1. 递归与分治策略
2. 一般思想

将一个复杂的问题分解成若干个**规模较小**、**相互独立**，但**类型相同**的子问题求解；然后将各子问题的解组合成原始问题的完整答案，这样的问题求解策略就叫分治法。

Top-down

1. 算法的设计

三个阶段：

分解：将整个问题划分为多个子问题；

递归求解：递归调用算法求解每个子问题；

合并：合并子问题的解，形成原始问题的解。

1. 适用条件

该问题规模缩小到一定程度就可以容易地解决；

该问题可以分解为若干个规模较小的相同问题，具有最优子结构性质；

利用该问题分解出的子问题的解可以合并为该问题的解；

该问题所分解出的各个子问题是相互独立的，不包含公共子问题；

1. 代表问题

·找伪币（分治思想）

·二分搜索（数据结构）

·快速排序（数据结构）

·归并排序（数据结构）

·残缺棋盘覆盖问题（代码实现）

·线性时间选择（王道P335\_05代码实现）

·大整数乘法（无代码）

·矩阵乘法（无代码）

1. 动态规划
2. 一般思想

动态规划法与分治法类似，其基本思想也是将待求问题分解成若干个子问题。但是经分解得到的子问题往往**不是相互独立的**。不同子问题的数目常常只有**多项式量级**。在用分治法求解时，有些子问题被**重复计算**了许多次。

如果能北村已解决的子问题的答案，而在需要时再找出已求得的答案，就可以**避免大量重复计算**，从而得到多项式时间算法。

Bottom-up

1. 基本要素

（1）重叠子问题性质

每次产生的子问题并不总是新问题，有些问题被反复计算多次。

·动态规划算法对每一个子问题只解一次，而后将其保存在表格里（通常是二维数组），当再次需要解此子问题时，只需要用常数时间查看结果。

1. 最优子结构性质

当一个问题的最优解包含了其子问题的最优解时，称该问题具有最优子结构性质。

·利用问题的最优子结构性质，以自底向上的方式递归地从子问题的最优解逐步构造出整个问题的最优解。

1. 求解步骤

·找出最优解性质，刻画其结构特征

·递归地定义最优解值

·**自底向上**求最优解值

·根据计算最优解值时得到的信息构造一个最优解（可以省略）

1. 代表问题

·矩阵连乘问题（代码实现）

·最大子段和（代码实现）

·最长公共子序列（代码实现）

·最长上升子序列（代码实现）

·最长公共连续子序列、最长公共子串（代码实现）

·凸多边形最优三角形划分（代码实现）

·0/1背包（代码实现）

1. 贪心法
2. 一般思想

基于多步决策的分治法，用于最优化问题。

贪心算法通过一系列选择来得到问题的解，所做的每个选择都是当前状态下最好的选择，即贪心选择。

1. 基本要素

·贪心选择性质

·最优子结构性质

3、代表问题

·活动安排问题（代码实现）

·背包问题（代码实现）

·最优装载（代码实现）

·哈夫曼编码（代码实现）

·最小生成树Prim（代码实现）

·最小生成树Kruskal（代码实现）

·单源最短路径Dijkstra（代码实现）

·多源最短路径Floyd（代码实现）

四、回溯法

1、基本思想

回溯法可以系统地搜索一个问题的所有接或任一解，它是一个及带有系统性又带有跳跃性的搜索算法。

确定了解空间后，回溯法从开始结点（根结点）出发，以深度优先方式搜索整个解空间。这个开始结点成为活结点，同时成为当前的拓展结点。在当前的拓展结点处，搜索向纵深方向移至一个新结点。这个新结点就成为新的活结点，并成为当前扩展结点。如果在当前的拓展结点处不能再向纵深方向移动，则当前拓展结点成为死结点。此时，往前移动（回溯）至最近的一个活结点处，并使这个活结点成为当前扩展结点。直至找到要求的解或解空间无活结点。

2、代表问题

·简单装载问题（代码实现）

·复杂装载问题（代码实现）

·n皇后问题（代码实现）

·图的m着色问题（代码实现）

五、分支限界法

1、基本思想

分支限界法常以广度优先或以最小耗费（最大效益）优先的方式搜索问题的解空间树。问题的解空间树是表示问题解空间的一颗有序树，常见的有子集树和排列树。

与回溯法的主要区别在于它们对当前拓展结点采用的拓展方式不同。

在分支限界法中，每个活结点只有一次机会成为活结点。活结点一旦成为扩展结点，就一次性产生其所有儿子结点。在这些儿子结点中，导致不可行解或导致非最优解的儿子结点被舍弃。

2、两种拓展方式

·队列式（FIFO）分支限界法

队列式分支限界法将活结点组织成一个队列，并按队列的先进先出原则选取下一个结点为当前扩展结点。

·优先队列式分支限界法

优先队列式分支限界法将活结点组织成一个优先队列，并按优先队列中规定的节点优先级取优先级最高的下一结点成为当前扩展结点。

1. 设计方式

·怎么计算上界

·怎么计算下界

·怎么为下一个分支操作选择结点

·怎样扩展一棵搜索树（BFS，DFS……）

1. 代表问题

·装载问题