденсатора C_1. Определить заряд на конденсаторе C_2. [$q = 2wdSeRC_2 = 6{,}4 \cdot 10^{-13}$ Кл]

12.37. К источнику тока с ЭДС $\mathscr{E} = 90$ В подключили плоский конденсатор с воздушным промежутком. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 0{,}5$ м^2. Пластины сближают так, что расстояние между ними меняется во времени по закону $d(t) = d_0/(1 + \alpha t)$, где $d_0 = 0{,}1$ м, $\alpha = 5$ с$^{-1}$, при этом через источник тока течет постоянный ток. Определить его величину. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь. [$I = \dfrac{\varepsilon_0 S \alpha \mathscr{E}}{d_0} = 2 \cdot 10^{-8}$ А].

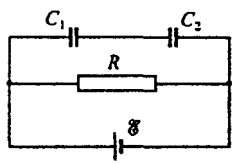
12.38. Определить заряд Q на конденсаторе $C = 2$ мкФ, включенном в цепь постоянного тока. $I = 3$ А, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом. [$Q = CIR_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл]



12.39. Определить заряд конденсатора в схеме. $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом; $\mathscr{E} = 500$ В; $r = 10$ Ом; $C = 10$ мкФ.
[$q = \dfrac{C\mathscr{E}R}{2R + 3r} = 1{,}43 \cdot 10^{-3}$ Кл]

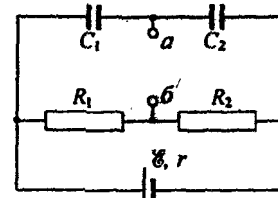


12.40. Определить напряжение на конденсаторах C_1 и C_2 в схеме, если известно, что при замыкании резистора с сопротивлением R накоротко ток через батарею возрастет в 3 раза. ЭДС батареи равна $\mathscr{E}$.
[$U_1 = \dfrac{2}{3}\mathscr{E}\dfrac{C_2}{C_1 + C_2}$; $U_2 = \dfrac{2}{3}\mathscr{E}\dfrac{C_1}{C_1 + C_2}$]



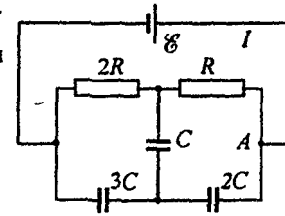
12.41. Определить разность потенциалов между точками *а* и *б* в схеме.

$$\left[\ \varphi_a-\varphi_б=\frac{\mathscr{E}(C_1R_1-C_2R_2)}{(R_1+R_2+r)(C_1+C_2)}\ \right]$$



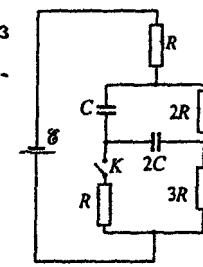
12.42. Определить заряды конденсаторов в схеме. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

$$\left[\ q_1=\frac{2C\mathscr{E}}{9};\ q_2=\frac{10C\mathscr{E}}{9};\ q_3=\frac{4}{3}C\mathscr{E}\ \right]$$



12.43. Определить заряд, протекающий через ключ *K* при его замыкании. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

$$\left[\ q=\frac{11C\mathscr{E}}{6}\ \right]$$



Электрический ток в металлах, электролитах, газах

12.44. По медному проводу сечением $S = 1$ мм^2 протекает ток $I = 10$ мА. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника. Молярная масса меди $\mu = 63{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. На каждый атом меди приходится один электрон проводимости. [$v = 7{,}4 \cdot 10^{-5}$ см/с]

12.45. При электролизе раствора сульфита меди была совершена работа, равная 4 кВт·ч. Определить количество выделившейся меди, если напряжение между электродами ванны равно 6 В. Электрохимический эквивалент меди $k = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл. [$m = 0{,}8$ кг]

12.46. Через водный раствор серной кислоты пропускали ток силой $I = 1$ А в течение $\tau = 2$ мин. Каковы объемы выделившихся при этом водорода и кислорода? Считать, что эти газы находятся при

нормальных условиях. Объем 1 моля газа при нормальных условиях $22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль. [$V_{H_2} = 14$ см^3; $V_{O_2} = 7$ см^3]

12.47. Никелирование пластины с поверхностью $S = 100$ см^2 продолжается $t = 4$ ч при токе $I = 0{,}4$ А. Молярная масса никеля $M = 58 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, его валентность $n = 2$, плотность $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определить толщину слоя никеля, который покроет за это время пластину. [$H = \frac{MIt}{Fn\rho S} = 20$ мкм]

12.48. Энергия ионизации воздуха $W_и = 15$ эВ. Определить среднюю длину свободного пробега λ электрона в воздухе. Заряд электрона $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, напряженность пробоя $E_0 = 3 \cdot 10^6$ В/м.
[$\lambda \geq \frac{W_и}{|e|E} \approx 5 \cdot 10^{-6}$ м]

12. 49. Атом неона ионизируется при столкновении с электроном, если энергия последнего равна 21,6 эВ (энергия ионизации). Средняя длина свободного пробега электрона в неоновой лампе между двумя последовательными соударениями $\lambda = 1$ мм. Расстояние между плоскими электродами лампы $d = 1$ см. Определить напряжение, при котором зажигается неоновая лампа (будет происходить процесс ионизации). Считать, что при ударе электрон полностью передает энергию атому неона, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный заряд, m – масса электрона. [$U \geq \frac{W_и d}{e\lambda} = 216$ В]

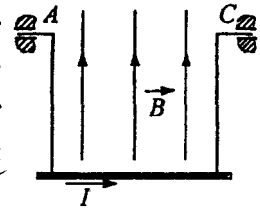
13. МАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Магнитные силы

13.1. Прямолинейный проводник массой $m = 0{,}03$ кг, по которому протекает ток $I = 5$ А, поднимается вертикально вверх в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл,

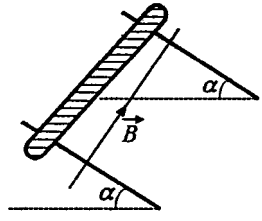
двигаясь к линиям магнитной индукции под углом $\alpha = 30°$. Через $t = 2$ с после начала движения он приобретает скорость $v = 4$ м/с. Определить длину проводника. [$l = \frac{m(v/t + g)}{BI\sin\alpha} = 0{,}36$ м]

13.2. Прямолинейный однородный проводник, подвешенный на двух гибких проволочках одинаковой длины, может вращаться вокруг горизонтальной оси AC. Проводник находится однородном вертикальном магнитном поле.



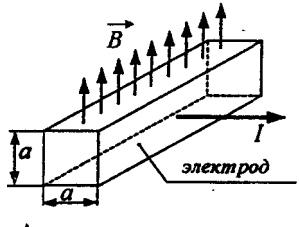
Если по проводнику течет ток $I_1 = 1$ А, проволочки отклоняются на угол $\alpha_1 = 30°$ от вертикали. При какой силе тока они будут отклоняться на угол $\alpha_2 = 60°$? Массой проволочек пренебречь. [$I_2 = 3$ А]

13.3. Стержень расположен перпендикулярно рельсам, расстояние между которыми $l = 50$ см. Рельсы составляют с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Какой должна быть индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости рельсов, чтобы стержень начал двигаться, если по нему пропустить ток силой $I = 40$ А? Коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0{,}6$, масса стержня $m = 1$ кг.



[$B = \frac{mg(\mu\cos\alpha \pm \sin\alpha)}{Il}$; 0,5 Тл – для движения вверх; $6{,}5 \cdot 10^{-3}$ Тл – для движения вниз]

13.4. Магнитогидродинамический насос для перекачки жидких (расплавленных) металлов имеет участок в виде канала квадратного сечения со стороной $a = 2$ см, находящийся в однородном магнитном поле. При пропускании через боковые электроды перпендикулярно магнитному полю тока $I = 100$ А в насосе создается перепад давления $\Delta p = 0{,}5$ кПа. Определить индукцию магнитного поля.

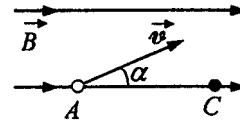


[$B=\frac{a\Delta p}{I}=0{,}1$ Тл] $B=\frac{q\Delta P}{J}$

13.5. В однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ частице массой m и зарядом q сообщают скорость v, направленную перпендикулярно линиям магнитной индукции. Как будет двигаться эта частица в магнитном поле? [Траектория – окружность радиусом $R=\frac{mv}{qB}$, период вращения $T=\frac{2\pi m}{qB}$]

13.6. В однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ влетает со скоростью v частица массой m и зарядом q. Угол между вектором скорости $\vec{v}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ равен α. Как будет двигаться частица в магнитном поле? [Траектория – винтовая линия, частица движется по поверхности цилиндра радиусом $R=\frac{mv\sin\alpha}{qB}$, шаг винтовой линии (расстояние, на которое смещается частица в направлении оси цилиндра за время одного оборота по окружности) $H=\frac{2\pi m v\cos\alpha}{qB}$]

13.7. Электрон влетает в однородное магнитное поле. В точке A он имеет скорость v, которая составляет с направлением поля угол α. При какой индукции магнитного поля электрон окажется в точке C? Заряд электрона e, масса m, расстояние $AC=L$.



[$B=2\pi k\frac{mv}{eL}\cos\alpha$, где k – произвольное целое число]

13.8. В область поперечного однородного магнитного поля с индукцией $B=0{,}1$ Тл и размером $h=0{,}1$ м по нормали влетает α-частица. Найти скорость частицы, если после прохождения магнитного поля она отклонится на угол $\varphi=30°$ от первоначального направления. Для α-частицы отношение заряда к массе (удельный заряд) $q/m=0{,}5\cdot10^8$ Кл/кг. [$v=\frac{qBh}{m\sin\varphi}=10^6$ м/с]

13.9. Отрицательно заряженная частица влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл, где движется по дуге окружности радиусом $R = 0{,}2$ м. Затем частица попадает в однородное электрическое поле, где пролетает вдоль направления силовой линии участок с разностью потенциалов $U = 10^3$ В, при этом скорость частицы изменяется в 3 раза. Определить конечную скорость частицы. [$v_к = \frac{3U}{4RB} \approx 3{,}8 \cdot 10^6$ м/с]

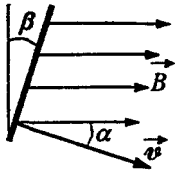
13.10. Электрон влетает в область пространства с однородным электростатическим полем с напряженностью $E = 6 \cdot 10^4$ В/м перпендикулярно линиям напряженности. Определить значение и направление индукции магнитного поля, которое надо создать в этой области для того, чтобы электрон пролетел ее, не испытывая отклонений. Энергия электрона $W = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж. [$B = 0{,}1$ Тл, $\vec{B} \perp \vec{v}$ и $\vec{B} \perp \vec{E}$]

Электромагнитная индукция

13.11. Длинная тонкая незаряженная пластина из немагнитного материала движется с постоянной скоростью v в однородном магнитном поле с индукцией B. Векторы $\vec{B}$ и $\vec{v}$ взаимно перпендикулярны и параллельны плоскости пластины. Определить поверхностную плотность заряда σ, возникающего на боковых плоскостях пластины вследствие ее движения. [$\sigma = \varepsilon_0 v B$]

13.12. Самолет летит горизонтально со скоростью $v = 720$ км/ч. Определить ЭДС индукции U, возникающей на концах крыльев, если вертикальная составляющая магнитного поля Земли $B_{вер} = 3 \cdot 10^{-9}$ Тл. Размах крыльев самолета $l = 20$ м. Определить максимальную ЭДС индукции U_{max}, которая может возникнуть при полете самолета. Горизонтальная составляющая поля Земли $B_{гор} = 1{,}2 \cdot 10^{-9}$ Тл.
[$U = B_{вер} v l = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ В, $U_{max} = v l \sqrt{B_{вер}^2 + B_{гор}^2} = 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ В]

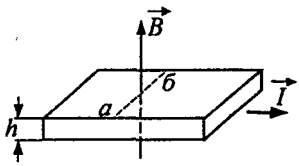
13.13. В горизонтальном магнитном поле с индукцией B с постоянной скоростью $\vec{v}$ движется проводник длиной l. Определить напряжение U, возникающее на концах проводника, если вектор скорости $\vec{v}$ лежит в горизонтальной плоскости и составляет угол α с направлением вектора магнитной индукции, а проводник наклонен под углом β к вертикали.



[$U = vBl\sin\alpha\cos\beta$]

13.14. Незаряженный металлический цилиндр вращается в магнитном поле с угловой скоростью ω вокруг своей оси. Индукция магнитного поля направлена вдоль оси цилиндра; m_e – масса электрона, $|e|$ – элементарный заряд. Каково должно быть значение индукции магнитного поля, чтобы в цилиндре не возникало электрическое поле? [$B = \frac{m_e\omega}{|e|}$]

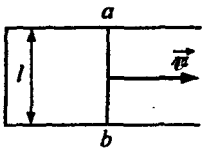
13.15. По металлической ленте, толщина которой равна h, течет ток I. Лента помещена в однородное магнитное поле, индукция которого равна B и направлена перпендикулярно поверхности ленты. Определить разность потенциалов между точками a и $б$ ленты, если концентрация свободных электронов в металле равна n, $|e|$ – элементарный заряд.



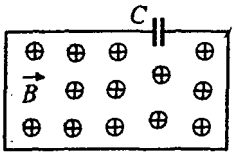
[$U = \frac{BI}{|e|nh}$]

13.16. В вертикальном магнитном поле с индукцией B вращается с постоянной угловой скоростью ω проводник длиной l. Плоскость вращения проводника – горизонтальна. Определить напряжение на концах проводника. [$U = \frac{Bl^2\omega}{2}$]

13.17. Прямоугольная проволочная рамка со стороной l находится в магнитном поле с индукцией B, перпендикулярном к плоскости рамки (см. рис.). По рамке параллельно одной из ее сторон без нарушения контакта скользит с постоянной скоростью v перемычка ab, сопротивление которой равно R. Определить ток через перемычку. Сопротивлением остальной части рамки пренебречь. [$I = \frac{Blv}{R}$]



13.18. Рамка из проволоки, в которую вмонтирован конденсатор, пронизывается перпендикулярно ее плоскости однородным магнитным полем. Скорость изменения индукции этого поля $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}02$ Тл/с. Определить энергию заряженного конденсатора, если его емкость $C = 4$ мкФ, площадь рамки $S = 50$ см^2.



[$W = \frac{1}{2}C\left(S\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 = 2 \cdot 10^{-14}$ Дж]

13.19. Замкнутый проводник сопротивлением $R = 30$ Ом находится во внешнем магнитном поле, причем поток магнитной индукции, пронизывающий образованный проводником контур, равномерно возрастает с $\Phi_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ до $\Phi_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ Вб. Определить заряд, который пройдет при этом через сечение проводника.

[$q = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R}$; $|q| = 10^{-5}$ Кл]

13.20. Плоский замкнутый металлический контур площадью $S_0 = 10$ см^2 деформируется в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 10^{-2}$ Тл. Площадь контура за время $\tau = 2$ с равномерно уменьшается до $S_к = 2$ см^2 (плоскость контура при этом остается перпендикулярной магнитному полю). Определить силу тока, протекающего по контуру в течение времени τ, если сопротивление контура $R = 1$ Ом.

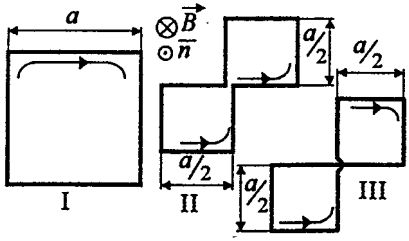
[$I = \frac{B}{R} \cdot \frac{S_0 - S_к}{\tau} = 4$ мкА]

13.21. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл находится проволочный контур площадью $S = 20$ см^2, плоскость которого перпендикулярна магнитному полю. Контур присоединен к баллистическому гальванометру. При повороте контура в положение, когда его плоскость параллельна магнитному полю, через гальванометр проходит заряд $q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл. Найти сопротивление всей цепи. $\left[R = \frac{BS}{q} = 0{,}5 \text{ Ом} \right]$

13.22. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл расположен плоский проволочный виток, плоскость которого перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Площадь витка $S = 10^3$ см^2, его сопротивление $R = 2$ Ом. Через гальванометр прн повороте витка проходит полный заряд $Q = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$ Кл. На какой угол повернули виток? $\left[\alpha = \arccos\left(1 - \frac{QR}{BS}\right) = 120° \right]$

13.23. Катушка, имеющая $N = 100$ витков, расположена в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл. Плоскости ее витков перпендикулярны линиям магнитной индукции. Площадь одного витка $S = 10$ см^2. Катушка присоединена к баллистическому гальванометру так, что сопротивление всей цепи $R = 10$ Ом. При повороте катушки на угол α через гальванометр проходит заряд $Q = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл. Определить угол α. $\left[\alpha = \arccos\left(1 - \frac{QR}{BNS}\right) = 60° \right]$

13.24. Квадратная рамка со стороной a помещается в однородное магнитное поле, перпендикулярное ее плоскости. При этом по рамке протекает заряд Q. Какой заряд протечет по рамке, если ей при неизменном поле придать форму двух равных квадратов? (Рассмотреть варианты II и III).



$\left[q_{II} = -\frac{Q}{2};\ q_{III} = -Q \right]$

13.25. По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести проводящая перемычка массой m и длиной l. Скольжение происходит в однородном магнитном поле с индукцией B. Поле перпендикулярно плоскости перемещения перемычки. Вверху шины соединены резистором с сопротивлением R. Коэффициент трения скольжения между поверхностями шин и перемычки равен μ ($\mu < \mathrm{tg}\alpha$). Пренебрегая сопротивлением шин и перемычки, найти ее установившуюся скорость. Перемычка находится в горизонтальной плоскости и перпендикулярна шинам. [$v = \frac{mgR}{B^2 l^2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$]

13.26. По горизонтальным параллельным рельсам, расстояние между которыми равно d, может скользить без трения перемычка, масса которой m. Рельсы соединены резистором с сопротивлением R и помещены в вертикальное однородное магнитное поле, индукция которого B. Перемычке сообщают скорость v_0. Найти путь S, пройденный перемычкой до остановки. [$S = \frac{m v_0 R}{B^2 d^2}$]

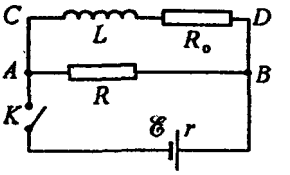
13.27. Проводящее кольцо массой m, диаметром d, и сопротивлением R падает в поле силы тяжести с большой высоты так, что плоскость кольца остается все время горизонтальной. Найти установившуюся скорость кольца, если его падение происходит в магнитном поле, вертикальная составляющая индукции которого изменяется с высотой z по закону $B_z = B_0(1+\alpha z)$, где B_0 и α – известные константы. [$v = \frac{16 m g R}{\pi^2 d^4 B_0^2 \alpha^2}$]

Индуктивность. ЭДС самоиндукции

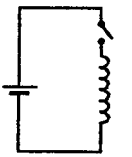
13.28. Через соленоид, индуктивность которого L = 0,4 мГн и площадь поперечного сечения S=10 см^2, проходит ток силой I=0,5 А. Какова индукция магнитного поля внутри соленоида, если он содер-

жит $N = 100$ витков? [$B = \frac{LI}{SN} = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл]

13.29. В цепи, $L = 2$ мкГн, $R_0 = 1$ Ом, $\mathscr{E} = 3$В ключ K замыкают. После того как ток в катушке достигает установившегося значения, ключ размыкают. Найти количество теплоты Q, выделившейся в цепи после размыкания ключа. Внутренним сопротивлением источника пренебречь. [$Q = \frac{L\mathscr{E}^2}{2R_0^2} = 9 \cdot 10^{-6}$ Дж]

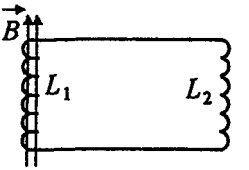


13.30. Катушку с индуктивностью L замыкают на источник тока, ЭДС которого равна $\mathscr{E}$. Через какой промежуток времени τ ток в катушке достигнет заданного значения I? Сопротивление катушки и внутреннее сопротивление источника ничтожно малы. [$\tau = \frac{LI}{\mathscr{E}}$]



13.31. Катушка из n_1 витков, площадь каждого из которых равна S, расположена в однородном поле. Вектор индукции поля B перпендикулярен виткам катушки. Вне поля расположена вторая катушка. Обе катушки соединены проводниками. Индуктивности катушек равны L_1 и L_2. Омическим сопротивлением катушек и проводников пренебречь. Определите величину тока, возникающего в катушках после выключения поля.

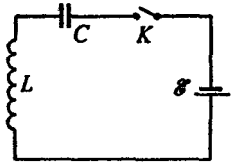
[$I = \frac{n_1 SB}{L_1 + L_2}$]



13.32. Конденсатор емкостью C, заряженный до напряжения U, разряжается на катушку с индуктивностью L и сопротивлением R. Какое количество теплоты Q выделится в катушке к тому моменту, когда сила тока в ней достигнет наибольшего значения I?

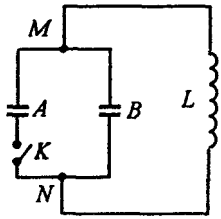
[$Q = \frac{CU^2}{2} - \frac{LI^2}{2} - \frac{CR^2I^2}{2}$]

13.33. В схеме в начальный момент времени ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен. Определить максимальное значение тока после замыкания ключа. Заданы L, C, $\mathscr{E}_0$. Сопротивлением катушки и источника пренебречь.



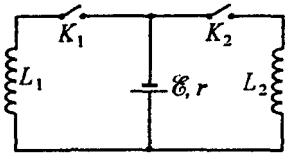
[$I_{max} = \mathscr{E}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$]

13.34. Два одинаковых конденсатора A и B, каждый емкостью C, и катушка с индуктивностью L соединены по схеме. В начальный момент ключ K разомкнут, конденсатор A заряжен до напряжения U. Конденсатор B не заряжен и ток в катушке отсутствует. Определить максимальное значение силы тока в катушке после замыкания ключа. Сопротивлением катушки пренебречь.



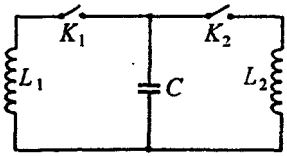
[$I_{max} = U\sqrt{\dfrac{C}{2L}}$]

13.35. Две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 подключены через ключи K_1 и K_2 к источнику с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r. В начальный момент времени оба ключа разомкнуты. После того как ключ K_1 замкнули и ток через катушку L_1 достиг некоторого значения I_0, замыкают ключ K_2. Определить установившийся ток через катушки L_1 и L_2 после замыкания ключа K_2. Сопротивлениями катушек пренебречь.



[$I_1 = \dfrac{L_2\mathscr{E}/r + L_1 I_0}{L_1 + L_2}$; $I_2 = \dfrac{L_1\mathscr{E}/r + L_1 I_0}{L_1 + L_2}$]

13.36. Две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 подключены через ключи K_1 и K_2 к конденсатору емкости C. В начальный момент времени оба ключа разомкнуты, а конденсатор заряжен до напряжения U_0. Сначала замыкают ключ



K_1 и, когда напряжение на конденсаторе станет равным нулю, замыкают ключ K_2. Определить максимальный и минимальный ток, протекающий через катушку L_1 после замыкания ключа K_2. Сопротивлением катушек пренебречь. [$I_{max} = U_0\sqrt{\frac{C}{L_1}}$; $I_{min} = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2}U_0\sqrt{\frac{C}{L_1}}$]

14. КОЛЕБАНИЯ

Механические колебания

14.1. Определить амплитуду и начальную фазу гармонических колебаний с круговой частотой ω, если в начальный момент времени смещение $x(0)$ и скорость $v(0)$ составляли: а) $x(0) = x_0$, $v(0) = 0$; б) $x(0) = 0$, $v(0) = v_0$; в) $x(0) = x_0$, $v(0) = v_0$. Запишите уравнение гармонических колебаний с учетом найденных амплитуды и начальной фазы.

[а) $x = x_0 \cos\omega t$; б) $x = \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$; в) $x = x_0\cos\omega t + \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$]

14.2. Какую часть периода колебаний груз пружинного маятника находится в пределах 1 см от положения равновесия, если амплитуда колебаний равна 2 см ? [1/3 периода]

14.3. Определить среднюю скорость при колебаниях пружинного маятника с амплитудой $A = 1$ см н периодом колебаний $T = 1$ с за время движения маятника: 1) от положения равновесия до отклонения в 0,5 см; 2) от максимального отклонения до отклонения 0,5 см.

[$v_{ср_1} = \frac{6A}{T} = 6$ см/с; $v_{ср_2} = \frac{3A}{T} = 3$ см/с]

14.4. Определить период колебаний математического маятника длиной l, подвешенного к потолку лифта : 1) поднимающегося вертикально вверх с ускорением a; 2) опускающегося вниз с ускорением a.

[$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$]

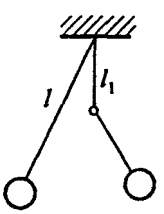
14.5. Найти период колебаний маятника длиной l, подвешенного в вагоне, движущемся горизонтально с ускорением a.

[$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$]

14.6. Математический маятник, состоящий из железного шарика массой $m = 40$ г, подвешенного на нити длиной $l = 1$ м, совершает гармонические колебания. Если под шарик поместить магнит, то он будет притягивать шарик с постоянной вертикальной силой $F = 0{,}24$ Н. Определить период колебаний шарика в новом состоянии.
[$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{(g+F/m)}} \approx 1{,}6$ с]

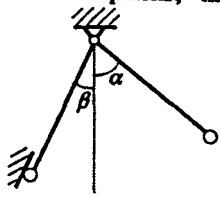
14.7. Положительно заряженный шарик массой $m = 30$ г (математический маятник) совершает гармонические колебания над положительно заряженной бесконечной плоскостью. Прн этом сила электрического взаимодействия шарика с плоскостью $F = 0{,}1$ Н, а период его колебаний $T_1 = 2$ с. Затем шарик перезарядили так, что его заряд стал отрицательным, но по модулю равным первоначальному. Определить период гармонических колебаний шарика в новом состоянии. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с^2. [$T_2 \approx 1{,}4$ с]

14.8. Шарик массой m с зарядом $q > 0$ подвешен на тонкой нити внутри плоского конденсатора с горизонтально ориентированными пластинами. Напряженность поля конденсатора равна E, силовые линии направлены вниз. Найти пернод колебаний такого маятника. Длина нити равна l. Как изменится формула для периода, если изменить знак заряда на пластинах конденсатора?
[1) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g+qE/m}}$; 2) при $g > \dfrac{qE}{m}$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-qE/m}}$; при $g < \dfrac{qE}{m}$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{qE/m-g}}$]



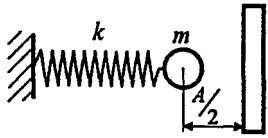
14.9. Математический маятник длиной l совершает колебания вблизи вертикальной стенки. Под точкой подвеса маятника на расстоянии $l_1 = l/2$ от нее в стенку забит гвоздь (см. рис.). Найти период колебаний маятника T. [$T = \pi\sqrt{l/g}\cdot\left(1+\sqrt{2}/2\right)$]

14.10. Тонкий, абсолютно жесткий, невесомый стержень, на конце которого закреплен точечный шарик, отклонили на небольшой угол α от положения равновесия и отпустили. В момент, когда стержень составлял угол $\beta < \alpha$ с вертикалью, произошло абсолютно упругое соударение шарика с наклонной стенкой. Определить $T_1 : T$ – отношение пернода колебаний такого маятника к периоду математического маятника той же длины.



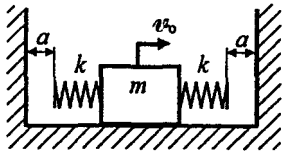
[$\frac{T_1}{T} = 1 - \frac{1}{\pi}\arccos\frac{\beta}{\alpha}$]

14.11. Шарик (материальная точка) массой m совершает гармонические колебания с амплитудой A на пружине с жесткостью k. На расстоянии $A/2$ от положения равновесия установили массивную стальную плиту, от которой шарик абсолютно упруго отскакивает. Найти период колебания в этом случае.



[$T = \frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$]

14.12. В начальный момент времени грузу придается начальная скорость v_0. Определить период колебаний. Параметры системы указаны на рнсунке. [$T = \frac{4a}{v_0} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$]



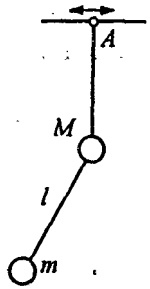
14.13. На поверхности жидкости плавает призматическое тело, погруженное в жидкость на глубину h. Определить период малых колебаний тела, если вязкое сопротивление жидкости движению тела пренебрежимо мало. [$T = 2\pi\sqrt{h/g}$]

14.14. В сообщающихся сосудах цилиндрической формы налита ртуть. Найти период малых колебаний ртути, если площадь поперечного сечения каждого сосуда S=0,3 см^2, масса ртути m = 484 г, плотность ртути ρ=13,6·10^3 кг/м^3. Трением пренебречь.

[$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho S g}} = 1{,}54$ с]

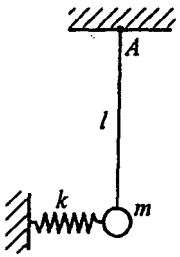
14.15. На горизонтальной плоскости лежат два бруска массой m_1 и m_2, соединенные пружиной с жесткостью k. Пренебрегая трением, найти период малых продольных колебаний системы.

$$[\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1+m_2)}}\ ]$$



14.16. Точка подвеса двойного маятника совершает гармонические колебания с малой амплитудой в горизонтальном направлении (рис.). Длина нижней нити равна l, масса нижнего шарика m, верхнего M. Каким должен быть период колебаний точки подвеса A, чтобы верхняя нить все время оставалась вертикальной?

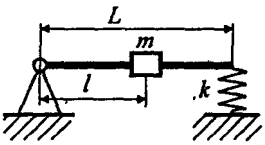
$$[\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g(1+m/M)}}\ ]$$



14.17. Определить период колебаний маятника. Масса груза, жесткость пружины и длина стержня заданы. Массой стержня пренебречь.

$$[\ T = 2\pi\frac{1}{\sqrt{g/l+k/m}}\ ]$$

14.18. Невесомая штанга длиной L одним концом закреплена в идеальном шарнире, а другим опирается на пружину с жесткостью k. Определить период малых колебаний штанги в зависимости от положения l на ней груза массой m.

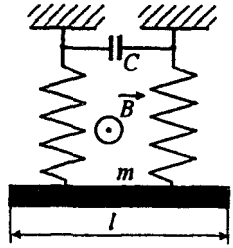


$$[\ T = 2\pi\frac{l}{L}\sqrt{\frac{m}{k}}\ ]$$

14.19. Тонкое проволочное кольцо радиусом R имеет электрический заряд Q. Как будет двигаться точечный заряд массой m, имеющий заряд $-q$, если в начальный момент времени он покоился в некоторой точке на оси кольца на расстоянии $d \ll R$ от центра? Кольцо неподвижно.

[Заряд совершает гармонические колебания с периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}}$]

14.20. Проводник массой m и длиной l подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых проводящих пружин с общей жесткостью k. Однородное магнитное поле с индукцией B направлено перпендикулярно плоскости. К верхним концам пружины присоединен конденсатор емкостью C. Пренебрегая сопротивлением, собственной индуктивностью и емкостью проводников, определить период колебаний системы в вертикальной плоскости.

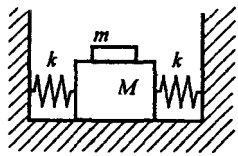


[$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m+C(Bl)^2}{k}}$]

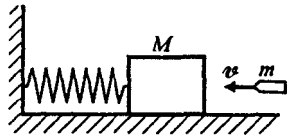
14.21. Груз, подвешенный на пружине, вызвал изменение ее на $\Delta l=4$ см. Найти период собственных колебаний T.

[$T=2\pi\sqrt{\Delta l/g}=0{,}4014$ с]

14.22. На идеально гладкой горизонтальной плоскости расположен брусок массой $M=1$ кг, закрепленный пружинами, жесткость каждой из которых $k=30$ Н/м. На бруске лежит шайба массой $m=0{,}5$ кг. Система брусок – шайба приводится в колебательное движение. Определить максимальную амплитуду колебаний, при которой система будет двигаться как единое целое, т. е. без проскальзывания шайбы по бруску. Коэффициент трения скольжения между бруском и шайбой $\mu=0{,}4$. [$A<0{,}1$ м]

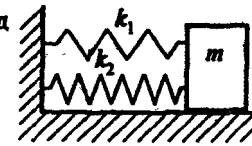


14.23. На горизонтальной пружине укреплено тело массой $M=10$ кг, лежащее на абсолютно гладком столе. В это тело попадает и застревает в нем пуля массой $m=10$ г, летящая со скоростью $v=500$ м/с по направлению вдоль оси пружины. Амплитуда возникших при этом колебаний $A=0{,}1$ м. Найти период колебаний.



[$T=2\pi A\left(\dfrac{M+m}{mv}\right)=1{,}26$ с]

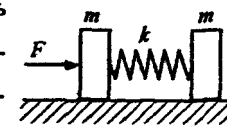
14.24. В начальный момент пружина k_1 растянута на l_1, а пружина k_2 сжата на l_2. Определить амплитуду и период колебаний бруска массой m.



[$A=\frac{k_2l_2-k_1l_1}{k_1+k_2}$; $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$]

14.25. На вертикально расположенной пружине с коэффициентом жесткости k подвешен груз массой m. Грузу сообщают начальную скорость v, направленную вертикально вниз. Определить период и амплитуду колебаний груза. [$T=2\pi\sqrt{m/k}$; $A=v_0\sqrt{m/k}$]

14.26. К системе, состоящей из двух грузов одинаковой массы, соединенных между собой невесомой пружиной с жесткостью k внезапно приложена горизонтальная сила F. Определить амплитуду упругих колебаний, учитывая, что грузы способны без трения скользить по горизонтальному столу. [$A=F/2k$]

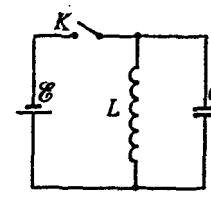


Колебания тока и напряжения в электрических цепях

14.27. Заряженный конденсатор замкнули на катушку индуктивности. Через какую часть периода после подключения энергия в конденсаторе будет равна энергии в катушке индуктивности?

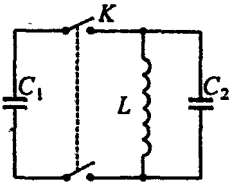
[Через $T/8$]

14.28. Колебательный контур через ключ K подключен к источнику ЭДС с некоторым внутренним сопротивлением r. Первоначально ключ K замкнут. После установления стационарного режима ключ размыкают и в контуре возникают колебания с периодом T. При этом амплитуда напряжения на конденсаторе в n раз больше ЭДС батареи. Найти индуктивность катушки и емкость конденсатора. Сопротивлением катушки пренебречь.



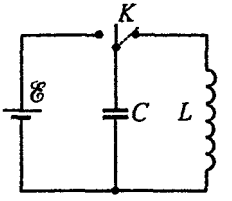
[$C=\frac{T}{2\pi nr}$; $L=\frac{Tnr}{2\pi}$]

14.29. Конденсатор емкостью C_1 зарядили до напряжения U_o, а затем подключили, замкнув ключ K, к колебательному контуру, состоящему из катушки индуктивности L и конденсатора емкостью C_2. Определить изменение заряда во времени на каждом из конденсаторов.



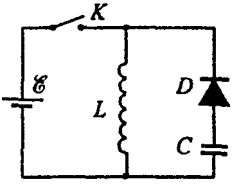
[$q_1=\dfrac{C_1^2U_o}{C_1+C_2}\cos\omega t$; $q_2=\dfrac{C_1C_2U_o}{C_1+C_2}\cos\omega t$, где $\omega=\sqrt{\dfrac{1}{L(C_1+C_2)}}$]

14.30. Конденсатор емкостью $C=50$ пФ сначала подключили к источнику тока с ЭДС $\mathscr{E}=3$ В, а затем к катушке с индуктивностью $L=5{,}1$ мкГн. Чему равна частота колебаний, возникших в контуре? Чему равно максимальное и действующее значение силы тока в контуре?



[$\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}=6{,}3\cdot10^7\,\text{с}^{-1}$; $I_{max}=\mathscr{E}\sqrt{\dfrac{C}{L}}=9{,}4\cdot10^{-3}A$; $I_д=\dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}=\mathscr{E}\sqrt{\dfrac{C}{2L}}=6{,}6\cdot10^{-3}A$]

14.31. Колебательный контур, в который включен идеальный диод D, через ключ K на время τ подключают к источнику постоянной ЭДС $\mathscr{E}$, а затем отключают. Найти зависимость напряжения на конденсаторе от времени после размыкания ключа. Сопротивлением источника и катушки пренебречь. Индуктивность катушки L, емкость конденсатора C.



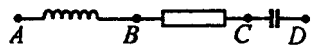
[$U(t)=\begin{cases}\dfrac{\mathscr{E}\tau}{\sqrt{LC}}\sin\left(\dfrac{t}{\sqrt{LC}}\right) & \text{при } 0\le t\le\dfrac{\pi}{2}\sqrt{LC},\\ \dfrac{\mathscr{E}\tau}{\sqrt{LC}} & \text{при } t>\dfrac{\pi}{2}\sqrt{LC}.\end{cases}$]

Переменный синусоидальный ток

14.32. Эффективное напряжение в цепи переменного тока с частотой 50 Гц равно 120 В. Определить время, в течение которого горит

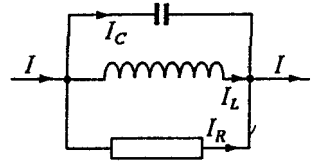
неоновая лампа в каждый период, если она зажигается и гаснет при напряжении 85 В. [Время горения лампы 1/75 с]

14.33. В цепи действующие напряжения: U_{AB}= 30 В, U_{BC}= 10 В, U_{CD}= 15 В. Определить действующее напряжение U_{AD}.



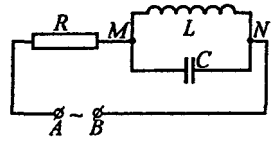
[$U_{AD}=\sqrt{U_{BC}^2+(U_{AB}-U_{CD})^2}\approx 18\ B$]

14.34. В цепи действующие значения токов $I_C = 2$ А, $I_L = 3$ А, $I_R = 1$ А. Определить действующее значение тока I.



[$I=\sqrt{I_R^2+(I_L-I_C)^2}\approx 1{,}41$ А]

14.35. В цепи $L = 0{,}1$ Гн, $C = 10$ мкФ. Частота переменного напряжения, подаваемая на клеммы A и B, $\nu = 50$ Гц, действующее напряжение $U = 220$ В. Найти ток, протекающий через резистор $R = 20$ Ом.

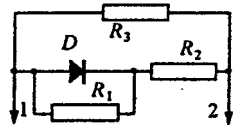


[$I=\dfrac{U(1-\omega^2 LC)}{\sqrt{R^2(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 L}}=5{,}47$ А, где $\omega=2\pi\nu=314\ c^{-1}$]

14.36. Электрический паяльник мощностью 50 Вт рассчитан на включение в сеть переменного напряжения 127 В. Какая мощность будет выделяться в паяльнике, если его включить в сеть переменного напряжения 220 В последовательно с идеальным диодом? Сопротивление диода при прямом направлении тока считать равным нулю, при обратном – бесконечности. Сопротивление паяльника постоянно.

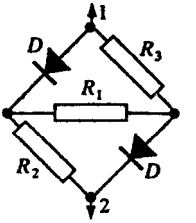
[$P = 75$ Вт]

14.37. К клеммам 1 и 2 приложено напряжение U = 220 В, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом. Параллельно резистору R_1 включен идеальный диод D. Какая мощность выделяется в цепи



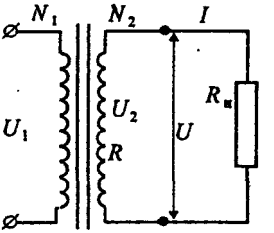
переменного тока? $\left[N = \frac{1}{2}U^2\left(\frac{R_2+R_3}{R_2R_3}+\frac{R_1+R_2+R_3}{R_3(R_1+R_2)}\right) = 423{,}5 \text{ Вт} \right]$

14.38. К клеммам 1 и 2 приложено напряжение $U = 127$ В, сопротивления резисторов $R_2 = R_3 = 5$ кОм. Диоды D считать идеальными. Какая мощность выделяется на резисторе R_1=10 кОм в цепи переменного тока?

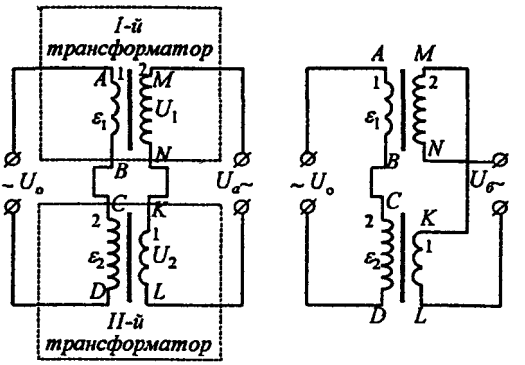


$\left[N = \frac{U^2}{2R_1}\left[1+\left(\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}\right)^2\right] = 1 \text{ Вт} \right]$

14.39. Первичная обмотка трансформатора имеет $N_1 = 2{,}4 \cdot 10^3$ витков. Сколько витков должна иметь вторичная обмотка, чтобы при напряжении на ее зажимах $U = 11$ В передавать во внешнюю цепь мощность $P = 22$ Вт? Сопротивление вторичной обмотки $R = 0{,}2$ Ом. Напряжение, подаваемое на первичную обмотку, $U_1 = 380$ В. [$N_2 = 72$]



15.40. Имеются два идеальных трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 1/3$. Первичная обмотка одного из них последовательно соединена со вторичной обмоткой второго, а свободные концы этих обмоток включены в сеть переменного тока с амплитудой напряжения $U_0 = 100$ В. Вторичная обмотка первого трансформатора последовательно соединена с первичной обмоткой



второго. Определить амплитуду переменного напряжения между свободными концами этих обмоток. Индуктивность обмотки пропорциональна квадрату числа ее витков. [$U_a = 60$ В, $U_б = 0$]

15. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Закон отражения света

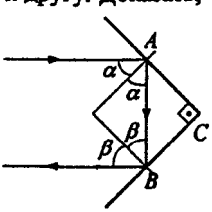
15.1. Какого наименьшего размера должно быть зеркало, висящее на вертикальной стене, чтобы человек, встав перед ним, мог увидеть себя в полный рост? Верхний край зеркала расположен на уровне глаз человека. [1/2 роста человека]

15.2. На стене, плоскость которой отклонена от вертикали на $\alpha = 4{,}87°$, укреплено плоское зеркало. С какого максимального расстояния l человек, рост которого $h = 170$ см, сможет увидеть хотя бы часть своего изображения? [$l = h\,\mathrm{ctg}\,\alpha = 20$ м]

15.3. Для освещения колодца солнечными лучами применили плоское зеркало. Под каким углом β к плоскости горизонта установлено зеркало, если угол возвышения Солнца над горизонтом α?
[$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$]

15.4. На какой угол повернется луч, отраженный от плоского зеркала, при повороте последнего на угол α? [2α]

15.5. Два плоских зеркала расположили под прямым углом друг к другу. Доказать, что луч, отразившийся от обоих зеркал, будет параллелен падающему. [См. рис., где сумма углов ΔABC $\pi = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$, отсюда $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ и $2\alpha + 2\beta = \pi$]



Закон преломления света. Полное внутреннее отражение

15.6. Определить кажущуюся глубину водоема h, если смотреть на него сверху перпендикулярно его поверхности. Фактическая глубина водоема H, показатель преломления воды n. [$h = H/n$]

15.7. Плоское дно водоема глубиной H рассматривается из воздуха. Определить кажущуюся глубину водоема h, если луч зрения с вертикалью составляет угол α. [$h = n^2 H \left(\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \right)^3$]

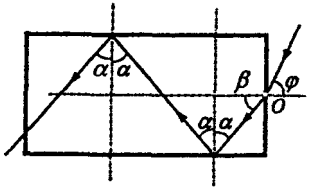
15.8. На дне водоема глубиной h находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником света. При каком минимальном диаметре диска d лучи от источника света не будут выходить из воды?
[$d = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}}$]

15.9. В кювете (плоской ванне) с жидкостью на глубине $h = 3$ см находится точечный источник света, который начинает смещаться по вертикали со скоростью $v = 10^{-3}$ м/с. На дне кюветы находится плоское зеркало, а на поверхности жидкости на высоте $H = 4$ см от дна плавает непрозрачный диск радиусом $R = 6$ см. Центр диска расположен на одной вертикали с источником света. Через какое время t источник света станет виден для внешнего наблюдателя? Показатель преломления жидкости $n = \sqrt{2}$. [$t = 10$ с]

15.10. Луч, падающий на плоскую границу двух сред, относительный показатель преломления которых n, частично отражается, частично преломляется. При каком угле падения отраженный луч перпендикулярен к преломленному лучу? [$\alpha = \mathrm{arctg}\, n$]

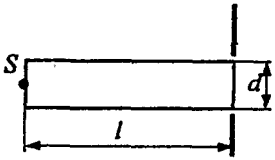
15.11. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного отражения для этого луча $\alpha_{пред} = 42°$. Чему равна скорость света в скипидаре? [$v = c \sin\alpha_{пред} \approx 2 \cdot 10^8$ м/с]

15.12. Пучок длинных тонких нитей, выполненных из прозрачного материала с показателем преломления $n=\sqrt{7}/2$, образует светопровод. В каждой из нитей свет распространяется, испытывая многократные полные отражения на боковой поверхности. Определить угол зрения такого светопровода (т. е. под каким максимальным углом φ к оси нити может падать световой луч на торец, чтобы пройти по светопроводу без ослабления). [Максимальный угол зрения $\varphi=\arcsin\left(\sqrt{n^2-1}\right)=60°$]



15.13. Точечный источник света S расположен вне цилиндра на его оси вблизи торца (основания). Найти минимальный показатель преломления n материала цилиндра, при котором ни один луч, вошедший через основание, не выйдет через боковую поверхность наружу. [$n=\sqrt{2}$]

15.14. Точечный источник света S находится на расстоянии $l=1$ м от экрана. В экране напротив источника сделано отверстие диаметром $d=1$ см, в которое проходит свет. Между источником и экраном помещен прозрачный цилиндр, показатель преломления которого равен $n=1{,}5$, длина $l=1$ м, а диаметр тот же, что и у отверстия. Как изменится световой поток через отверстие? Поглощением света в веществе пренебречь.



[Поток увеличится в $8l^2/d^2=8\cdot10^4$ раз]

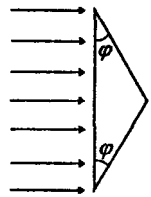
15.15. При каком угле падения α на одну из граней преломленный луч не выйдет из другой грани? Преломляющий угол призмы φ, показатель преломления стекла n. [$\alpha\leq\arcsin\left(n\sin\left(\varphi-\arcsin\frac{1}{n}\right)\right)$]

15.16. Луч света падает на трехгранную призму под углом α. Призма сделана из стекла с показателем преломления n. Преломляющий

угол при вершине призмы φ. Под каким углом ψ луч выйдет из призмы и каков угол θ отклонения луча от первоначального направления?

[$\psi = \arcsin(\sin\varphi\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi\sin\alpha)$;

$\theta = \alpha + \arcsin(\sin\varphi\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi\sin\alpha) - \varphi$]



15.17. Равнобедренная стеклянная призма с малыми углами преломления φ (бипризма) помещена в параллельный пучок лучей, падающих нормально к ее основанию. Показатель преломления стекла $n = 1{,}57$, основание призмы $\alpha = 5$ см. Найти угол φ, если в середине экрана, расположенного на расстоянии $l = 100$ см от призмы, образуется темная полоса шириной $d = 1$см.

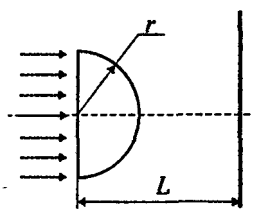
[$\varphi = \dfrac{a+d}{2L(n-1)} = 3°$]

Прозрачная сфера

15.18. Стеклянный шар (показатель преломления n) освещается узким расходящимся пучком лучей, ось которого проходит через центр шара. Источник света расположен на расстоянии l от поверхности шара. На таком же расстоянии от поверхности, но по другую сторону от шара, находится изображение источника. Определить радиус шара.

[$R = l(n-1)$]

15.19. На половину шара радиусом $r = 2$ см, изготовленного из стекла с показателем преломления $n = \sqrt{2}$, падает параллельный пучок лучей. Определить радиус светлого пятна на экране, расположенном на расстоянии $L = 4{,}82$ см от центра шара.



[Радиус светлого пятна 2 см]

Плоскопараллельная пластинка

15.20. Предмет находится на расстоянии $l = 15$ см от плоскопараллельной стеклянной пластинки. Наблюдатель рассматривает предмет

через пластинку, причем луч зрения нормален к ней. Определить расстояние x, на котором находится изображение предмета от ближайшей к наблюдателю грани, если толщина пластинки $d = 4{,}5$ см, показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. [$x = l + \frac{d}{h} = 18$ см]

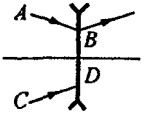
15.21. На каком расстоянии x находится изображение объекта, расположенного на расстоянии $l = 4$ см от передней поверхности плоскопараллельной стеклянной пластинки толщиной $d = 1$ см, посеребренной с задней стороны, если показатель преломления пластинки $n = 1{,}5$, а изображение расположено перпендикулярно к поверхности пластинки ? [На расстоянии $l = l + \frac{2d}{n} = 5{,}3$ см от передней поверхности пластинки]

15.22. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной d. На сколько сместится луч после прохождения пластинки, если угол падения луча α, показатель преломления стекла n? [Смещение луча $h = d\sin\alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right)$]

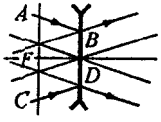
15.23. На плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом α падает пучок света шириной a, содержащий два спектральных компонента с длинами волн λ_1 и λ_2. Показатели преломления стекла для этих длин волн различны: n_1 для λ_1 и n_2 для λ_2. Определить минимальную толщину пластинки, при которой свет, пройдя через нее, будет распространяться в виде двух отдельных пучков, каждый из которых содержит только один спектральный компонент.

[$d = \frac{2a\sqrt{(n_2^2 - \sin^2\alpha)(n_1^2 - \sin^2\alpha)}}{\sin 2\alpha\left(\sqrt{n_2^2 - \sin^2\alpha} - \sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}\right)}$]

Построение изображений в тонкой линзе



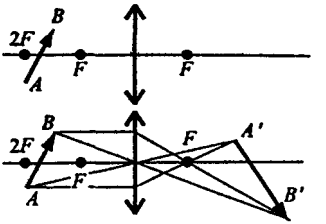
15.24. По известному ходу луча AB (рис. справа) через рассеивающую линзу построить ход луча CD. Положение фокусов не задано.



[См. рис. слева]

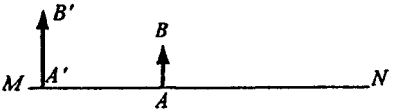
15.25. Построить изображение данного предмета (рис. вверху) в линзе. Какое это изображение?

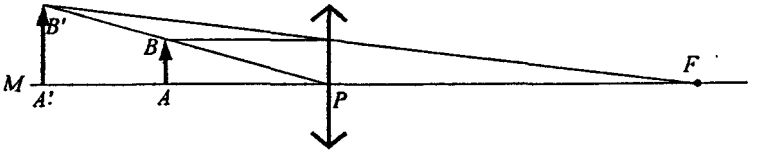
[Рис. внизу, где $A'B'$ – действительное увеличенное изображение]



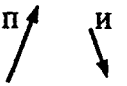
15.26. На рис. справа показаны: главная оптическая ось MN линзы, предмет AB и его изображение $A'B'$. Определить графически положение оптического центра и фокуса линзы.

[Рис. снизу, где P – оптический центр, F – фокус]



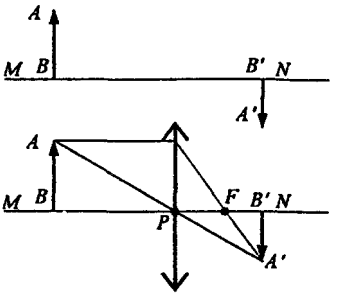


15.27. На рис. справа дан предмет П и его изображение И. Геометрическим построением определить положение плоскости симметрии и оптического центра линзы. [Рис. слева]

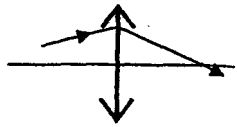


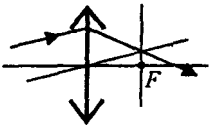
15.28. На верхнем рис. показаны главная оптическая ось MN линзы, предмет AB и его изображение $A'B'$. Определить графически положение оптического центра P и фокуса F линзы.

[Нижний рис.]



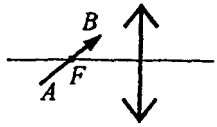
15.29. На рис. справа показаны главная оптическая ось линзы и ход одного из лучей. Найти построением фокус линзы.

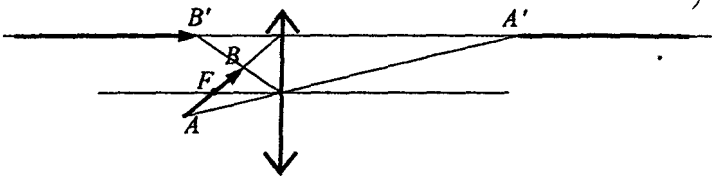




[Рис. слева, где F – фокус линзы]

15.30. Построить изображение предмета AB в собирающей линзе; F – фокус линзы (рис. справа). [Рис. внизу, где изображение состоит из двух частей – действительной и мнимой, уходящих в бесконечность]





Формула линзы

15.31. В каком месте на главной оптической оси двояковыпуклой линзы нужно поместить точечный источник света, чтобы его изображение оказалось в главном фокусе?

[Если речь идет о действительном изображении, то в бесконечности; если изображение мнимое то $d=F/2$]

15.32. Предмет высотой h = 40 см находится на расстоянии $d=1$ м от вертикально расположеииой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F=-25$ см. Где находится изображение предмета? Определить высоту изображения.

[$f=\dfrac{Fd}{d-F}=-0{,}2$ м, изображение мнимое; $H=h\dfrac{|f|}{|d|}=0{,}08$ м]

15.33. На каком расстоянии от двояковыпуклой линзы с оптической силой $D=2{,}5$ дптр надо поместить предмет, чтобы его изображение получилось иа расстоянии $f=2$ м от линзы ? [Двояковыпуклая линза может давать действительное и мнимое изображение:

$d_1=\dfrac{f}{Df-1}=0{,}5$ м; $d_2=\dfrac{f}{Df+1}=\dfrac{1}{3}$ м]

15.34. На экране, расположенном иа расстоянии 60 см от собирающей линзы, получено изображение точечного источника, расположенного на главиой оптической оси линзы. На какое расстояние переместится изображение на экране, если при неподвижном источнике переместить линзу на 2 см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси? Фокусное расстояние линзы равно 20 см.

[На 6 см]

15.35. Оптическая сила двояковыпуклой линзы в воздухе $D_1 = 5$ дптр, а в воде $D_2 = 1{,}5$ дптр. Определить показатель преломления n материала, из которого изготовлена линза.

[$n = \dfrac{(D_1 - D_2)n_1 n_2}{D_1 n_1 - D_2 n_2} = 1{,}55$]

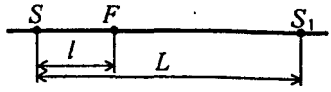
15.36. На каком расстоянии иадо поместить предмет от собирающей линзы с фокусным расстоянием F, чтобы расстояние от предмета до его действительного изображения было наименьшим?

[$d_{\min} = 2F$]

15.37. Предмет в виде отрезка длиной l расположен вдоль оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Середина отрезка расположена иа расстоянии a от линзы, которая дает действительное изображение всех точек предмета. Определить продольное увеличение предмета.

[$\beta = -\dfrac{4F^2}{4(a-F)^2 - l^2}$, где $a > F + \dfrac{l}{2}$]

15.38. Даны точечный источник света S, его изображение S_1, полученное с помощью собирающей линзы, и ближайший к источнику фокус линзы F. Расстояния $SF = l$ и $SS_1 = L$. Определить положение линзы и ее фокусное расстояние. [$d = \sqrt{Ll}$; $F = \sqrt{Ll} - l$]



15.39. Расстояние от освещенного предмета до экрана L=100 см. Линза, помещенная между ними, дает четкое изображение предмета на

экране при двух положениях, расстояние между которыми $l = 20$ см. Найти фокусное расстояние линзы. [$F = \frac{L^2 - l^2}{4L}$; $F = 24$ см]

15.40. Предмет находится на расстоянии $L = 90$ см от экрана. Между предметом и экраном помещают линзу, причем при одном положении линзы на экране получается увеличенное изображение предмета, а при другом – уменьшенное. Каково фокусное расстояние линзы, если линейные размеры первого изображения в 4 раза больше второго? [$F = \frac{2L}{9} = 20$ см]

15.41. На экране с помощью тонкой линзы получено изображение предмета с увеличением $r_1 = 2$. Предмет передвинули на 1 см. Для того чтобы получить резкое изображение, пришлось передвинуть экран. При этом увеличение оказалось равным $r_2 = 4$. На какое расстояние пришлось передвинуть экран? [На 8 см]

15.42. Тонкая собирающая линза дает изображение предмета на экране высотой H_1 и H_2 при двух положениях линзы между предметом и экраном, расстояние между ними неизменно. Чему равна высота предмета h? [$h = \sqrt{H_1 H_2}$]

15.43. Какие предметы можно рассмотреть на фотографии, сде-ланной со спутника, если разрешающая способность пленки $\delta = 0{,}01$ мм? Каким должно быть время экспозиции τ, чтобы полностью использовать возможности пленки? Фокусное расстояние объектива используемого фотоаппарата $F = 10$ см, высота орбиты спутника $H = 100$ км. [$h \geq \frac{H}{F}\delta = 10$ м; $\tau \leq \frac{H\delta}{F\sqrt{gR}} \approx 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ с]

15.44. При аэрофотосъемках используется фотоаппарат, объектив которого имеет фокусное расстояние $F = 8$ см. Разрешающая способность пленки $\Delta = 10^{-2}$ мм. На какой высоте должен лететь самолет, чтобы на фотографии можно было различить листья деревьев размером $l = 5$ см? При какой скорости самолета изображение не будет размытым, если время экспозиции $\tau = 10^{-3}$ с?
[$H = 400$ м; $v = 180$ км/ч]

15.45. Определить оптическую силу D двух тонких линз с фокусным расстоянием F_1 и F_2, сложенных вплотную. [$D=\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}$]

15.46. Две собирающие линзы с фокусным расстоянием F и $F/2$ расположены на расстоянии $L = 2F$ так, что их главные оптические оси совмещены. Предмет расположеи на расстоянии $d_1 = 3F/2$ слева от первой линзы. Определить, где будет иаходиться изображение предмета и каково будет его увеличение. [Действительное изображение будет иаходиться справа от второй линзы на расстоянии $F/3$, увеличение $r=2/3$]

15.47. Источник света находится на расстоянии a = 35 см от собирающей линзы с фокусным расстоянием F_1= 20 см. По другую сторону линзы на расстоянии d = 38 см расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием F_2= 12 см. Где будет находиться изображение источника? [Действительное изображение источника будет находиться на расстоянии f_2= 30 см справа от рассеивающей линзы].

15.48. В вогнутое зеркало радиусом R налит тонкий слой воды. Определить фокусное расстояние этой системы.
[$F=\frac{R}{2n}$, где n – показатель преломления воды]

15.49. Некто, сняв очки, читал книгу, держа ее на расстоянии l=15 см от глаз. Какой оптической силы у него очки? [D=–8/3 дптр]

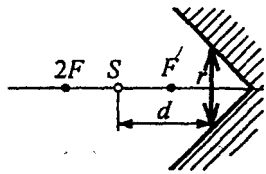
15.50. Как изменится оптическая сила глаза при переводе взгляда от удаленного предмета на расстояние наилучшего зрения?
[ΔD=4 дптр]

15.51. Человек с иормальным зрением иачинает смотреть через очки с оптической силой D = +5 дптр. Определить предельные положения, на которых может находиться рассматриваемый объект, чтобы его было ясно видно. [11 и 20 см от глаз]

15.52. Предмет рассматривают в лупу, расположив его в фокальной плоскости лупы. При этом предмет выглядит увеличенным в k раз. Какое максимальное увеличение может дать эта лупа?

[$k + 1$, предмет нужно разместить ближе к лупе, чтобы мнимое изображение предмета располагалось на расстоянии наилучшего зрения]

15.53. Два плоских зеркала образуют двугранный угол, равный 90°. В угол вставлена собирающая линза, имеющая фокусное расстояние F, так что ее главная оптическая ось составляет угол 45° с каждым зеркалом. Радиус $r = F$. На главной оптической оси линзы на расстоянии $d = 1{,}5\ F$ находится источник света S. Найти положение одного из изображений источника света, которое находится на главной оптической оси.



[На расстоянии $F/2$ слева от плоскости линзы]

16. ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Распространение волн

16.1. Плоская волна представлена уравнением $S(x,t) = 0{,}05\sin(1980t - 6x)$, где S – смещение частиц, см; t – время, с; x – расстояние по оси, м. Определить разность фаз между колеблющимися точками, находящимися на расстоянии $\Delta x = 35$ см друг от друга.

[$\Delta\varphi = 2{,}1$ рад]

16.2. Волна распространяется со скоростью 6 м/с при частоте 4 Гц. Чему равна разность фаз точек волны, отстоящих друг от друга на 50 см? [$\Delta\varphi = 120°$]

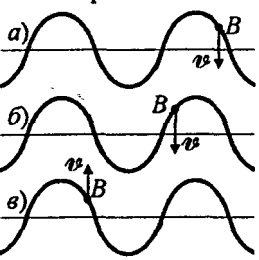
16.3. Мимо неподвижного наблюдателя за 10 с прошло 4 гребня волны. Каков период колебаний частиц? [$T = 2{,}5$ с]

16.4. Волна от катера, проходящего по озеру, дошла до берега через 1 мин, причем расстояние между соседними гребнями оказалось равным 1,5 м, а время между двумя последовательными ударами о берег равно 2 с. Как далеко от берега проходил катер? [$l = 45$ м]

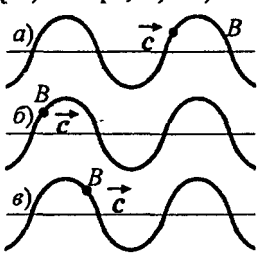
16.5. В каком направлении движется волна, если частица B имеет направление скорости, показанное на рис.?

[а) влево; б) и в) вправо]

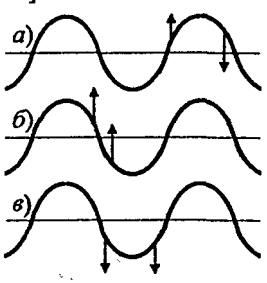
16.6. В каком направлении смещается частица B (см. рис.) ? $\vec{c}$ – скорость волны. [а) – вверх; б) и в) – вниз]



К задаче 16.5.



К задаче 16.6.



К задаче 16.7.

16.7. На рис. показано направление скорости двух точек волны. Какая это волна?

[а) и б) – поперечная бегущая; в) – поперечная стоячая].

16.8. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda = 15$ см и испускает импульсы с частотой $\nu = 4$ кГц. Длительность каждого импульса $t = 2$ мкс. Какова наибольшая дальность обнаружения цели? Сколько колебаний содержится в одном импульсе?

[$L_{max} = 37{,}5$ км; $N = 4000$ колебаний]

16.9. Два дельфина движутся навстречу друг другу. Один из них издает звуковые импульсы с частотой ν. С какой частотой ν_1 приходят эти импульсы к другому дельфину, если скорость дельфинов относительно воды равна v? Скорость звука в воде равна c.

[$\nu_1 = \nu \dfrac{c+v}{c-v}$]

16.10. Самолет летит горизонтально на высоте $H = 4$ км со сверхзвуковой скоростью. Звук дошел до наблюдателя через $t = 10$ с после того, как над ним пролетел самолет. Определить скорость самолета, если скорость звука $v_0 = 330$ м/с. [$v = \dfrac{Hv_0}{\sqrt{H^2 - (v_0 t)^2}}$]

Колебательный контур

16.11. Емкость колебательного контура радиоприемника C=0,2 пФ, а в катушке индуктивности возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon = 0{,}1$ В при скорости изменения в ней тока, равной 2 А/с. Определить, на какую длину волны настроен радиоприемник. [$\lambda = 188$ м]

16.12. Колебательный контур приёмника состоит из катушки и конденсатора с площадью пластин $S = 800$ см^2 и расстоянием $d = 1$ мм между ними, заполненного слюдой (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 7$). На какую длину волны настроен контур, если известно отношение максимального напряжения на конденсаторе к максимальному току в катушке $n = 100$ В/А; активным сопротивлением пренебречь.
[$\lambda = 933$ м]

Интерференция

16.13. В эксперименте с двумя щелями, расстояние между которыми $D = 0{,}1$ мм, а расстояние от щелей до экрана $L = 1$ м, размещен источник света. Каким будет расстояние Δx между соседними световыми линиями, если использовать желтый свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм.
[$\Delta x = \dfrac{\lambda L}{D} = 6 \cdot 10^{-3}$ м]

16.14. На диафрагму с двумя узкими щелями, находящимися на расстоянии $d = 2{,}5$ мм, падает по нормали к ней монохроматический свет. Интерференционная картинка образуется на экране, отстоящем от диафрагмы на расстоянии $l = 100$ см. Куда и на какое расстояние сме-

стятся интерференционные полосы, если одну из щелей закрыть стеклянной пластинкой толщиной $b = 10$ мкм ($n = 1{,}5$)?

[На $\Delta y = \frac{(n-1)bL}{a} = 2$ мм в сторону перекрытой щели]

16.15. Приемник радиосигналов, следящий за появлением спутника Земли из-за горизонта, расположен на берегу озера на высоте $H = 3$ м над поверхностью воды. По мере поднятия спутника над горизонтом наблюдаются периодические изменения интенсивности принимаемого сигнала. Определить частоту радиосигнала спутника, если максимумы интенсивности наблюдались при углах возвышения спутника над горизонтом: $\alpha_1 = 3°$ и $\alpha_2 = 6°$. [$\nu = 10^9$ Гц]

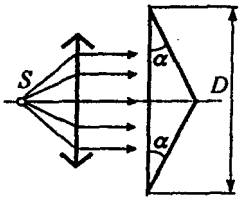
16.16. Два плоских зеркала образуют между собой угол ($180° - 2\alpha$), близкий к 180°. На равных расстояниях l от зеркал расположен источник света S. Определить расстояние между соседними интерференционными полосами на экране, находящимися на расстоянии $L \gg l$ линии пересечения зеркал. Длина световой волны λ.

[$\Delta = \frac{\lambda L}{4\alpha l}$]

16.17. Собирающую линзу диаметром $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 50$ см разрезали по диаметру пополам и половинки раздвинули на расстояние $d = 5$ мм. Точечный источник света расположен на расстоянии $a = 1$ м от линзы. На каком расстоянии от линзы можно наблюдать интерференционную картинку? Щель между половинками линзы закрыта. [$L = \frac{2F(D+d)}{D-d}$]

16.18. Собирающая линза, имеющая фокусное расстояние $F = 10$ см, разрезана пополам, и половинки раздвинуты на расстояние $l = 0{,}5$ мм. Оценить число интерференционных полос на экране, расположенном за линзой на расстоянии $b = 60$ см, если перед линзой находится точечный источник монохроматического света ($\lambda = 500$ нм), удаленный от нее на $a = 15$ см. Щель между половинками линзы закрыта непрозрачным экраном. [25 полос]

16.19. Точечный источник света S расположен в фокусе линзы, за которой находится бипризма с углом α = 0,01 рад и высотой D = 6 см. На каком расстоянии L от бипризмы можно наблюдать наибольшее число интерференционных полос? Сколько полос в этом случае можно увидеть на экране? Чему равна ширина полос? Коэффициент преломления стекла бипризмы $n = 1{,}5$, длина волны света $\lambda = 0{,}5$ мкм.



[$L = 3$ м; $N = 6 \cdot 10^2$ полос; ширина полосы $\Delta = 50$ мкм]

16.20. Тонкая пленка с показателем преломления $n = 1{,}5$ освещается светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм. При какой минимальной толщине пленки резко возрастает интенсивность отраженного света, если пленка расположена на материале с показателем преломления $n > 1{,}5$?

[$d = \dfrac{\lambda}{2n}$; $d = 200$ нм]

16.21. На стеклянную пластинку ($n_1 = 1{,}5$) нанесена прозрачная пленка ($n_2 = 1{,}4$). На пленку нормально к поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Какова должна быть наименьшая толщина пленки, если в результате интерференции отраженные лучи максимально ослаблены? [$d_{\min} = \dfrac{\lambda}{4n_2} = 107$ нм]

16.22. В тонкой клинообразной пластинке в отраженном свете при нормальном падении лучей с длиной волны $\lambda = 450$ нм наблюдаются темные интерференционные полосы, расстояние между которыми $b = 1{,}5$ мм. Найти угол θ между гранями пластинки, если ее показатель преломления $n = 1{,}5$. [$\theta \approx \operatorname{tg}\theta \approx \dfrac{\lambda}{2nb} \approx 10^{-4} \approx 20''$]

16.23. На установку для получения колец Ньютона падает нормально монохроматический свет (λ = 0,5 мкм). Определить толщину воздушного слоя там, где наблюдается пятое темное кольцо.

[$h = 2{,}5\lambda = 1{,}25$ мкм]

16.24. Дифракционная решетка содержит 100 штрихов на 1 мм длины. Определить длину волны монохроматического света, падающего на решетку нормально, если угол между двумя спектрами первого порядка равен 8°. [$\lambda = d\sin\frac{\alpha}{2} = 0{,}7$ мкм]

16.25. Какой наибольший порядок спектра натрия (λ = 590 нм) можно наблюдать при помощи дифракционной решетки, имеющей 500 штрихов на 1 мм, если свет падает на решетку нормально?
[$k_{max} = d/\lambda = 3$]

16.26. Сколько штрихов на 1 мм длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути с длиной волны $\lambda = 5{,}461 \cdot 10^{-7}$ м в спектре первого порядка наблюдается под углом 19,8°? Определить также наибольший порядок спектра, который может образовать эта дифракционная решетка. [$d = 0{,}161 \cdot 10^{-5}$ м; $k_{max} = 2$; $N = 620$ мм$^{-1}$]

16.27. На дифракционную решетку падает нормально пучек света. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении, составляющем 39° к оси пучка, совпали максимумы двух линий с длиной волны $\lambda_1 = 419{,}5$ нм и $\lambda_2 = 629{,}3$ нм. [$d = 2 \cdot 10^{-6}$ м]

16.28. На дифракционную решетку с периодом $d = 2$ мкм падает нормально свет, пропущенный сквозь светофильтр. Фильтр пропускает волны длиной от $\lambda_{min} = 500$ до $\lambda_{max} = 600$ нм. Будут ли спектры различных порядков накладываться один на другой?
[Не будут, так как $(k+1)\lambda_1 > k\lambda_2$ для всех $k < k_{max}$]

16.29. На каком расстоянии одна от другой будут находиться на экране две линии спектра ртути с длинами волн $\lambda_1 = 577$ нм и $\lambda_2 = 579{,}1$ нм в спектре первого порядка, полученном при помощи

дифракционной решетки с периодом $d = 4$ мкм? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, $F = 60$ см. Лучи падают на решетку нормально. [$b = F(\mathrm{tg}\alpha_2 - \mathrm{tg}\alpha_1) = 0{,}325$ мм]

16.30. Период дифракционной решетки $d = 4$ мкм. Дифракционная картина наблюдается с помощью линзы с фокусным расстоянием $F = 40$ см. Определить длину световой волны падающего нормально на решетку света, если первый максимум получается на расстоянии 5 см от центрального. [$\lambda = d\,\mathrm{arctg}(x/F) = 0{,}5$ мкм]

17. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Энергия и импульс фотонов. Давление света

17.1. Определить энергию, массу и импульс фотона рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 100$ пм. Сравнить массу этого фотона с массой покоя электрона.

[$E = h\dfrac{c}{\lambda} = 1{,}99 \cdot 10^{-15}$ Дж; $m = \dfrac{E}{c^2} = 2{,}2 \cdot 10^{-32}$ кг; $p = \dfrac{E}{c} = 6{,}625 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с]

17.2. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения молекул одноатомного газа равна энергии фотонов рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 0{,}1$ нм?

[$T = \dfrac{2hc}{3k\lambda}$; $T = 96 \cdot 10^6$ К]

17.3. Точечный изотропный источник испускает свет с длиной волны λ. Световая мощность источника P. Найти расстояние от источника до точки, где средняя концентрация фотонов равна n.

[$r = \sqrt{\dfrac{P\lambda}{4\pi nhc}}$]

17.4. Мощность точечного источника монохроматического света $P_0 = 10$ Вт на длине волны $\lambda = 500$ нм. На каком максимальном расстоянии R этот источник будет замечен человеком, если глаз реагирует на

световой поток, соответствующий излучению 60 фотонов в секунду? Диаметр зрачка $d_{зр}$ = 0,5 см.

[$R = \frac{d}{4}\sqrt{\frac{Px}{hcn}} = 0{,}8 \cdot 10^6$ м]

17.5. Лазер излучил короткий световой импульс длительностью τ = 0,13 мкс с энергией E = 10 Дж. Найти среднее давление такого импульса, если его сфокусировать в пятно диаметром d = 10 мкм на поверхность, перпендикулярную к пучку, с коэффициентом отражения ρ = 0,5. [$p = \frac{4}{\pi d^2}(1+\rho)\frac{E}{\tau c} = 5 \cdot 10^9$ Па]

17.6. Свет от солнца падает на плоское зеркало площадью S = 1 м^2 под углом α = 60°. Найти силу светового давления, считая, что зеркало полностью отражает весь падающий на него свет. Известно, что средняя мощность солнечного излучения, приходящаяся на 1 м^2 земной поверхности, перпендикулярной к излучению, $P = 1{,}4 \cdot 10^3$ Вт/м^2. [$F = \frac{2PS\cos\alpha}{c} = 4{,}7 \cdot 10^{-6}$ Н]

Фотоэффект

17.7. Изолированная металлическая пластинка освещается светом с длиной волны 450 нм. Работа выхода электронов из металла $A_{вых}$ = 2 эВ. До какого потенциала зарядится пластинка при непрерывном действии света? [$\varphi = \frac{hc/\lambda - A_{вых}}{|e|} = 0{,}75$ В]

17.8. Красная граница фотоэффекта для платины лежит около λ_1 = 198 нм. Если платину прокалить при высокой температуре, то красная граница фотоэффекта станет равной λ_2 = 220 нм. На сколько прокаливание уменьшает работу выхода электронов?

[$A_{вых} = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = 0{,}6$ эВ]

17.9. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны λ = 83 нм. На какое максимальное

расстояние l от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью E = 7,5 В/см ? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны λ_o=332 нм.

[$l=\frac{hc}{E|e|}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_o}\right)=1{,}5\cdot10^{-2}$ м]

17.10. Излучение аргонового лазера с длиной волны λ = 500 нм сфокусировано на плоском фотокатоде в пятно диаметром d = 0,1 мм. Работа выхода фотокатода A = 2 эВ. На плоский анод, расположенный на расстоянии L = 30 мм от катода, подано ускоряющее напряженне U = 4 кВ. Найти диаметр пятна фотоэлектронов на аноде. Анод расположен параллельно поверхности катода.

[$D=d+4L\sqrt{\frac{hc/\lambda-A}{eU}}=1{,}4$ мм]

Корпускулярно-волновой дуализм

17.11. Какова длина волны, ассоциированная: а) с электроном, энергия которого равна 100 эВ; б) с шаром массой 0,047 кг, скорость которого 60 м/с.

[$\lambda_1=1{,}25$ Å, $\lambda_2=2{,}39\cdot10^{-24}$ Å]

17.12. Определите релятивистскую массу электрона, длина волны которого 0,0420 Å. Чему равна релятивистская масса фотона, длина волны которого 0,0420 Å ?

[$m_э=5{,}25\cdot10^{-30}$ кг, $m_ф=5{,}24\cdot10^{-31}$ кг]

17.13. Найдите импульс и энергию: а) рентгеновского фотона и б) электрона, если длина волны того и другого равна 1,00 Å.

[а) $p=6{,}6\cdot10^{-24}$ кг·м/с; $W=1{,}24\cdot10^{4}$ эВ, б) $p=6{,}6\cdot10^{-24}$ кг·м/с; $W=1{,}51\cdot10^{2}$ эВ]

18. ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Строение атома водорода

18.1. Атом водорода переведен из нормального состояния в возбужденное, характеризуемое главным квантовым числом 2. Найти энергию возбуждения атома. [$W = 10{,}2$ эВ]

18.2. Сколько возможных квантов с различной энергией может испустить атом водорода, если электрон находится на третьей стационарной орбите ? [3]

18.3. Какие спектральные линии появятся при возбуждении атомарного водорода электронами с энергией $W = 12{,}1$ эВ?

[Появятся 3 спектральные линии с длинами волн: $\lambda_1 = 1{,}03 \cdot 10^{-7}$ м, $\lambda_2 = 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ м и $\lambda_3 = 1{,}22 \cdot 10^{-7}$ м]

18.4. Сколько спектральных линий будет испускать водород, атомы которого при возбуждении переходят на n-й энергетический уровень из основного состояния ? [$N = \frac{n(n-1)}{2}$]

18.5. Радиус первой орбиты в атоме водорода $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м. Найти напряженность электрического поля ядра на этом расстоянии и кинетическую энергию электрона на этой орбите.

[$E = 5{,}1 \cdot 10^{11}$ В/м; $W_к = 2{,}17 \cdot 10^{-8}$ Дж]

18.6. Фотон с энергией $E = 16{,}5$ эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода; m – масса электрона, e – заряд электрона. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома ?

[$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - k^2 \frac{m e^4}{2\hbar^2}\right)} = 10^6$ м/с]

18.7. Во сколько раз увеличится радиус орбиты электрона у атома водорода, находящегося в основном состоянии, при возбуждении его квантом с энергией 12,09 эВ ? [В 9 раз]

18.8. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121{,}5$ нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода. [$r = 2{,}12 \cdot 10^{-10}$ м]

Ядерные реакции. Законы сохранения в ядерных реакциях

18.9. Ядро радиоактивного изотопа $^{226}_{88}Ra$ испытывает α–распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{22}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$]

18.10. Ядро радиоактивного изотопа $^{210}_{84}Po$ испытывает α–распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$]

18.11. Ядро радиоактивного изотопа $^{90}_{38}Sr$ испытывает β^-–распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{90}_{38}Sr \rightarrow {}^{90}_{39}Y + {}^{0}_{-1}e$]

18.12. Ядро радиоактивного изотопа $^{214}_{82}Pb$ испытывает β^-–распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{214}_{83}Bi + {}^{0}_{-1}e$]

18.13. Ядро радиоактивного изотопа $^{30}_{15}P$ испытывает β^+–распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{1}e$]

18.14. Ядро радиоактивного изотопа $^{22}_{11}Na$ испытывает β^+–распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{22}_{10}Ne + {}^{0}_{1}e$]

18.15. Ядро азота $^{14}_{7}N$ бомбардируется α–частицами. В результате образуется протон и ядро неизвестного химического элемента. Записать уравнение ядерной реакции и определить неизвестный элемент.

[$^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$, неизвестный элемент – кислород]

18.16. Ядро бериллия $^{9}_{4}Be$ бомбардируется α–частицами. В результате образуется нейтрон и ядро неизвестного химического элемента. Записать уравнение ядерной реакции и определить неизвестный элемент. [$^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$, неизвестный элемент – углерод]

18.17. Написать недостающее обозначение в ядерной реакции $^{41}_{19}K + \ldots \rightarrow ^{44}_{20}Ca + ^{1}_{1}H$. [Недостающий элемент $^{4}_{2}He$]

18.18. Ядро $^{238}_{92}U$, захватывая нейтрон, испытывает последовательно два $\beta-$ и один $\alpha-$распад. Записать ядерные реакции, соответствующие этим превращениям. [$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U$; $^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e$; $^{239}_{93}Np \rightarrow ^{239}_{94}Pu + ^{0}_{-1}e$; $^{239}_{94}Pu \rightarrow ^{235}_{92}U + ^{4}_{2}He$]

18.19. Радон $^{222}_{86}Rn-$ это $\alpha-$ радиоактивный газ с атомной массой $A = 222$. Какую долю полной энергии, освобождаемой при распаде радона, уносит $\alpha-$частица? Считать, что до распада ядро радона покоится. [$\eta = \frac{m_{полония}}{m_e + m_{полония}} 100\% = 98\ \%$]

18.20. В ядерной реакции $^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}p \rightarrow ^{7}_{4}Be + ^{1}_{0}n$ протоны налетают на покоящиеся ядра лития. Если энергия налетающих протонов равна $E = 1{,}9$ МэВ, нейтроны, образующиеся в реакции, покоятся. На сколько можно уменьшить энергию налетающих протонов, чтобы реакция вообще могла бы идти? [На 39 кэВ]

18.21. Какое количество урана $^{235}_{92}U$ расходуется в сутки на атомной электростанции мощностью $P = 5 \cdot 10^3$ кВт? КПД $\eta = 17$ %. При распаде одного ядра $^{235}_{92}U$ выделяется энергия $W_0 = 200$ МэВ. [0,031 кг]

Энергия связи ядер, энергетический выход реакции

18.22. Масса покоя протона m_p = 1,007276 а.е.м., масса покоя нейтрона m_n = 1,008665 а.е.м. Найти энергию связи между нуклонами и энергию, приходящуюся на один нуклон, для следующих ядер:

а) гелия $^{4}_{2}He$, масса ядра $M_я = 4{,}00260$ а.е.м.;

б) лития $^{6}_{3}Li$, масса ядра $M_я = 6{,}01513$ а.е.м.;

в) алюминия $^{27}_{13}Al$, масса ядра $M_я = 26{,}9815$ а.е.м.;

г) урана $^{235}_{92}U$, масса ядра $M_я = 235{,}1175$ а.е.м.

[а) 27 МэВ; 6,8 МэВ; б) 30,5 МэВ; 5,1 МэВ; в) 218 МэВ; 8,1 МэВ; г) 1668 МэВ; 7,1 МэВ]

18.23. Термоядерная реакция ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{1}p$ идет с выделением энергии $Q_1 = 18{,}4$ МэВ. Какая энергия выделяется в реакции ${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}p$, если дефект масс ядра ${}^{3}_{2}He$ на $\Delta m = 0{,}006$ а.е.м. больше, чем у ядра ${}^{2}_{1}H$? [12,8 МэВ]

18.24. Найти энергию, освобождающуюся при ядерной реакции ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$. Масса ядра атома лития 7,01823 а.е.м.

[19 МэВ]

Закон радиоактивного распада

18.25. Во сколько раз уменьшится число атомов одного из изотопов радона за 1,91 суток? Период полураспада этого изотопа радона $T = 3{,}82$ суток. [В 1,41 раз]

18.26. В результате α-распада 1 г радия за год образовалась некоторая масса гелия, занимающая при нормальных условиях объем 0,043 см^3. Найти из этих данных число Авогадро. Период полураспада радия 1590 лет. [$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль]

18.27. В калориметр с теплоемкостью $c = 100$ Дж/К помещен образец радиоактивного кобальта с молярной массой $\mu = 61 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Масса образца $m = 10$ нг. При распаде одного ядра кобальта выделяется энергия $W = 2 \cdot 10^{-19}$ Дж. Через время $\tau = 50$ мин температура калориметра повысилась на $\Delta t = 0{,}06$°С. Каков период полураспада кобальта? [$T = -\dfrac{\tau}{\log_2\left(1 - \dfrac{c\mu\Delta t}{N_A m W}\right)} = 5738$ с]

19. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Замедление времени, сокращение длины, нарастание массы. Закон сложения скоростей

19.1. Реактивный самолет летит со скоростью 1000 м/с. На сколько будут отличаться показания часов в самолете от показаний часов на Земле? [На $5 \cdot 10^{-10}$ % или на 1 с за 10 000 лет]

19.2. Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в K–системе отсчета, в течение времени Δt. В системе же отсчета, связанной со стержнем (K'), метка движется вдоль него в течение времени $\Delta t'$. Найти собственную длину стержня l_0.
[$l_0 = c\sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta t)^2}$]

19.3. Чему равно релятивистское сокращение метрового стержня, движущегося мимо наблюдателя со скоростью $1{,}8 \cdot 10^8$ м/с?
[0,2 м]

19.4. Два стержня одинаковой собственной длиной l_0 движутся на встречу параллельно общей горизонтальной оси. В системе отсчета, связанной с одним из стержней, промежуток времени между моментами совпадения левых и правых концов стержней оказался равным Δt. Какова скорость одного стержня относительно другого?
[$v = \dfrac{2l_0}{\Delta t\left(1 + l_0/c\Delta t\right)^2}$]

19.5. Найти собственную длину стержня l_0, если в системе отсчета, по отношению к которой он движется со скоростью, в 2 раза меньшей скорости света, его длина равна l, а угол между ним и направлением движения составляет α. [$l_0 = l\sqrt{\dfrac{1 - \beta^2 \sin^2\alpha}{1 - \beta^2}}$]

19.6. Имеется треугольник, собственная длина каждой стороны которого равна l_0. Найти периметр этого треугольника в системе отсчета, движущейся относительно него с постоянной скоростью u вдоль одной из его биссектрис. [$p = l_0\left(1+\sqrt{4-\frac{3u^2}{c^2}}\right)$]

19.7. Масса тела, движущегося с определенной скоростью, возросла на 20 %. Во сколько раз при этом уменьшилась его длина?
[В 1,2 раза]

19.8. Во сколько раз движущийся со скоростью $v = 0{,}999c$ электрон "тяжелее" покоящегося? [В 22,4 раза]

19.9. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v = 0{,}4c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β–частицу со скоростью $u = 0{,}75c$ относительно ускорителя. Найти скорость v' частицы относительно движущегося ядра.
[$v' = 0{,}5c$]

Сохранение релятивистского импульса и полной энергии

19.10. Частица обладает кинетической энергией W_K и массой покоя m_0. Определите релятивистскую массу m, скорость v и импульс p частицы.

[$m = m_0 + \frac{W_K}{c^2}$; $v = c\sqrt{1-\left(\frac{m_0c^2}{m_0c^2+W_K}\right)^2}$; $p = \frac{1}{c}\sqrt{W_K\left(W_K+2m_0c^2\right)}$]

19.11. Определить скорость электрона, разогнанного из состояния покоя электрическим полем с разностью потенциалов 10^6 В.
[$v \approx 2{,}9\cdot 10^8$ м/с]

19.12. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов и приобрел кинетическую энергию 0,76 МэВ. Определить скорость электрона. [$v = 2{,}75\cdot 10^8$ м/с]

19.13. Во сколько увеличится масса движущегося электрона по сравнению с массой покоя, если электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов, приобрел кинетическую энергию 0,76 МэВ ?

[В 2,5 раза]

19.14. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ($A_{вых}$= 4,7 эВ) γ–излучением с длиной волны λ=2,47 пм. [$v_{max}=2,6\cdot10^{8}$ м/с]

19.15. Рентгеновское тормозное излучение возникает при бомбардировке быстрыми электронами металлического антикатода рентгеновской трубки. Определить длину волны коротковолновой границы спектра тормозного излучения, если скорость электронов составляет β=0,4 скорости света.

[$\lambda=\dfrac{h}{m_0c}\dfrac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\sqrt{1-\beta^2}}=2,7\cdot10^{-11}$ м]

19.17. Релятивистская частица с массой покоя m_0 и кинетической энергией W_K налетает на такую же покоящуюся частицу. Определите импульс p, кинетическую энергию W_{K1}, скорость v_1, релятивистскую массу M и массу покоя M_0 составной частицы, образовавшейся в результате взаимодействия.

[$p=\dfrac{1}{c}\sqrt{W_K\left(W_K+2m_oc^2\right)}$; $W_{K1}=\left(W_K+2m_oc^2\right)-c\sqrt{2m_o\left(W_K+2m_oc^2\right)}$;

$v_1=c\sqrt{\dfrac{W_K}{W_K+2m_0c^2}}$; $M=2m_0+\dfrac{W_K}{c^2}$; $M_0=\dfrac{1}{c}\sqrt{2m_o\left(W_K+2m_0c^2\right)}$]