長庚大學期中、期末考試答案用紙　科目＿＿＿＿

＿＿學年度 第＿＿學期＿＿考＿＿＿＿ 系 姓名＿＿＿＿ 學號＿＿＿＿

1、

```
Import numpy as np
import scipy.fftpack as fp
a= [1,0,0,0,0,0,0,0]
b = [1,1,1,1,1,1,1,1]
c = [1,-1,1,-1,1,-1,1,-1]
d = [3,0,2,0,2,0,2,0]
```

~~dft_a = np.fft.fft(a)~~
~~dft_b = np.fft.fft(b)~~
~~dft_c = np.fft.fft(c)~~
~~dft_d = np.fft.fft(d)~~ .real

~~a)、$X_1[k]$ = [1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j]~~
~~b)、$X_2[k]$ = [8.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j]~~
~~c)、$X_3[k]$ = [0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j, 8.+0.j, 0.+0.j, 0.+0.j]~~
~~d)、$X_4[k]$ = [9.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 9.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j, 1.+0.j]~~

```
dft_a = fp.dct(a)
dft_b = fp.dct(b)
   ⋮
```

a)、2, 1.96, 1.84, 1.66, 1.41, 1.11, 0.76, 0.39
b)、16, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
c)、0, 2, 0, 2.4, 0, 3.6, 0, 10.25
d)、18, 4, 1.84, 4.06, 1.41, 4.7, 0.76, 10.64

```
idft_e1 = fp.idct(e1)
idft_e2 = fp.idct(e2)
```

f)、x_5：4.1, -0.3, 5.62, 1.33, 1.8, 0.07, 1.39, -0.58
x_6：3.3, 1.55, 3.774, -0.57, 2.57, -1.77, 0.44, -1.35

g)、x_7：4, 2.6, 0, 1.08
x_8：4, 3.6, 2.6, 1.2, 0, -0.8, 1.08, -0.7

（請翻面繼續作答）

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目 訊號與系統

學年度 第 學期 考 資工 系 姓名 官慶恩 學號 B07190…

3、Convolution Theorem

a)

摺積定理,主要應用於幫助laplace積分反轉換之證明

→ 函数摺積的傅立葉轉換是函数傅立葉轉換的乘積,

即一個域中的摺積對應另一個域中的乘積

b) proof: $F\{f*g\} = F\{f\} \times F\{g\}$

$f, g \in L^1(R^n)$, F為f的傅立葉轉換, G為g的傅立葉轉換

$F(v) = F\{f\} = \int_{R^n} f(x) e^{-2\pi i x\cdot v} dx$

$G(v) = F\{g\} = \int_{R^n} g(x) e^{-2\pi i x\cdot v} dx$, $x\cdot v$ 為內積

$h(z) = \int_R f(x) g(z-x) dx.$

→ $\iint |f(z) g(x-z)| dx\, dz = \int |f(z)| \int |g(z-x)| dx\, dz = \int |f(z)| \, \|g\|_1 \, dz = \|f\|$

↓ 富比尼定理: $h \in L^1(R^n)$

$H(v) = F(h) = \int_R h(z) e^{-2\pi i z\cdot v} dz$

$= \int_R \int_{R^n} f(x) g(z-x) dx \, e^{-2\pi i z\cdot v} dz$

$\because |f(x) g(z-x) e^{-2\pi i z\cdot v}| = |f(x) g(z-x)|$

↓ $H(v) = \int_R f(x) \left(\int_{R^n} g(z-x) e^{-2\pi i z\cdot v} dz \right) dx$

↓ 代入 $y = z-x$; $dy = dz$

$H(v) = \int_R f(x) \left(\int_R g(y) e^{-2\pi i (y+x)\cdot v} dy \right) dx$

$= \int_R f(x) e^{-2\pi i x\cdot v} \left(\int_R g(y) e^{-2\pi i y\cdot v} dy \right) dx$

$= \int_R f(x) e^{-2\pi i x\cdot v} dx \times \int_R g(y) e^{-2\pi i y\cdot v} dy$

⇒ $H(v) = F(v) \cdot G(v)$ #

（請翻面繼續作答）