

國立政治大學統計學系
碩士學位論文

運用向量自我迴歸模型與最大交叉相關
預測時間序列

Forecasting of Time Series based on
Vector Autoregression Model
and Maximum Cross-correlation

指導教授：洪英超 博士

研究生：陳寬旻

中華民國一百零二年六月

謝辭

在目前充滿資訊爆炸的時代中，學習是在人生歷程中必修的一門重要課程，回顧二年來的學習過程，收穫真的非常多。在經過長時間的努力，終於得以順利完成碩士論文，其中除了喜悅，也充滿了感恩。回想論文撰寫之初，對於論文方向及內容，全然毫無頭緒，幸賴洪英超老師的熱心教導，一步步地提點，才能一點一滴蒐集、整理資料，方至完成。因此，首先要感謝洪英超老師的指導，老師不但學識豐富，又熱衷研究；筆者起初感到些許恐懼，但也漸漸喜歡上這個議題，也因此讓筆者決定以時間序列作為碩士論文的題目。

撰寫過程中，首先要感謝的是父母這些年來無怨無悔的付出與等待，謝謝你們，也辛苦、委屈你們了。感謝每一個人的支持與信任。除了大學時期眾多的同窗、友人的支持相伴之外，筆者同樣也必須對研究所時期的各路好友獻上最高的謝意。此外，也要感謝在政大結識的學長姐和學弟妹們。在政大遇見來自不同社會位置、不同學院、不同科系的同學，還有與各位相處互動的真實經驗，是筆者的寶貴資產，只因各位的善待與包容，讓筆者得以在書寫論文的過程中逐步安頓自我。

最後要再次感謝默默在背後支持的家人，家人的包容和體諒是筆者最大的支柱，讓筆者能夠無虞地投入學習之列。謹以本論文獻給親愛的家人、尊敬的師長、每一位幫助關心及提攜的所有朋友們。

陳寬旻 謹致

中華民國一百零二年六月



摘要

對具時間序列型態的多變量資料進行預測時，模型的選取至關重要。長年以來，文獻中多以向量自我迴歸模型(VAR 模型)進行預測。其缺點是：(i)模型選取複雜；(ii)參數估計不易；(iii)模型假設常不符；(iv)估計模型所需資料量較大。本文提供了一個新的多變量時間序列預測方法，此方法主要建構在最大交叉相關性之上，資料僅需在短期時間內滿足相當程度的線性關係。本文並與時間序列應用相當廣泛的向量自我迴歸模型預測方法做比較，希望提供使用者實務分析上的預測方法選取準則。藉由台灣國內各股票型基金淨值以及各基金所含之股票型投資組合資料，本文比較此二種方法對於基金淨值的波動所提供之預測效果。以各預測方法之預測平方誤差作為評量標準，本文發現利用最大交叉相關的方法之預測效果較向量自我迴歸模型更佳。

關鍵字：

領先關係、自我向量迴歸、交叉相關、Wald 檢定、預測平方誤差。

Abstract

The selection of methods plays an important role in the prediction based on time-series data. In most literature reviews, the vector autoregression model (VAR) has been a popular choice for prediction for many years. There are some disadvantages of this method: (i) the model selection procedure can be really complex; (ii) the model assumptions are difficult to validate; (iii) it requires a large amount of data for model building. The objective of this thesis is to provide a new multivariate-time series prediction method based on the concept of maximum cross-correlation. It requires merely the assumption of “fair linearity” between two time series under investigation. This thesis also compares the proposed method to the vector autoregressive (VAR) model which is widely used in time series analysis with the expectation to provide a new prediction method in practical data analysis. We use data from the Taiwan equity funds and the portfolio of those funds to compare the prediction performances of these two methods. Using the mean prediction squared errors (MPSE) as assessment criterion, the prediction method based on the maximum cross-correlation best performs under all prediction periods.

Keywords:

Granger causality, Vector autoregressive (VAR) model, Wald test, Cross-correlation, Mean prediction squared errors (MPSE).

目錄

第一章 導論.....	01
第二章 運用向量自我迴歸模型預測.....	04
第一節 向量自我迴歸模型.....	04
第二節 領先關係.....	09
第三節 領先關係檢定.....	11
第四節 定態檢定.....	13
第三章 運用最大交叉相關預測.....	19
第一節 時間序列的交叉相關.....	19
第二節 運用最大交叉相關預測.....	22
第三節 討論.....	25
第四章 實例分析.....	32
第一節 運用向量自我迴歸模型預測.....	37
第二節 運用最大交叉相關預測.....	39
第五章 分析討論.....	48
參考文獻.....	54

表目錄

(表1)	對消費者物價指數(CPI)一階差分時間序列進行 ADF 檢定所得之檢定統計表。.....	17
(表2)	國內投資股票型基金。.....	31
(表3)	亞聚亞聚股價、台化股價、南僑股價、中碳股價以及基金淨值時間序列之 ADF 檢定表。股價時間序列之 ADF 檢定表。.....	34
(表4)	領先檢定(Granger test)統計表。.....	35
(表5)	對應不同預測期 h 時之最佳控制參數 c^* 。.....	42
(表6)	對應不同預測方法以及不同預測期 h 時之運算時間(單位：秒)。.....	51
(附表一)	139 筆國內投資股票型基金名稱。.....	54
(附表二)	各別對 139 筆資料進行定態檢定所得之根解。.....	56

圖目錄

(圖1)	消費者物價指數(CPI)一階差分之時間序列。.....	17
(圖2)	給定預測期 $h = 1$ 以及 $c = 0.06m, m \in \{0, 1, \dots, 17\}$ 所得 139 筆 MPSE(c)之平均。.....	26
(圖3)	給定預測期 $h = 1$ 以及 $c = 0.001m, m \in \{0, 1, \dots, 20\}$ 所得 139 筆 MPSE(c) 之平均。.....	27
(圖4)	給定預測期 $h = 1$ 以及 $c = 0.0002m, m \in \{0, 1, \dots, 19\}$ 所得 139 筆 MPSE(c) 之平均。.....	28
(圖5)	給定預測期 $h = 2$ 以及 $c = 0.0002m, m \in \{0, 1, \dots, 21\}$ 所得 139 筆 MPSE(c) 之平均。.....	29
(圖6)	對亞聚股價、台化股價、南僑股價、中碳股價以及基金淨值 5 個時間序列繪製時間趨勢圖。.....	33

(圖7)	在不同給定值 p 與預測期 h 之下，使用 VAR(p) 模型計算 MPSE。	37
(圖8)	給定 p 值為 1 (實線部份)與依據 AIC 選取值(虛線部份)，使用 VAR(p) 模型計算 MPSE。	37
(圖9)	使用最大交叉相關與落後期 $q = p$ 預測所得之預測平方誤差。	38
(圖10)	使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測所得到的預測誤差平方(各別呈現)。	40
(圖11)	使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測所得到的預測誤差平方(綜合比較)。	41
(圖12)	對應不同預測期 h 時之最佳控制參數 c^* 。	43
(圖13)	比較採 $q = p$ 與採 $q = q^*$ 所得到的預測平方誤差。	44
(圖14)	各別使用 VAR(p) 模型、最大交叉相關與 $q = p$ 以及最大交叉相關與 $q = q^*$ 進行預測，所得到的預測效果。	45
(圖15)	各別使用 VAR(p) 模型、最大交叉相關與 $q = p$ 以及最大交叉相關與 $q = q^*$ 進行預測，採用 MAPE 所得到的預測效果。	46



第一章 導論

自從 Sims (1980) 在有關總體經濟的研究領域中，提出了向量自我迴歸模型 (vector autoregressive model，以下簡稱 VAR 模型) 之後，由於 VAR 模型能夠精確地描述研究變數間的動態關係，大量使用於經濟學相關研究領域。而近年來在金融與經濟領域中，有越來越多的研究是關於市場上相互競爭的結構以及如何量測市場訊息變數之間的關係，VAR 模型更被認為是一種能夠有效地建立模型的工具。VAR 模型的重要性有以下幾點：(i) VAR 模型能夠包含所有市場訊息的相關性 (Dekimpe and Hanssens (1995)、Dekimpe *et al.* (1999)、Srinivasan *et al.* (2001)、Takada and Bass (1998))。；(ii) 對於感興趣的變數，VAR 模型能同時考慮其它多個變數對該變數的影響 (Enders (1995) 和 Franses 1998))；(iii) VAR 模型能夠呈現變數之間短期以及長期的相互影響效果。(Dekimpe and Hanssens (1995)、Dekimpe *et al.* (1999)、Horvath *et al.* (2003)、Kornelis (2002))；(iv) 對於找尋有效參數的效率以及模型配適而言，VAR 模型的表現都比單變量時間序列來得更佳 (Moriarty (1980)、Takada and Bass (1998))。

一個包含 n 個變數並且變數與過去 1 期之變數有關的 VAR 模型會有 n 個方程式，而每個方程式皆為具 n 個解釋變數的線性模型，所以每個變量是由自身的過去值加上其他 $n - 1$ 個變數的現在與過去值作解

釋。Granger 在 1969 年提出變數與變數之間存在因果關係之概念 (Granger (1969))，是此研究範疇的先驅。其想法是利用時間序列當中的 VAR 模型來解釋變數與變數之間的領先(causality)與非領先(non-causality)關係。所以經過結構的分析後，若是變數與變數之間存在因果關係，便能藉由最小平方法求得之模型係數建立最佳線性估計式 (Lütkepohl (1991))，並對感興趣之變數的未來值進行預測。也有研究指出，若能運用具有相關性的其他變量資訊，VAR 模型之預測效果將可比單變量時間序列所得到的效果來得準確 (Moriarty (1980)，Takada and Bass (1998))。

但用來作預測的 VAR 模型是建立在定態(stationary)的假設之上，也就是隨機向量的期望值與期望變異數必須收斂至定值 (Lütkepohl (2005))。此定態假設在檢測所選取的解釋變數對應欲預測的變數是否存在領先關係時至為重要。此方法的缺點是，當預測期數較遠的變量時，我們常需要較多的變數資訊來建立 VAR 模型，也因此造成巨大的運算成本。所以本文另外討論了一個使用到交叉相關的預測方法，其想法是利用多個時間序列之線性組合與感興趣之變量找尋最大交叉相關係數並進一步預測未來。多數交叉相關方面的研究，是針對兩個時間序列作討論 [2,19,28]，本文利用線性組合的方式並提供一類似選模 (model selection) 的方法來增進預測的準確度，在一般文獻中尚未見過此法。相較於 VAR 模型，運用最大交叉相關來建立預測式的優點是，

當擁有的變數資訊較少時，或是遇到變數之期望值與期望變異數皆不收斂(non-stationary)的時間序列，此方法皆可使用。另外在建立預測式之過程中，由於將預測效果納入考量，這樣的作法在文末的實例分析中呈現出較 VAR 模型更佳的預測能力。

本文第二章將介紹 VAR 模型的建構，其中包括落後期的選取標準(AIC 或 BIC)、測試模型配適資料的定態與否(Augmented Dickey-Fuller test)，以及檢定向量變數之間領先與落後關係(Wald test)。且於第三章應用最大交叉相關性建構模型，同時筆者也嘗試結合部份配適模型的概念，導入一新的落後期選取方式，並將預測效果納入考量，該方法結合了兩個步驟：第一個步驟是選取預測變量的最佳期數，第二個步驟是估計預測式的最佳線性係數。在第四章當中，將前述之預測方法應用於國內股票型基金淨值的預測，採取資料庫中部份資料建立模型，留下一部份資料作為預測效果評量使用，並呈現在不同預測期下的預測平方誤差。最後一章將針對上述結果進行分析，並嘗試對於未來研究提供一些建議與方向。

第二章 運用向量自我迴歸模型預測

第一節 向量自我迴歸模型

無論是在描述經濟和金融時間序列的動態行為上，或甚至運用於時間序列的預測，VAR 模型在多變量時間序列的研究分析上皆被廣泛地採用。在社會學研究領域中，可以使用 VAR 模型來描述平均壽命與人口數的關係；在經濟研究領域中，可以使用 VAR 模型來解釋利率與匯率之間的影響；而在金融研究領域中，股票與其它許多金融商品的價格更是可藉由 VAR 模型來分析之間的互動模式。

若是擁有 k 筆時間序列 $\{X_{i,t}\}, i = 1, \dots, k$ ，則可以向量表示成 $W_t = (X_{1,t}, \dots, X_{k,t})'$ ，而當任一時間序列之當期 $X_{i,t}$ 和所有落後期 W_{t-h} 資料之間具相關性時，此多變量時間序列的架構可使用 VAR 模型來表示。以下我們介紹何謂 VAR 模型。

一個落後期為 p 的 VAR 模型（記為 $\text{VAR}(p)$ ）可表示成

$$W_t = b + \sum_{j=1}^p A_j W_{t-j} + a_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

其中 b 為 $(K \times 1)$ 常數向量， $W_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{K,t})'$ 為 $(K \times 1)$ 隨機向量。 A_j 為 $(K \times K)$ 係數矩陣， $j = 1, \dots, p$ ，而 a_t 為 $(K \times 1)$ 誤差向量並符合以下條件：(i) $E(a_t) = \mathbf{0}$ ；(ii) $E(a_t a_t')$ 為共變異矩陣並假設為

正定(positive definite)；(iii) $E(a_t a'_{t-k}) = \mathbf{0}, k \geq 0$ ，而 T 為樣本數。同時也可以將 VAR(p) 模型表示成

$$A(B)W_t = b + a_t, t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

其中 B 為落後期運算元，即 $W_t = W_{t-j}B^j$ ；並且

$$A(B) = \mathbf{I}_n - A_1B^1 - A_2B^2 + \dots - A_pB^p, \quad (3)$$

其中 \mathbf{I}_n 為 $(n \times n)$ 的單位矩陣。而令矩陣 $A(B)$ 的行列式值為 0 之情況下，若 B 的解落於單位球體外或是矩陣

$$F = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_{p-2} & A_{p-1} & A_p \\ \mathbf{I}_n & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_n & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{I}_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{I}_n & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

具有小於 1 之特徵值 (eigenvalue) 時，則此 VAR(p) 模型稱為定態 (stationary)，同時也稱向量 W_t 為定態，即對任何 t 值， $(W_{t+1}, \dots, W_{t+h})$ 的聯合機率分佈 (joint distribution) 與 (W_1, \dots, W_h) 相同。

反之，當 B 的解落於單位球體上或內部，亦或是矩陣 F 具有大於或等於 1 之特徵值時，此時間序列的變異數及共變異數都會隨時間 t 變大而越來越大，導致無法收斂，則該時間序列稱作非定態 (non-stationary)。

VAR(p) 模型中共包涵 k 個方程式，而每一個變量的對應係數皆可藉由最小平方法 (Least Squares Method) 求得。為了選取較簡單的 VAR

模型並得到較小的估計誤差，在建立 $\text{VAR}(p)$ 時可使用如下的模型選取函式(information criterion，簡稱 IC)來選取 p 值：

$$\text{IC}(p) = \ln|\hat{\Sigma}(p)| + c_T \cdot \varphi(n, p), \quad (5)$$

其中 $\hat{\Sigma}(p) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{a}_t \hat{a}_t'$ 為誤差項的共變異數矩陣之估計， c_T 為樣本數的函式， $\varphi(n, p)$ 為一由使用者自行訂定的懲罰函式。藉由設立不同的 c_T 以及 $\varphi(n, p)$ ，使用者可選取使 $\text{IC}(p)$ 最小的 p 值作為模型的落後期數。文獻中最為常見的三個模型選取指標為 Akaike's Information Criterion (AIC)、Schwarz-Bayesian Information Criterion (BIC)，以及 Hannan-Quinn (HQ)。此三種指標函式各別表示如下：

$$\triangleright \text{AIC}(p) = \ln|\hat{\Sigma}(p)| + \frac{2}{T}pn^2; \quad (6)$$

$$\triangleright \text{BIC}(p) = \ln|\hat{\Sigma}(p)| + \frac{\ln T}{T}pn^2; \quad (7)$$

$$\triangleright \text{HQ}(p) = \ln|\hat{\Sigma}(p)| + \frac{2 \ln \ln T}{T}pn^2. \quad (8)$$

對於其他 $\text{VAR}(p)$ 模型的落後期選取指標，有興趣者可參考 Lütkepohl (1991)的著作。

在使用許多時間序列 $\{X_{i,t}\}, i = 1, \dots, k$ 建立了 $\text{VAR}(p)$ 模型後，若是對於某一特別變數在 h 期之後的預測值感興趣，舉例而言，若是使用數支股票的股票價格建立一 $\text{VAR}(p)$ 模型，並且特別想預測其中一支

股票在一個月之後的股票價格，那該如何利用已建立的 VAR(p) 模型幫助我們作預測呢？

我們可以將這支股票在 h 個時間單位後的價格，或是任何一個時間序列在 h 個時間單位後的價格表示成 $X_{i,t+h}$ ，而此時領先關係 (Granger causality) 的分析將有助於我們計算 $X_{i,t+h}$ 。

在探討單一變量之預測值的情況下，可將(1)中的研究變量分成二群，其中第一群為

$$X_t = (X_{i,t}), \quad (9)$$

第二群為

$$Y_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{i-1,t}, X_{i+1,t}, \dots, X_{k,t})' \quad (10)$$

而(1)式則可示成

$$W_t = \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} + \sum_{j=1}^p \begin{pmatrix} A_{XX,j} & A_{XY,j} \\ A_{YX,j} & A_{YY,j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-j} \\ Y_{t-j} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{X,t} \\ a_{Y,t} \end{pmatrix}, t = 1, \dots, T, \quad (11)$$

其中 b_1 和 b_2 各別為 (1×1) 常數向量和 $((k-1) \times 1)$ 常數向量， $A_{XX,j}$ 、 $A_{XY,j}$ 、 $A_{YX,j}$ 以及 $A_{YY,j}$ 為 A_j 的子矩陣，維度各別是 (1×1) 、 $(1 \times (k-1))$ 、 $((k-1) \times 1)$ 和 $((k-1) \times (k-1))$ 。 $a_{X,t}$ 以及 $a_{Y,t}$ 分別為 (1×1) 和 $((k-1) \times 1)$ 的誤差向量。

根據式 (1)， h 期 ($h > 0$) 之後的隨機向量 W_{t+h} 可表示成

$$W_{t+h} = \sum_{k=0}^{h-1} A_1^{(k)}(b + a_{t+h-k}) + \sum_{j=1}^p A_j^{(h)} W_{t+1-j}, \quad (12)$$

其中 $A_j^{(k)}$ 矩陣可由遞迴式(Hung and Tseng (2012))求得：

$$A_j^{(k-1)} = \begin{cases} A_j, & k = 1; \\ A_{j+1}^{(k-1)} + A_1^{(k-1)} A_j, & k = 2, 3, \dots, h; \end{cases} \quad (13)$$

其中 $j = 1, \dots, p$ 。

將矩陣 $A_j^{(k)}$ 分割成以下的子矩陣，即

$$A_j^{(h)} = \begin{pmatrix} A_{XX,j}^{(h)} & A_{XY,j}^{(h)} \\ A_{YX,j}^{(h)} & A_{YY,j}^{(h)} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

其中 $A_{XX,j}^{(h)}$ 以及 $A_{XY,j}^{(h)}$ 的大小分別為 (1×1) 和 $(1 \times (n-1))$ 。

而在 h 個時間單位後的感興趣之變量則為

$$X_{i,t+h} = (1, \mathbf{0}_{1 \times (n-1)}) W_{t+h}。$$

一般來說，對於任何計劃進行一項決策時，資訊量的多寡會影響結果的呈現。而若是使用(12)來計算先前提到的 $\hat{X}_{i,t+h}$ ，即某一個時間序列 $X_{i,t}$ 在 h 個時間單位後的估計值，則使用不同的變數會得到不同的估計值。若將使用到的變數集合起來，則可以稱作變數的資訊集合。考慮在特定時間點 t 的兩個資訊集合

$$\Omega_{XY} = \{X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{i-1,t}, X_{i,t}, X_{i+1,t}, \dots, X_{k,t}\} \quad (15)$$

以及

$$\Omega_X = \{X_{i,t}\}。 \quad (16)$$

其中 X 與 Y 分別對應式(9) X_t 與(10) Y_t 所包含的變數。並使用 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY})$ 以及 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_X)$ 代表分別藉由資訊集合 Ω_{XY} 以及 Ω_X 所得到的某一個時間序列 $X_{i,t}$ 在時間 $t+h$ 之估計值，此估計值可利用式(12)與(13)獲得。

第二節 領先關係

在描述如何計算 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY})$ 及 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_X)$ 之前，們先介紹所謂的領先關係 (Granger causality)。

(定義 1)(Granger Causality) 給定一正整數 c ，若存在一 $h \leq c$ 使得 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY}) \neq \hat{X}_{i,t}(h|\Omega_X)$ ，則稱 Y 向量領先 X (Y Granger cause X)，並以 $Y \xrightarrow{(c)} X$ 表示之。反之若是對所有的 $h \leq c$ ，皆得到 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY}) = \hat{X}_{i,t}(h|\Omega_X)$ ，則稱 Y 向量並未領先 X (Y does not Granger cause X)，並以 $Y \nrightarrow_{(c)} X$ 表示之。

所以，如果時間序列資料 X 與 Y 符合 (定義 1) 當中"Y領先X"的條件，則可以合理使用 $\text{VAR}(p)$ 模型計算 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY})$ 。若使用矩陣的形

式來表示，則藉由資訊集合 Ω_{XY} 計算 $X_{i,t+h}$ 之估計值的最佳線性估計式(Hung and Tseng (2012))可表示為

$$\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY}) = b_{1,h} + \sum_{j=1}^p \left(A_{XX,j}^{(h)} X_{t+1-j} + A_{XY,j}^{(h)} Y_{t+1-j} \right), \quad (17)$$

其中 $b_{1,h} = (1, \mathbf{0}_{1 \times m}) \sum_{k=0}^{h-1} A_1^{(k)} b$ 。由(16)可得知，最佳線性估計式 $\hat{X}_t(h|\Omega_{XY})$ 與 Y_t 之間，僅僅透過系數矩陣 $A_{XY,j}^{(h)}$ 建立連結。至於該如何判斷領先關係的存在與否呢？則我們必需分成兩種情況來討論。

- 情況一：若 VAR(p) 模型當中的係數是已知的，則可以直接觀察矩陣 $A_{XY,j}^{(h)}$, $j = 1, \dots, p$ 。如果至少存在一個 $A_{XY,j}^{(h)}$, $j = 1, \dots, p$ 不為 $\mathbf{0}_{1 \times (k-1)}$ ，則 Y 領先 X ，而當 $A_{XY,j}^{(h)} = \mathbf{0}_{1 \times (k-1)}$, $j = 1, \dots, p$ ，則 Y 並未領先 X 。
- 情況二：若 VAR(p) 模型當中的係數是未知的，則需要針對系數矩陣 $A_{XY,j}^{(h)}$ 進行假設檢定，來判斷 Y 是否領先 X 。

以下定理可用來判斷 Y 向量與 X 之間是否有領先關係。

(定理 2)(Granger (1983)) 在(1)與(11)的模型之下，對於一正整數 c ，

$Y \xrightarrow{(c)} X$ 若且唯若 $A_{XY,j}^{(h)} = \mathbf{0}_{1 \times m}$, $j = 1, \dots, p$ ，且凡 $h \leq c$ 。

第三節 領先關係檢定

上述定理指出，我們能夠藉由觀察矩陣 $A_{XY,j}^{(h)}$ 判斷 Y 是否領先 X 。

而當發現對所有的 $h \leq c$ 時 $A_{XY,j}^{(h)} = \mathbf{0}_{1 \times m}$, $j = 1, \dots, p$ ，自(17)可以明顯看出 Y 向量對預測式 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY})$ 的估計沒有任何助益(即 Y 向量並未領先 X)。在許多領先關係的分析當中， $A_{XY,j}^{(h)}$ 的參數通常符合情況二的敘述，也就是 VAR(p) 模型當中的係數多半是未知的，所以我們需要利用假設檢定的方法來驗證。

(定理 2)為檢驗當給定 c 值時，Granger causality 存在或不存在的方法。但本文對 $\hat{X}_{i,t}(h|\Omega_{XY})$ 的預測感興趣(h 為給定值)，故當 VAR 模型係數未知且需要估計時，在給定預測期 h 之下，根據(定理 2)我們可以檢定虛無假設

$$H_0: A_{XY,j}^{(h)} = \mathbf{0}_{1 \times (k-1)}, j = 1, \dots, p. \quad (18)$$

另建立矩陣

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(h)} &= \left(A_1^{(h)}, \dots, A_p^{(h)} \right) \\ &= \left(\begin{pmatrix} A_{XX,1}^{(h)} & A_{XY,1}^{(h)} \\ A_{YX,1}^{(h)} & A_{YY,1}^{(h)} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} A_{XX,p}^{(h)} & A_{XY,p}^{(h)} \\ A_{YX,p}^{(h)} & A_{YY,p}^{(h)} \end{pmatrix} \right), \end{aligned}$$

以及行向量 $\alpha = \text{vec}(\mathbf{A}^{(h)})$ ，其中"vec"代表行堆疊運算元，此運算元將矩陣 $\mathbf{A}^{(h)}$ 當中的行向量由左至右依序堆疊起來，而 $A_p^{(h)}$ 是藉由(14)

的計算得到的，而 $A_{XY}^{(h)}$ 即是分割 $A_p^{(h)}$ 矩陣後的子矩陣元素。式(18)中的檢定之虛無假設可寫成

$$H_0: R\alpha = \mathbf{0}_{(pk-p) \times 1}, \quad (19)$$

並且為符合(18)提及對特定子矩陣的檢定，可以得到 $(pk-p) \times pk^2$ 的矩陣

$$R = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,pk^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{pk-p,1} & \cdots & a_{pk-p,pk^2} \end{bmatrix},$$

而矩陣元素滿足

$$a_{nk-n+m, nk^2+mk+1} = \begin{cases} 1, & \text{if } (n, m) \in \{0, 1, \dots, (p-1)\} \times \{1, 2, \dots, (k-1)\}; \\ 0, & \text{if } (n, m) \notin \{0, 1, \dots, (p-1)\} \times \{1, 2, \dots, (k-1)\}. \end{cases}$$

考慮以下之檢定統計量

$$\lambda = T(R\hat{\alpha})'(R\hat{\Sigma}_{\hat{\alpha}}R')^{-1}(R\hat{\alpha}), \quad (20)$$

其中 $\hat{\Sigma}_{\hat{\alpha}}$ 為隨機向量 $\hat{\alpha}$ 的估計共變異矩陣。若 $\lambda > \chi^2(pk-p)$ 時，則拒絕(19)的虛無假設。此檢定方法稱為 Wald test [20]。

(範例) 以一雙變量 VAR(1) 模型為例，模型可寫成

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_{XX,1} & A_{XY,1} \\ A_{YX,1} & A_{YY,1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} A_{XX,2} & A_{XY,2} \\ A_{YX,2} & A_{YY,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-2} \\ Y_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{X,t} \\ a_{Y,t} \end{pmatrix}, t = 1, \dots, T,
\end{aligned} \tag{21}$$

欲檢定虛無假設

$$H_0: A_{XY,j}^{(2)} = \mathbf{0}, j = 1, 2,$$

則先建立矩陣

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}^{(2)} &= (A_1^{(2)}, A_2^{(2)}) \\
&= \left(\begin{pmatrix} A_{XX,1}^{(2)} & A_{XY,1}^{(2)} \\ A_{YX,1}^{(2)} & A_{YY,1}^{(2)} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_{XX,2}^{(2)} & A_{XY,2}^{(2)} \\ A_{YX,2}^{(2)} & A_{YY,2}^{(2)} \end{pmatrix} \right),
\end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\alpha} &= \text{vec}(\mathbf{A}^{(2)}) \\
&= (A_{XX,1}^{(2)}, A_{YX,1}^{(2)}, A_{XY,1}^{(2)}, A_{YY,1}^{(2)}, A_{XX,2}^{(2)}, A_{YX,2}^{(2)}, A_{XY,2}^{(2)}, A_{YY,2}^{(2)})'.
\end{aligned}$$

欲檢定在給定預測期 h 之下， Y_t 是否領先 X_t ，則可建立

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

並且得到

$$R\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \text{vec}(\mathbf{A}^{(2)}),$$

接著計算統計量

$$\lambda = T(R\hat{\alpha})'(R\hat{\Sigma}_{\hat{\alpha}}R')^{-1}(R\hat{\alpha}),$$

若 $\lambda > \chi^2(1)$ ，則拒絕的虛無假設，同時代表 $A_{XY,j}^{(2)} = \mathbf{0}, j = 1, 2$ 。

第四節 定態檢定

實務上，在係數未知之情況下對 VAR(p) 模型進行上述之領先檢定之前，會先檢定模型中所使用的每個時間序列 $\{X_{i,t}\}, i = 1, \dots, k$ 是否為定態(stationarity)。

用於檢定一時間序列是否為定態，最常見的工具為「單根檢定」。Dickey and Fuller 推導出 DF 檢定(Dickey-Fuller Test, Dickey and Fuller (1979))來檢測時間序列資料是否為定態。

Dickey and Fuller 之後更進一步提出 ADF 檢定(Augmented Dickey-Fuller Test, Dickey and Fuller (1981))，將殘差項序列相關問題考慮進去，將被解釋變數落後項加入迴歸等式右邊，使得殘差項為定態且為白噪音(white noise)。依據時間序列可能具備的性質，ADF 檢定中的定態模型大略可分成以下三種：

➤ 不含截距項與時間趨勢

$$\Delta X_{t+1} = \gamma X_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1};$$

➤ 含截距項

$$\Delta X_{t+1} = \alpha_0 + \gamma X_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1};$$

➤ 含截距項與時間趨勢

$$\Delta X_{t+1} = \alpha_0 + \gamma X_t + \alpha_2 t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1};$$

其中 Δx_t 為一階差分，即 $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ ， α_0 為截距項， t 代表時間，而 α_2 為時間趨勢的係數。

若是欲對時間序列 $\{X_{i,t}\}$ 進行定態檢定，又如何知道該選擇上述三種模型當中的哪一個來進行配適呢？我們可取時間作橫軸，再將資料作一階差分後所形成之新建立的時間序列作折線圖，藉由觀察一階差分之時間序列的呈現狀況來選擇適當的模型配適。以下將針對折線圖可能的呈現情形給予建議。

➤ 若一階差分之時間序列呈現平坦、無趨勢的情形，並且時間序列在縱軸為零的水平線上下緩慢波動，則建議配適模型

$$\Delta X_{t+1} = \gamma X_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1};$$

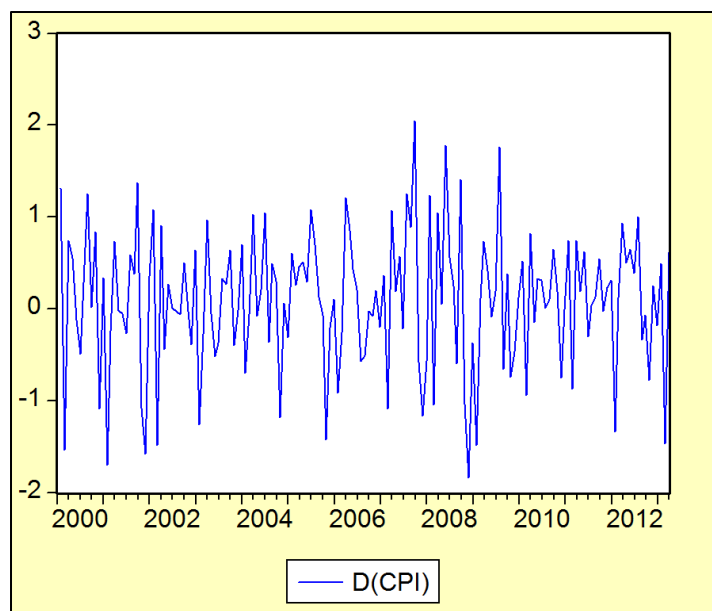
- 若一階差分之時間序列呈現平坦、無趨勢的情形，並且時間序列在縱軸為一非零值的水平線上下緩慢波動，則建議配適模型

$$\Delta X_{t+1} = \alpha_0 + \gamma X_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1};$$

- 若一階差分之時間序列隨時間增加而呈現增加或減少的趨勢，並在此看似存在的趨勢線之下，時間序列隨此線上下緩慢波動，則建議配適模型

$$\Delta X_{t+1} = \alpha_0 + \gamma X_t + \alpha_2 t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1};$$

以國內消費者物價指數(Consumer Price Index，以下簡稱 CPI)時間序列為例，並以統計軟體 Eviews 進行分析。採用 2000 年 1 月至 2013 年 4 月之國內 CPI 資料，對此時間序列畫折線圖並呈現於(圖 1)



(圖 1) 消費者物價指數(CPI)一階差分之時間序列。

由(圖 1)推測此時間序列的差分定態模型可能不包含截距項與時間趨勢，於是採用模型

$$\Delta X_{t+1} = \gamma X_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i+1} + \varepsilon_{t+1}$$

進行配適，得到分析結果如(表 1)。

(表 1) 對消費者物價指數(CPI)一階差分時間序列進行 ADF 檢定所得之檢定統計表。

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test			
時間序列	檢定統計量 (<i>t</i> 檢定)	<i>p</i> 值	<i>R</i> ²
D(CPI)	-14.14	< 0.001	0.56

觀察(表 1)， $D(CPI)$ 為 CPI 一階差分時間序列，而 t 檢定統計量是顯著的，故拒絕一階差分之時間序列具有單根的虛無假設。這樣的結果也說明了 CPI 時間序列在一階差分的處理之下，通過定態檢定。在對 $VAR(p)$ 模型進行領先檢定之前，模型當中的每個時間序列都必須通過定態檢定，即確定所使用的時間序列在某一模型之下，可以是經過一階差分或是二階差分處理之後的時間序列，期望值、期望變異數以及自我共變異數會是一定值。



第三章 運用最大交叉相關預測

第一節 時間序列的交叉相關

在討論兩個時間序列 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 之間的關係時，會考慮到序列 $\{Y_t\}$ 是否與序列 $\{X_t\}$ 的過去資料有相關。例如近幾個月份的消費者物價指數(CPI)可能會影響下個月份的利率水準，亦或是近幾年的年均二氧化碳濃度與下一年的年均溫有相關等等。而兩個時間序列在不同時間的相關性，則稱作交叉相關(cross correlation)。在不同領域或不同主題的研究，會對在特定時間差之下的交叉相關感興趣。像是政府今年度的貨幣供給政策通常不會反應在今年度的物價或薪資所得，而是反應在下一年度的物價或薪資所得，此時可能會針對時間差為一年之貨幣供給量時間序列與物價時間序列的交叉相關進行探討。

時間序列 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 相差 k 期的交叉相關係數可以表示成

$$\text{Corr}(X_t, Y_{t-k}) = \frac{\text{cov}(X_t, Y_{t-k})}{\sigma_X \sigma_Y},$$

其中分子為相差 k 期的共變異數，分母則為兩時間序列的標準差相乘。

有關時間序列的交叉相關性質，在許多領域都已經有相當大量的研究與應用。舉例而言，Conlon *et al.* (2010) 利用時間序列之間的交叉相關性，對許多與財務相關時間序列之間的動態調整現象進行分析，

像是普爾指數(S&P 500)以及道瓊指數(Dow Jones)等。Y. H. Zhang *et al.* (2004) [32]也探討了週期性之期數差距對於時間序列間之交叉相關所造成的影響。

以上研究的重點多是放在兩個時間序列的交叉相關上，但就多個時間序列之線性組合與另一時間序列的交叉相關性而言，卻顯少有相關文獻對此進行討論。以下將介紹此類型的交叉相關。

考慮一隨機向量

$$X = (X_{t-1}, \dots, X_{t-q})',$$

其中 X_t 包含了 k 個時間序列，即

$$X_t = \begin{pmatrix} X_{1,t} \\ \vdots \\ X_{k,t} \end{pmatrix}'.$$

以及未來 h 期的時間序列 $X_{i,t+h}$ 。而 kp 個時間序列 (X) 與時間序列 $X_{i,t+h}$ 差距 h 期的交叉相關可以表示成

$$\text{Corr}(X_{i,t+h}, BX) = \frac{\text{cov}(X_{i,t+h}, BX)}{\sigma_1 \sigma_2},$$

其中

$$B = (B_1, \dots, B_q)', B_j = \begin{pmatrix} \beta_{1,j} \\ \vdots \\ \beta_{k,j} \end{pmatrix}', j = 1, \dots, q,$$

BX 為 kq 個時間序列(X)的線性組合， σ_1 為此線性組合的標準差， σ_2 則是時間序列 $\{X_{i,t+h}\}$ 的標準差。而樣本交叉相關則可以表示成

$$\widehat{Corr}(X_{i,t+h}, BX) = \frac{\widehat{cov}(X_{i,t+h}, BX)}{\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2},$$

其中

$$\widehat{cov}(X_{i,t+h}, BX) = \frac{1}{T-h-q} \sum_{t=q+1}^{t=T-h} (X_{i,t+h} - \bar{X}_{i,t+h})(BX - B\bar{X}),$$

並且

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{1}{T-q} \sum_{t=q+1}^{t=T} (BX - B\bar{X})^2$$

以及

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t=T} (X_{i,t} - \bar{X}_{i,t})^2。$$

kq 個時間序列(X)如何藉由不同線性組合，使得組合後的時間序列與某一特定的時間序列 $\{X_{i,t+h}\}$ 具有最大的交叉相關呢？這部份將在下一節作介紹。

第二節 運用最大交叉相關預測

在第一節所使用的符號，皆沿用自第二章的符號定義。 $X_{i,t}$ 代表第 i 個時間序列， X_t 則是 k 個時間序列所形成的向量， X 即是所有落後 q 期之內的 kq 個時間序列所形成的向量，而 $\hat{X}_{i,t+h}$ 則是感興趣之研究變數往未來推 h 期的預測值。第三章主要是想嘗試藉由尋找在給定 q 之下的

$$B^* = \arg \max_B \text{Corr}(X_{i,t+h}, BX),$$

來求得 $\hat{X}_{i,t+h}$ ，即 $X_{i,t+h}$ 的估計式。

對於如何找尋 B^* ，其實存在不只一種方式。Brockwell and Davis (2009) 提出一種藉由定義向量空間，採用投影向量至另一向量群所形成的空間，求得 B 的最佳線性估計值。由於是討論單變量與多變量之線性組合間的相關性，所以也可在無任何前提假設下直接採用最小平方方法，並以最小化平均期望誤差平方為目標式求出 B^* 。當然也能夠使用線性複迴歸的模式求解 B^* 。不論是採用以上方法中的任一種，都會得到相同的結果，在此示範以最小化平均期望誤差為目標式求解。

在給定 q 值與 h 值之下，考慮目標式

$$\min_B E \left(X_{i,t+h} - E(X_{i,t+h}) \right)^2, \quad (22)$$

其中

$$E(X_{i,t+h}) = BX, \quad (23)$$

則誤差平方為

$$(X_{i,t+h} - BX)^2. \quad (24)$$

令(23)對 $X_{s,j}$, $(s,j) \in \{1, \dots, k\} \times \{t-1, \dots, t-q\}$ 作微分後等於零，即

$$\begin{aligned} \frac{d}{dX_{s,j}} (X_{i,t+h} - BX)^2 &= 0, \\ (s,j) &\in \{1, \dots, k\} \times \{t-1, \dots, t-q\} \end{aligned} \quad (25)$$

求解(24)的 kq 個方程式，可得到

$$\beta_{s,i}^*, (s,i) \in \{1, \dots, k\} \times \{1, \dots, q\}.$$

而藉由最大化 $X_{i,t+h}$ 與 BX 的交叉相關，所得到 $X_{i,t+h}$ 的估計式為

$$\hat{X}_{i,t+h} = B^* X, \quad (26)$$

其中

$$B^* = (B_1^*, \dots, B_q^*)', B_j^* = \begin{pmatrix} \beta_{1,j}^* \\ \vdots \\ \beta_{k,j}^* \end{pmatrix}', j = 1, \dots, q.$$

上述方法中，是給定預測期 h 以及 kq 個解釋變數之下求出最大交叉相關係數。若是考慮模型精簡的概念，則或許選取較少變數能使得模型較易於解釋或是具有較好的預測能力。

在第二章當中針對如何決定 VAR(p) 模型的落後期 p ，提出模型選取指標(5)來進行判斷。由(5)可以看出，此指標是以最小化估計誤差以及解釋變數數量為目標。若是將目標設定為最大化交叉相關性與最小化解釋變數數量，則在給定 h 值之下，可以考慮一解釋變數數量之選取準則

$$q^*(c) = \arg \max_{q=1, \dots, p} \text{Corr}(B^*Y, X_{i,t+h}) - cq, \quad (27)$$

其中 c 為一控制參數(tuning parameter)，並且為了測試較少變數是否會具有較佳之預測效果的想法，並欲與第二章的 VAR(p) 模型進行比較，故考慮 q 值的範圍為 $q \in \{1, \dots, p\}$ 。若是想進一步放入預測效果的訊息，則可以根據以下方式選取最佳控制參數 c ，即

$$c^* = \arg \min_c \text{MPSE}(c), \quad (28)$$

其中 $\text{MPSE}(c)$ 是給定 c 值後代入(27)式中解出 q^* 和 B^* (或 $\hat{X}_{i,t+h}$) 並求得之預測平方誤差(Mean Prediction Squared Error)，即

$$\text{MPSE}(c) = E(\hat{X}_{i,t+h} - X_{i,t+h})^2. \quad (29)$$

當 $c = c^*$ 時，我們可以得到最佳的 q^* 值、 B^* 值及最佳預測平方
誤差

$$\text{MPSE}(c^*) = \min_c \text{MPSE}(c) \text{。} \quad (30)$$

第三節 討論

前一節提到解釋變數數量之選取準則(27)包含減項了 cq ，而落後期 q 的影響效果會藉控制參數 c 放大或縮小。若是選取過大的 c ，則不論 q 值為何皆會導致 q^* 為 1，而無法找出最適控制參數 c^* 。所以在找尋最佳控制參數 c^* 之前，得先對資料進行測試以取得實務上的測試範圍，而 $\text{MPSE}(c)$ 在此範圍內會有明顯的變動；對於超過此範圍外的 c 值，則 $\text{MPSE}(c)$ 起伏不大。以下舉列說明如何找尋最佳控制參數 c^* 。

考慮 139 筆資料，每一筆資料包含了 5 個時間序列。在每一筆資料中，感興趣之研究變數往未來推 h 期的值為 $\hat{X}_{5,t+1}$ 。則在給定預測期 $h = 1$ 之下，最佳估計式為

$$\hat{X}_{5,t+1} = B^* X,$$

其中

$$B^* = (B_1^*, \dots, B_q^*)', B_j^* = \begin{pmatrix} \beta_{1,j}^* \\ \vdots \\ \beta_{6,j}^* \end{pmatrix}, j = 1, \dots, q.$$

若是使用此筆資料中 6 個時間序列所建立之 VAR(p) 模型的 p 值為 3，
且給定 $c = 0.06$ 時，計算

$$q^* = \arg \max_{q=1,2,3} \text{Corr}(BY, X_{i,t+h}) - 0.06q,$$

此時最佳估計式為

$$\hat{X}_{i,t+1} = B^* X,$$

其中

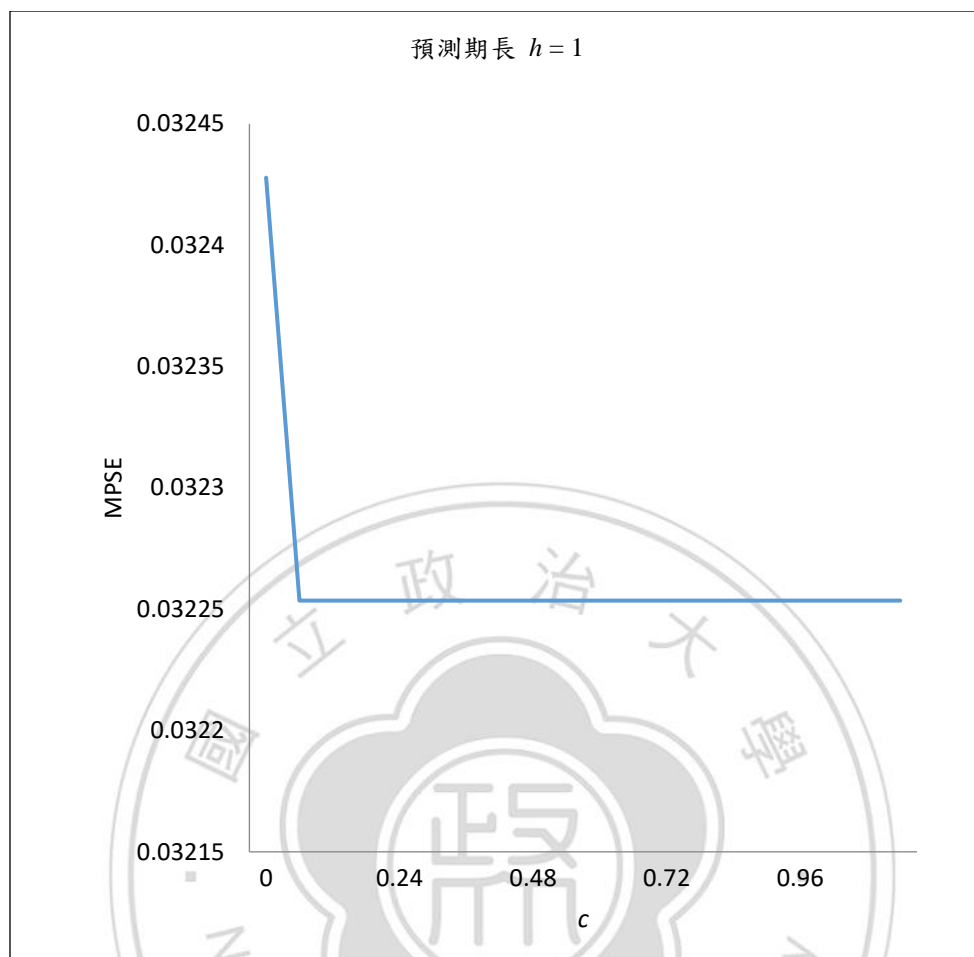
$$B^* = (B_1^*, \dots, B_q^*)', B_j^* = \begin{pmatrix} \beta_{1,j}^* \\ \vdots \\ \beta_{6,j}^* \end{pmatrix}, j = 1, \dots, q^*.$$

同時也得到

$$\text{MPSE}(c) = E(\hat{X}_{5,t+1} - X_{5,t+1})^2.$$

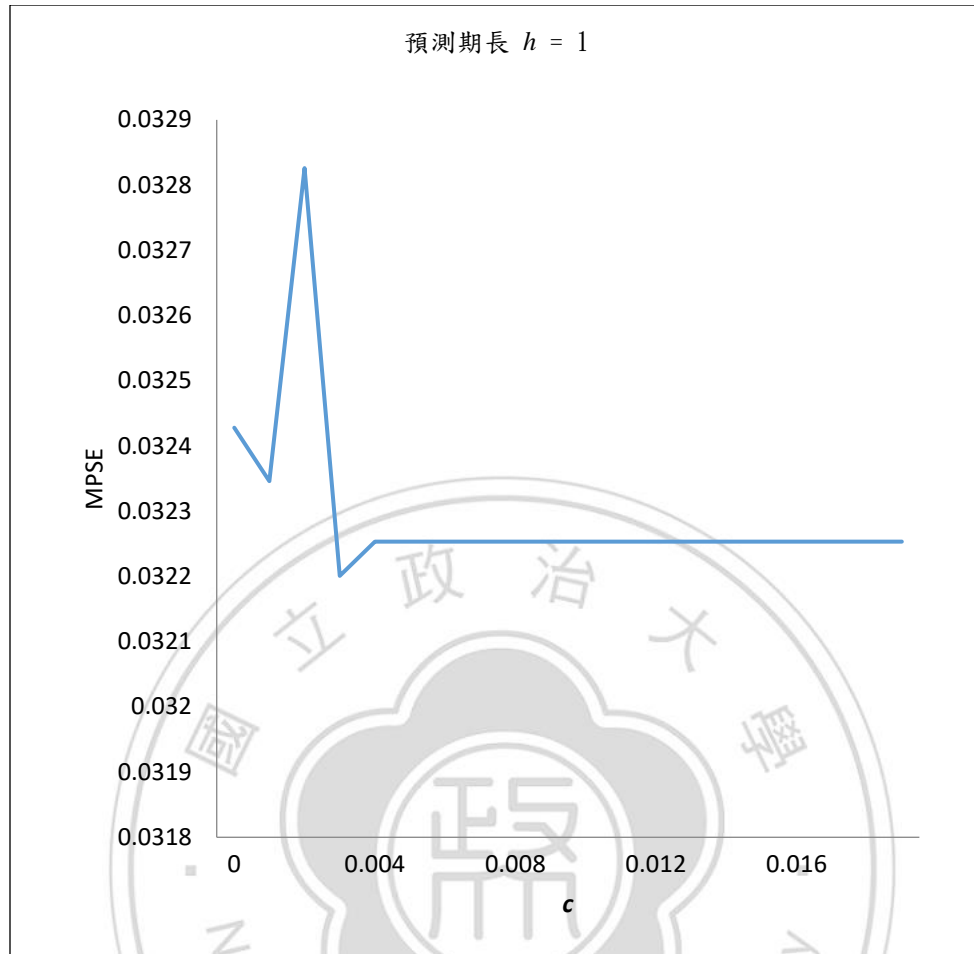
接著對 139 筆資料中的每一筆資料都進行同樣的過程，再對 139 個 MPSE(c)取平均。

依照上述程序，在給定預測期 $h = 1$ ，並取 c 的範圍自 0 到 1，同時以 0.06 為間矩，即 $c = 0.06m, m \in \{0, 1, \dots, 17\}$ ，計算 139 筆資料之 MPSE(c)後再取平均，作圖呈現於(圖 2)。



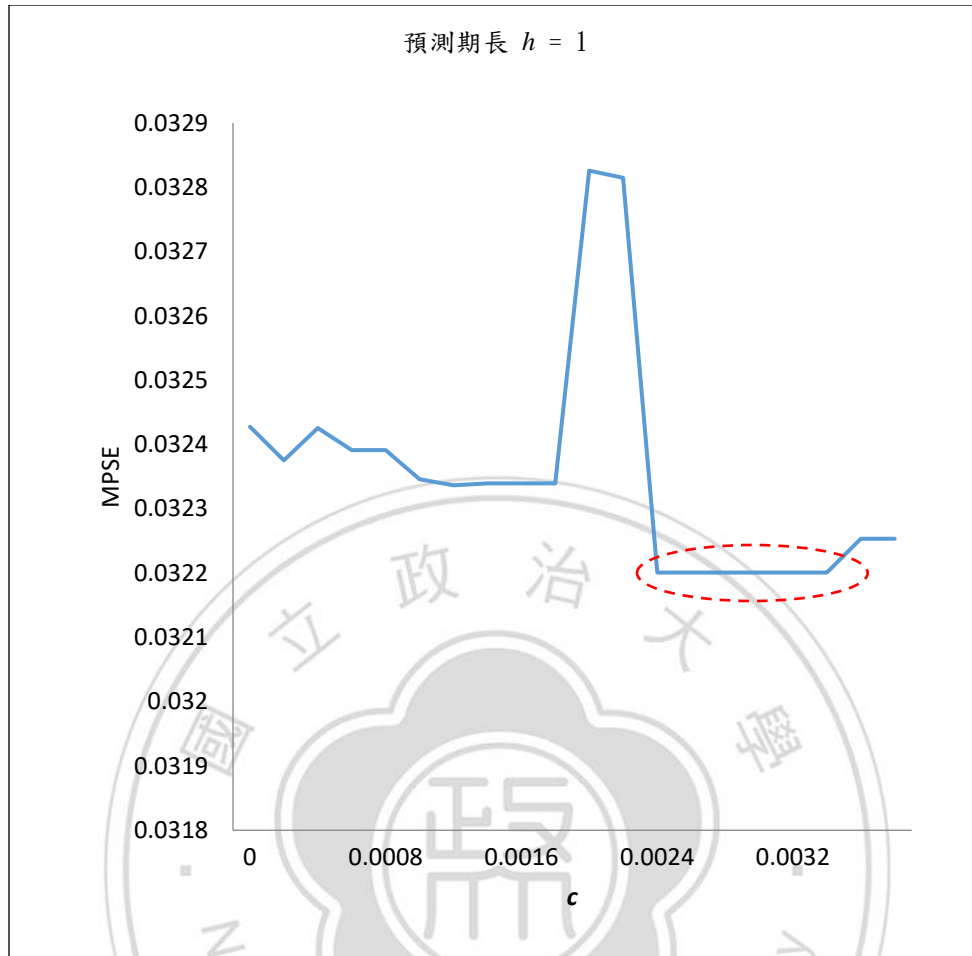
(圖 2) 給定預測期 $h = 1$ 以及 $c = 0.06m, m \in \{0, 1, \dots, 17\}$ 所得 139 筆 $MPSE(c)$ 之平均。

(圖 2)中 $MPSE(c)$ 並未有多次起伏，可能由於用來測試的 c 值過大，導致在多數的 c 值之下 q^* 皆為 1。圖中也觀察到 $MPSE(c)$ 可能存在變動的範圍為 $c \in [0, 0.02]$ ，所以改取 c 的範圍自 0 到 0.02，並以 0.001 為間矩，即 $c = 0.001m, m \in \{0, 1, \dots, 20\}$ 。



(圖 3) 給定預測期 $h = 1$ 以及 $c = 0.001m, m \in \{0, 1, \dots, 20\}$ 所得 139 筆 $MPSE(c)$ 之平均。

(圖 3)中 $MPSE(c)$ 有些許起伏，但仍感覺變動次數不多。經過逐次地針對 $MPSE(c)$ 可能變動的範圍來縮小 c 的範圍以及其跳動間距，並重覆進行同樣的分析過程，最後在取 c 的範圍自 0 到 0.0038，並以 0.0002 為間距的情況下，得到不錯的結果(圖 4)。



(圖 4) 給定預測期 $h = 1$ 以及 $c = 0.0002m, m \in \{0, 1, \dots, 19\}$ 所得 139 筆 $MPSE(c)$ 之平均。

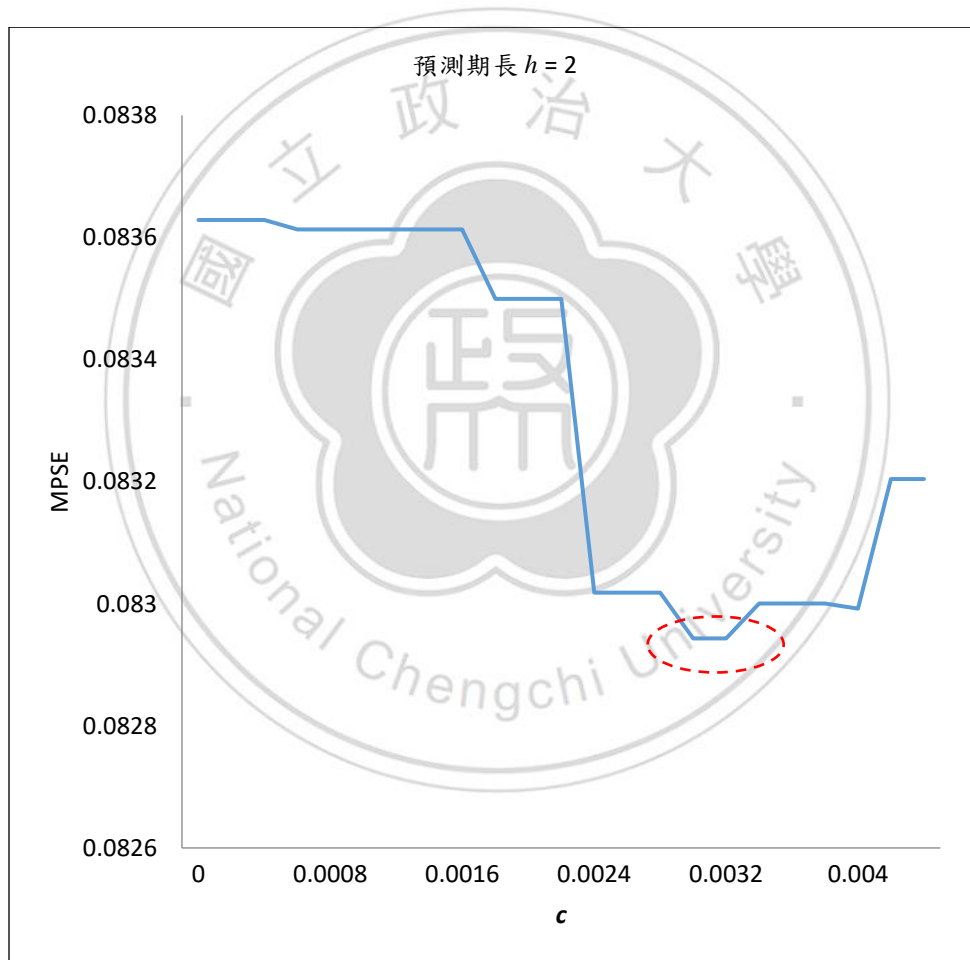
(圖 4) 中的 $MPSE(c)$ 對於 $c \geq 0.0038$ 的變動相當微小，並藉由觀察可發現對於 $c \in [0.0024, 0.0034]$ (虛線圈) 存在最小預測平方誤差，若取最小值做為最佳控制參數，則可以得到

$$c^* = \arg \min_c MPSE(c) = 0.0024,$$

同時也得到最佳預測平方誤差

$$\text{MPSE}(c^*) = \min_c \text{MPSE}(c) = 0.032201。$$

同樣地，在給定預測期 $h = 2$ 之下，先取 c 的範圍自 0 到 0.3，並以 0.001 為間矩開始進行測試。經過逐次地針對 $\text{MPSE}(c)$ 可能變動的範圍來調整 c 的範圍以及其跳動間距，最後在取 c 的範圍自 0 到 0.0042，並以 0.0002 為間矩的情況下，得到不錯的結果(圖 5)。



(圖 5) 給定預測期 $h = 2$ 以及 $c = 0.0002m, m \in \{0, 1, \dots, 21\}$ 所得 139 筆 $\text{MPSE}(c)$ 之平均。

(圖 5)中的 $MPSE(c)$ 對於 $c \geq 0.0038$ 的變動相當微小，並藉由觀察可發現對於 $c \in [0.0024, 0.0034]$ (虛線圈)存在最小預測平方誤差，若取最小值做為最佳控制參數，則可以得到

$$c^* = \arg \min_c MPSE(c) = 0.003,$$

同時也得到最佳預測平方誤差

$$MPSE(c^*) = \min_c MPSE(c) = 0.082943。$$

若是想藉由預測平方誤差(30)來作為預測效果的評估，則必需考慮到樣本的數量是否能同時滿足「建立可信之預測方程式」以及「預留部份樣本計算預測平方誤差」兩項需求。故MPSE的計算會因為樣本數量的多寡，而有不同計算方式。以下針對兩種可能的情況，提出建議的處理方式。

- **方法一：**若樣本數足夠，則將保留一部份的樣本作為計算MPSE使用，其餘的則用來生成最佳線性估計式。
- **方法二：**若樣本數不足，則使用交叉驗證(Cross Validation，簡稱CV)的方式計算MPSE。

第四章 實例分析

本章節希望能呈現如何將先前所提到的預測方法應用到實際案列，並藉由分析過程來比較這些方法的預測效果。分析資料來自於台灣經濟新報(Taiwan Economic Journal, 簡稱 TEJ)，並採用該基金資料庫當中的國內股票型基金進行實例分析。

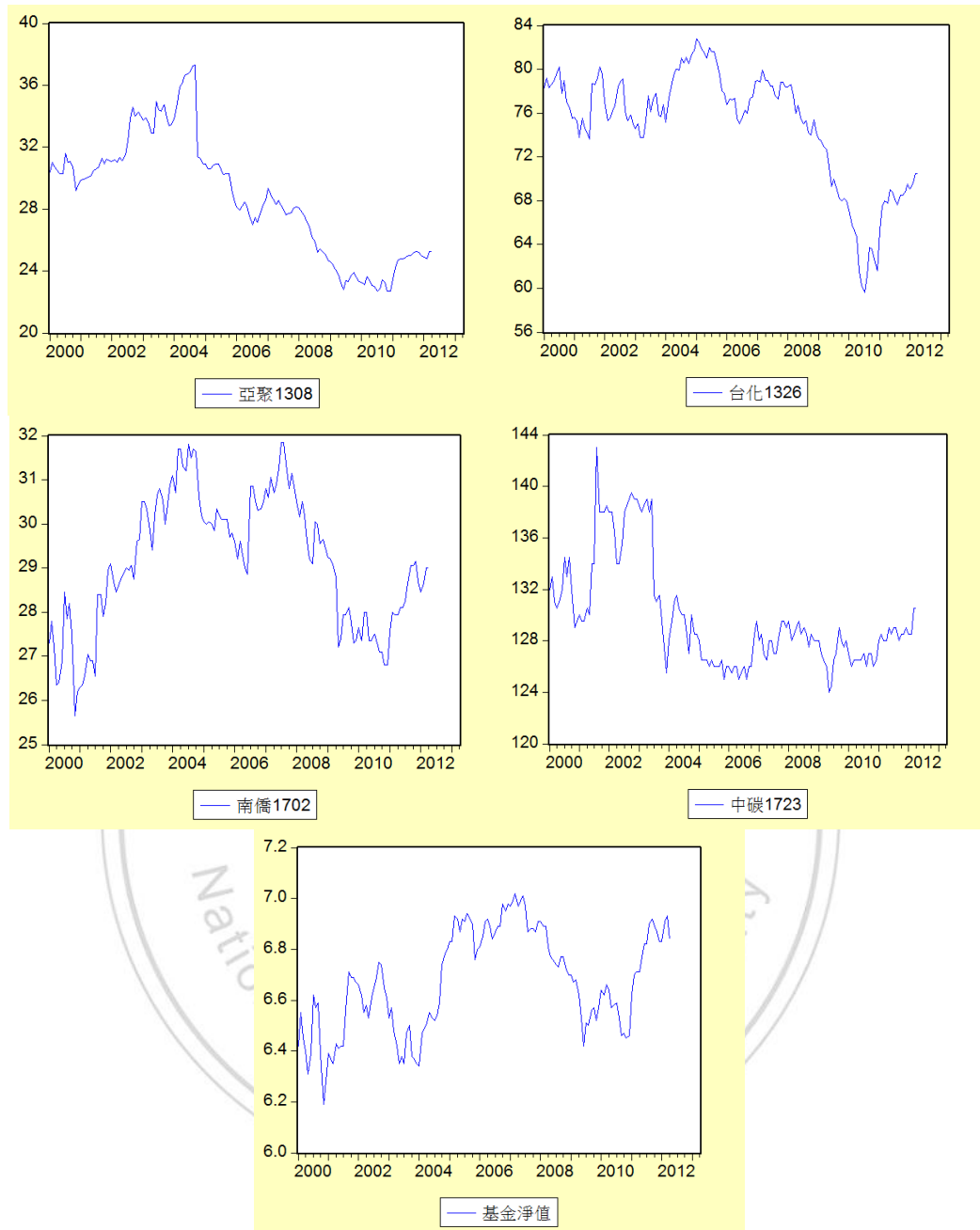
台灣經濟新報成立於 1990 年 4 月。TEJ 資料庫主要提供國內外證金、金融、產業與總體經濟方面數據資料，同時提供經濟分析、模型設計與資料庫構建方面的諮詢服務。目前 TEJ 建構資料範圍涵蓋亞洲九個主要市場，包含台灣、中國、香港、韓國、新加坡、泰國、馬來西亞、菲律賓、日本等九國在金融市場上市的企業財務及其相關資料庫，提供具有深度且廣泛的優質財經資訊。

分析對像包含 139 筆國內投資股票型基金，即此基金的投資標的僅限於國內的股票。(表 2) 僅列出前 10 筆資料名稱，另外將作為分析使用的所有基金表列於文末(附表一)。接著將以第一筆資料(匯豐中小證券投資信託基金)為列，介紹資料分析的過程。

(表 2) 國內投資股票型基金

國內投資股票型基金		
編號	代碼	名稱
1	CI11	匯豐中小證券投資信託基金
2	0002	第一金福元證券投資信託基金
3	0004	兆豐國際國民證券投資信託基金
4	0005	匯豐成功證券投資信託基金
5	0012	元大寶來多元證券投資信託基金
6	0013	華南永昌永昌證券投資信託基金
7	0014	統一統信證券投資信託基金
8	0015	富邦證券投資信託基金
9	0017	元大寶來 2001 證券投資信託基金
10	0018	摩根 JF 台灣證券投資信託基金

根據匯豐中小證券投資信託基金之基金公開說明書的訊息，可以得知投資淨值佔該基金淨值 5% 以上之國內股票投資標的有 40 支股票。以下的分析過程採用其中 4 支股票股價之日資料以及基金淨值，共 5 個時間序列。所使用到的 4 支股票分別為亞聚(代碼 1308)、台化(代碼 1326)、南僑(代碼 1702)、中碳(代碼 1723)。自 2012 年 5 月 21 日至 2012 年 12 月 14 日，取 148 組連續樣本。採用前 128 組樣本建立模型，並利用剩餘之 20 組樣本計算預測效果。先各別對 5 個時間序列繪製時間趨勢圖，並依序陳列如下(圖 6)。



(圖 6) 對亞聚股價、台化股價、南僑股價、中碳股價以及基金淨值 5 個時間序列繪製時間趨勢圖。

並藉由觀察時間序列相對於時間之趨勢而配適定態模型，以下分別對此 6 個時間序列進行 ADF 定態檢定，並將檢定結果表示於(表 3)

(表 3) 亞聚股價、台化股價、南僑股價、中碳股價
以及基金淨值時間序列之 ADF 檢定表。

時間序列	亞聚	台化	南僑	中碳	基金淨值
檢定統計量 (<i>t</i> 檢定)	-10.99	-11.32	-10.44	-14.00	-10.52
<i>p</i> 值	< 0.001	< 0.001	< 0.001	< 0.001	< 0.001

以上是採用於文獻上較為常見的實務作法，即針對各別時間序列進行定態檢定。若是針對 VAR 模型的定態與否進行驗證，即對(3)式解 B ，則以第一筆基金為例，可求得根：0.9841121、0.9407289、0.9407289、0.878879 以及 0.7276347，此五個根皆小於 1。另將針對剩於 138 筆基金所求得的根呈現於(附表 2)。

接著令 $\{X_{i,t}\}, i = 1, \dots, 5$ 自 $\{X_{1,t}\}$ 開始依序代表亞聚股價、台化股價、南僑股價、中碳股價、五鼎股價以及基金淨值之 5 個時間序列。並先將各別的時間序列進行中心化(centering)，即各時間序列減去各自序列之期望值，故模型中已無須包含截距項。並根據分析資料後所得的 AIC 數值，選取落後期 $p=1$ ，可以得到 VAR(1) 模型為

$$W_t = A_1 W_{t-1} + a_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

其中

$$W_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{5,t})',$$

並且求得係數矩陣

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.972 & 0.020 & -0.089 & -0.011 & 0.547 \\ 0.171 & 0.885 & -0.013 & -0.024 & -0.06 \\ -0.142 & 0.088 & 0.668 & 0.023 & 2.089 \\ 0.141 & -0.062 & -0.196 & 0.931 & 1.291 \\ -0.0058 & 0.005 & -0.013 & 0.002 & 1.015 \end{pmatrix}.$$

在此感興趣的變數為基金淨值 $X_{5,t}$ ，並仿照(9)與(10)的分群方式可以得到

$$X_t = X_{5,t}$$

以及

$$Y_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, X_{3,t}, X_{4,t})'.$$

而基金淨值的預測期 $h = 1$ 之線性估計式可表示成

$$X_{5,t} = A_{XX,1}^{(1)} X_{t-1} + A_{XY,1}^{(1)} Y_{t-1}, \quad (31)$$

其中

$$A_{XX,1}^{(1)} = 1.015,$$

以及

$$A_{XY,1}^{(1)} = (-0.0058, 0.005, -0.013, 0.002).$$

同時對(32)進行領先檢定(Granger Test)，即檢定 Y_t 是否領先 X_t ，同時也是檢定 $A_{XY,1}^{(1)}$ 是否為零矩陣。使用 R 軟體的領先檢定套件(grangertest)得到(表 4)的分析結果，可以看出在 5%顯著水準下， Y_t 領先 X_t ，也代表著不拒絕 $A_{XY,1}^{(1)}$ 為零矩陣之虛無假設。

(表 4) 領先檢定(Granger test)統計表。

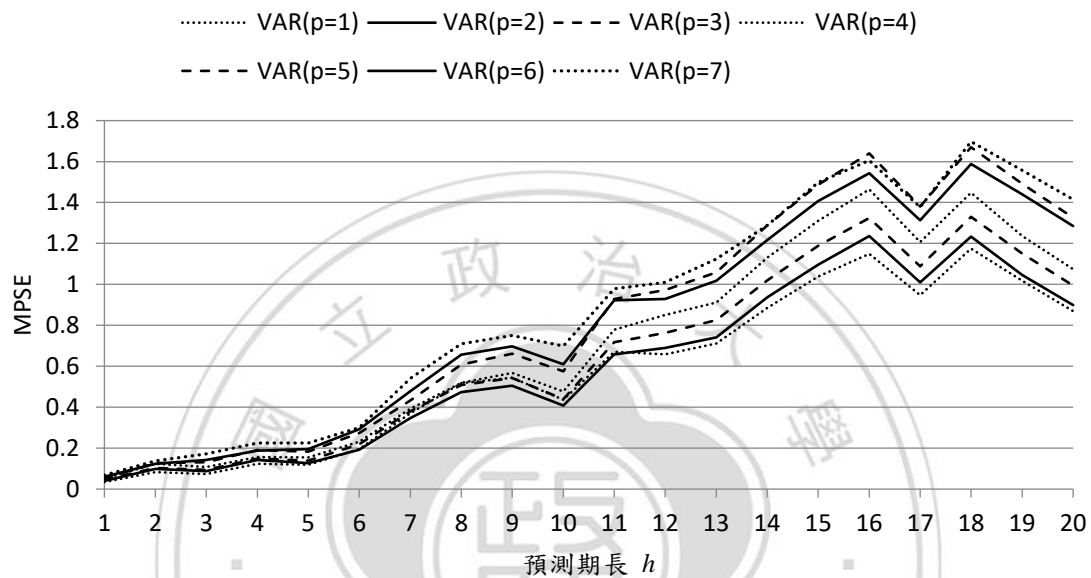
Granger causality test	
Model 1 : $X_{5,t} = A_{XX,1}^{(1)} X_{t-1} + A_{XY,1}^{(1)} Y_{t-1}$	
Model 2 : $X_{5,t} = A_{XX,1}^{(1)} X_{t-1}$	
檢定統計量(χ^2 檢定)	p 值
4.9706	0.02758

以上使用了第一筆資料(匯豐中小證券投資信託基金)作為資料分析過程的介紹。在分析不同方法的預測效果之前，也同樣需要對另外 138 筆資料進行相同的資料解讀與相關檢定。

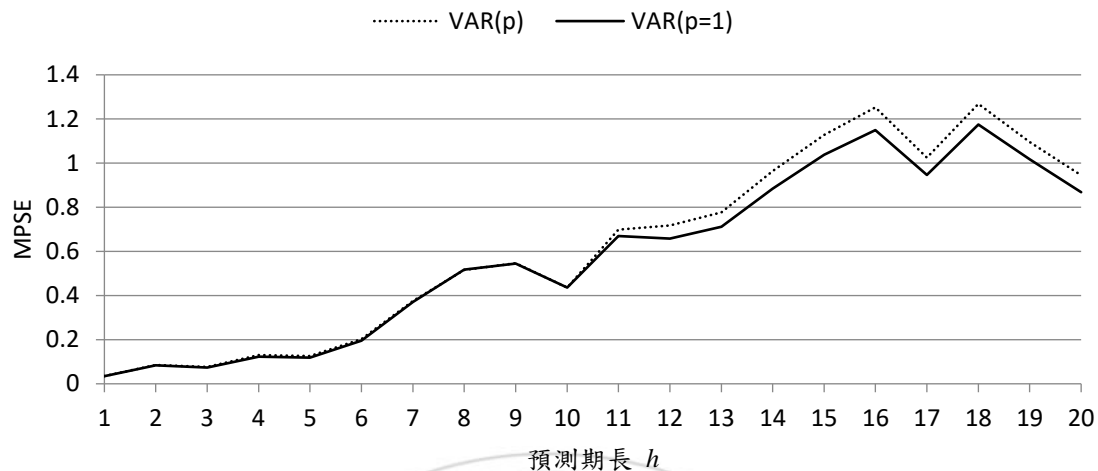
第一節 運用向量自我迴歸模型預測

在給定 p 值之下，計算使用 $VAR(p)$ 模型所得之 MPSE。並將使用不同模型所得到的預測效果呈現於(圖 7)。由圖中可以明顯看出，當給定 $p = 1$ 時，所得的 MPSE 是較為理想的。

再使用 AIC 準則選擇 p 值，並計算使用 $\text{VAR}(p)$ 模型所得之 MPSE。將結果與使用 $\text{VAR}(p = 1)$ 模型所得之預測效果進行比較，並將兩者的比較圖呈現於(圖 8)。



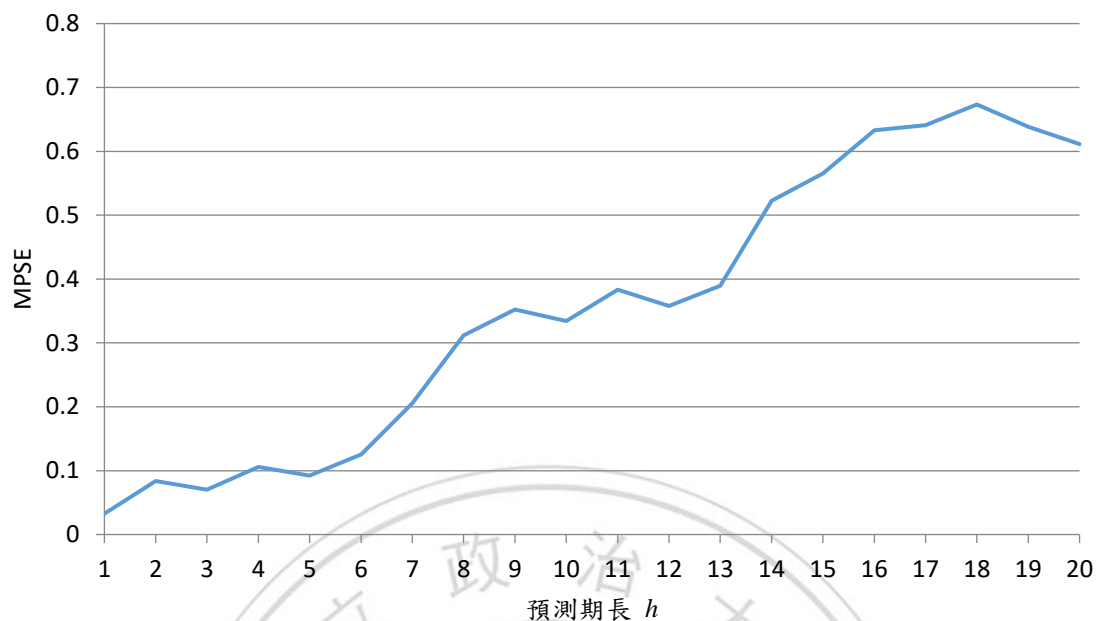
(圖 7) 在不同給定值 p 與預測期 h 之下，使用 $\text{VAR}(p)$ 模型計算 MPSE。



(圖 8) 給定 $p = 1$ (實線部份)與依據 AIC 選取值(虛線部份)，使用 $\text{VAR}(p)$ 模型計算 MPSE。

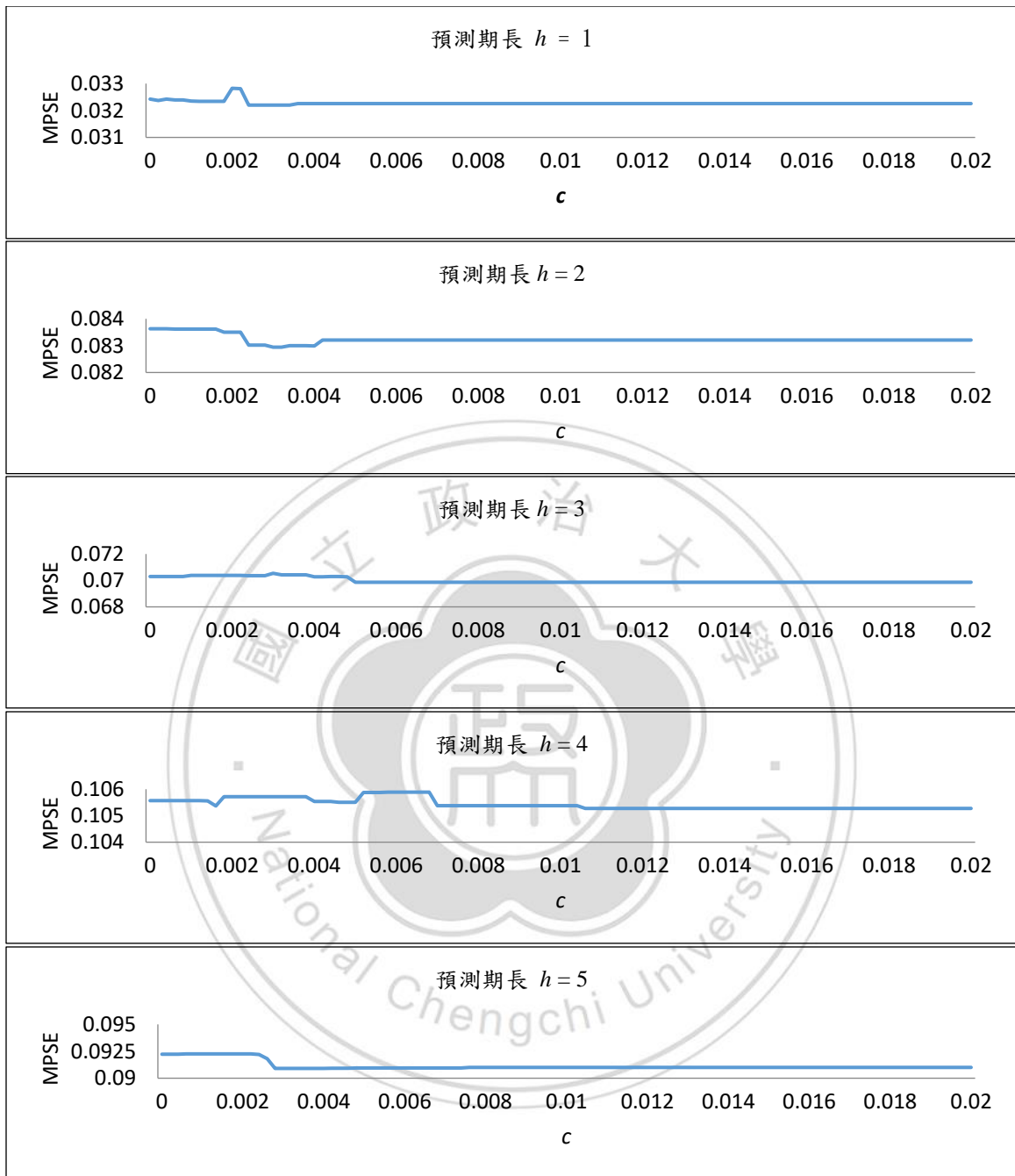
第二節 運用最大交叉相關預測

如果以(23)作為預測過程中的條件，則為了與使用 $\text{VAR}(p)$ 模型預測所得效果進行比較，必須取 $q = p$ 使得解釋變數數量相同。利用(27)求得預測值 $\hat{X}_{i,t+h}$ ，再計算預測平均誤差並繪圖呈現於(圖 9)。

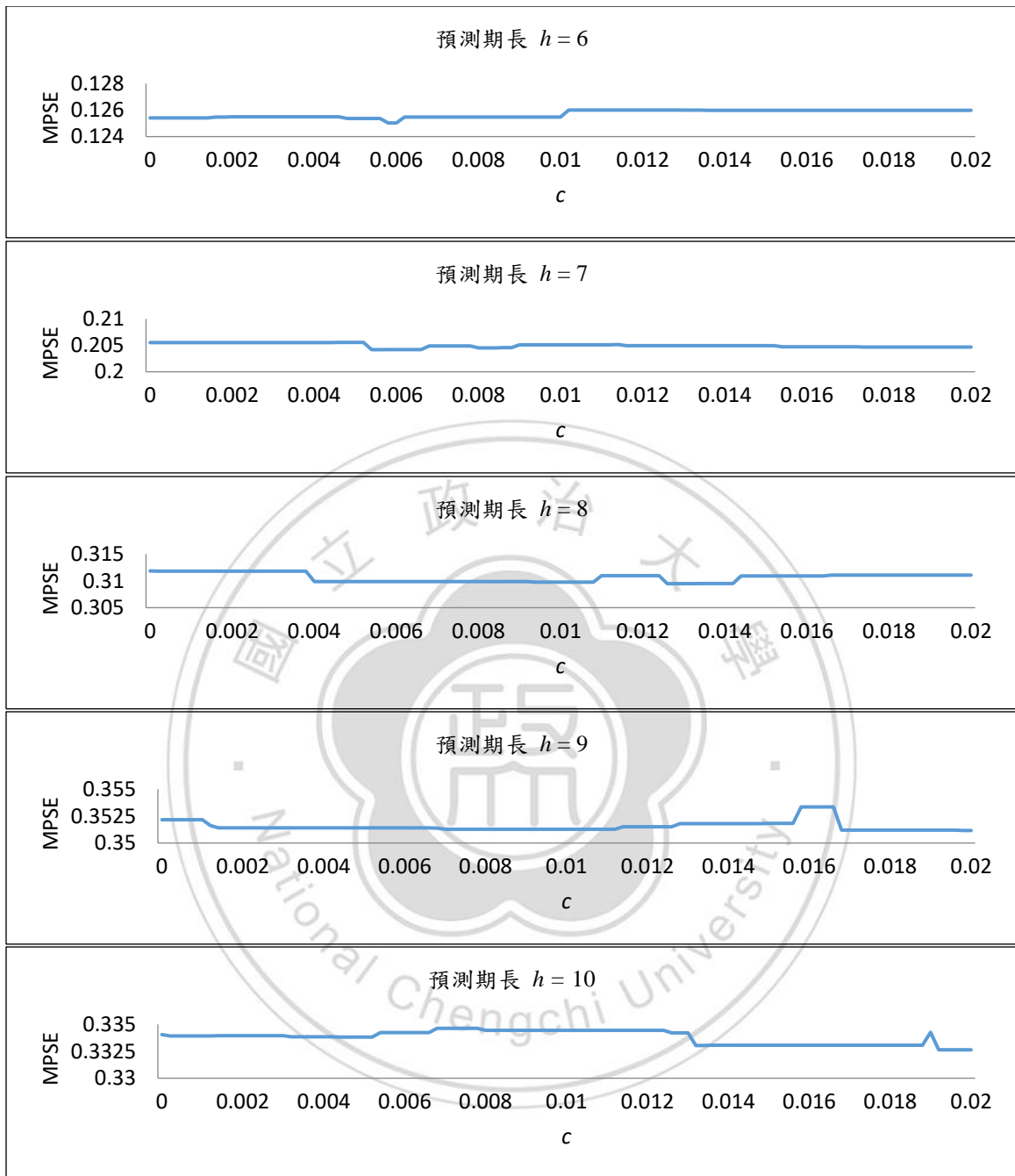


(圖 9) 使用最大交叉相關與落後期 $q = p$ 預測所得之預測平方誤差。

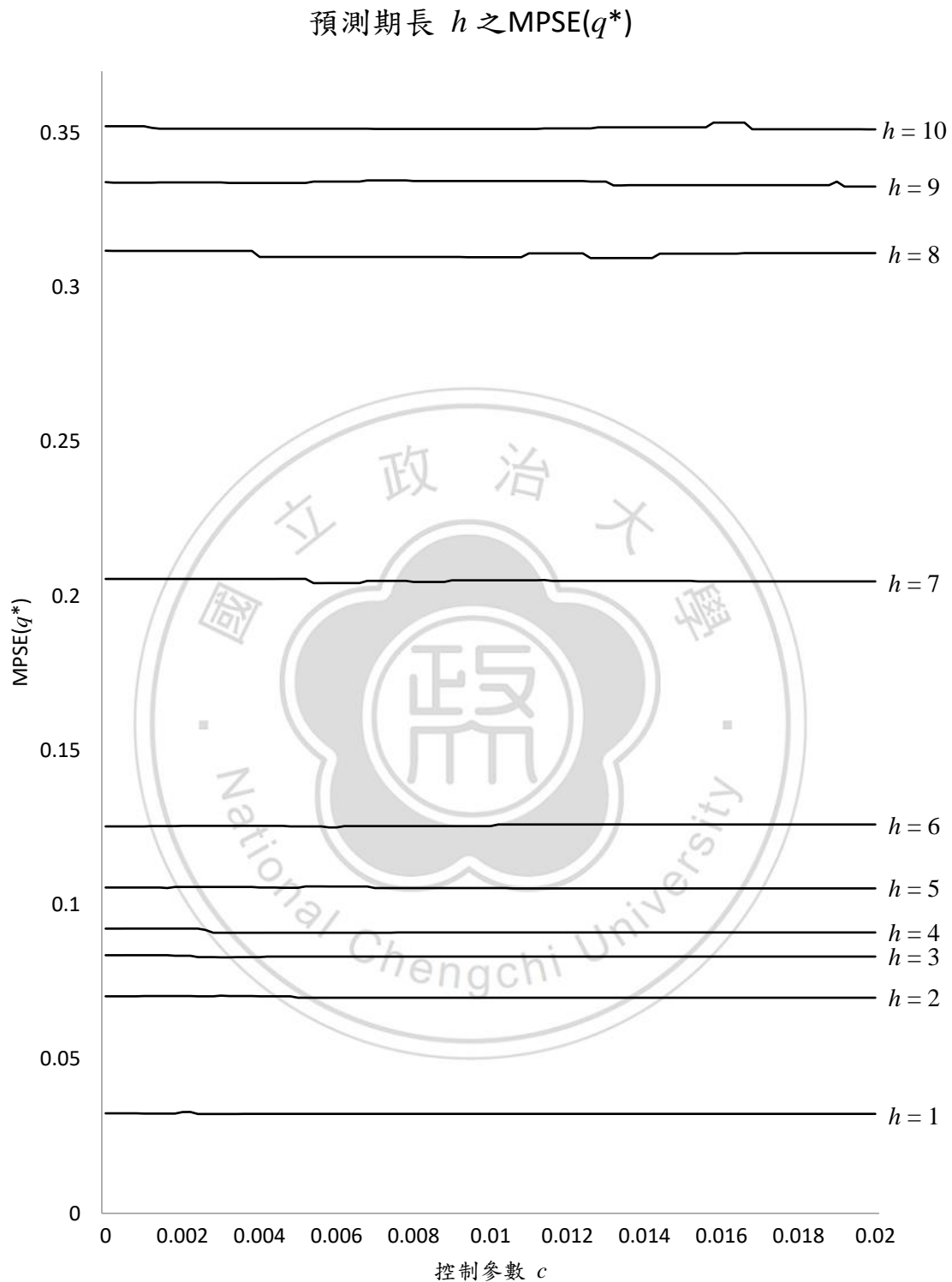
若是採用(28)中的 q^* 作為落後期，預測效果是否會有顯著的改善呢？在尋找最佳控制參數 c^* 之前，先進行測試，取得範圍 $c \in [0, 0.06]$ ，即 $MPSE(c)$ 在此範圍內會有變動，而 $MPSE(c)$ 在 c 大於 0.06 時變動不大。在給定預測期 h 之下，對不同 c 值計算 $MPSE(c)$ ，並以 0.0002 作計算間隔。



(圖 10) 使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測所得到的預測誤差平方
(各別呈現)。



(圖 10) 使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測所得到的預測誤差平方 (各別呈現)。

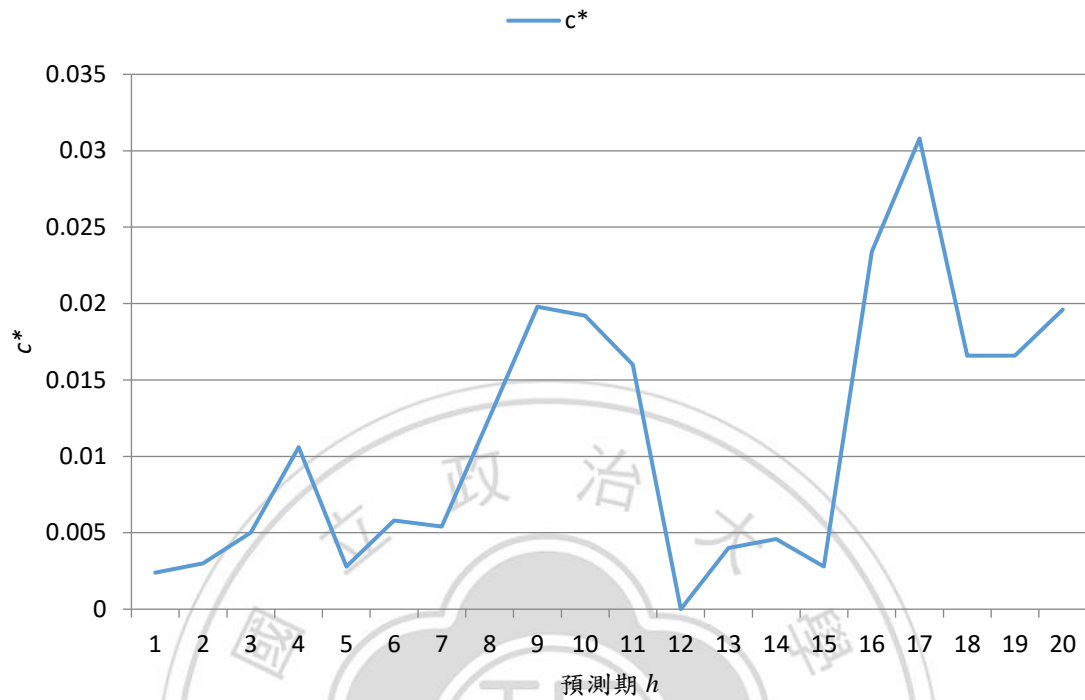


(圖 11) 使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測所得到的預測誤差平方 (綜合比較)。

(表 5) 對應不同預測期 h 時之最佳控制參數 c^* 。

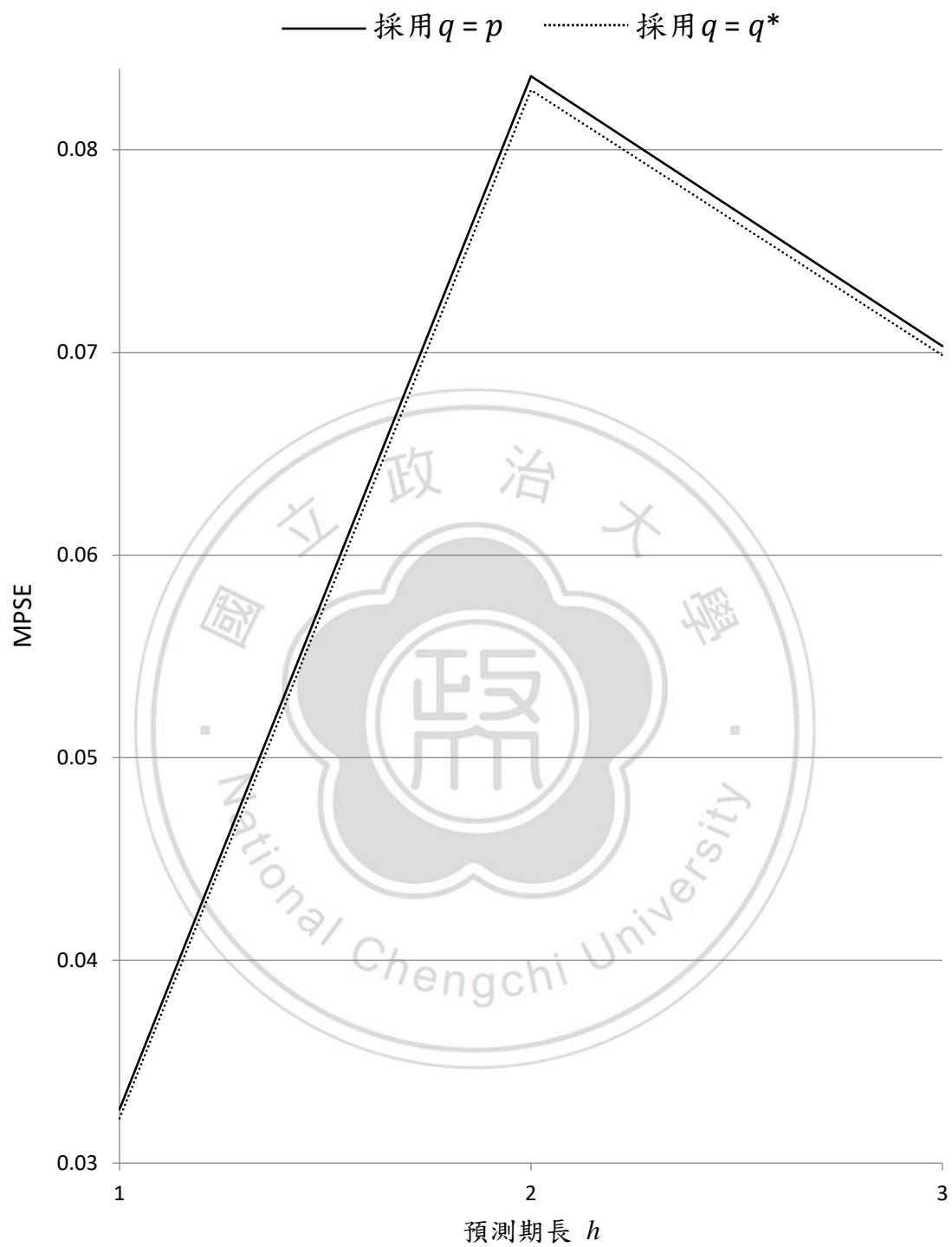
預測期 h	最佳控制參數 c^*
1	0.0024
2	0.0030
3	0.0050
4	0.0106
5	0.0028
6	0.0058
7	0.0054
8	0.0126
9	0.0198
10	0.0192
11	0.0160
12	0.0000
13	0.0040
14	0.0046
15	0.0028
16	0.0234
17	0.0308
18	0.0166
19	0.0166
20	0.0196

對應不同預測期 h 時之最佳控制參數 c^*



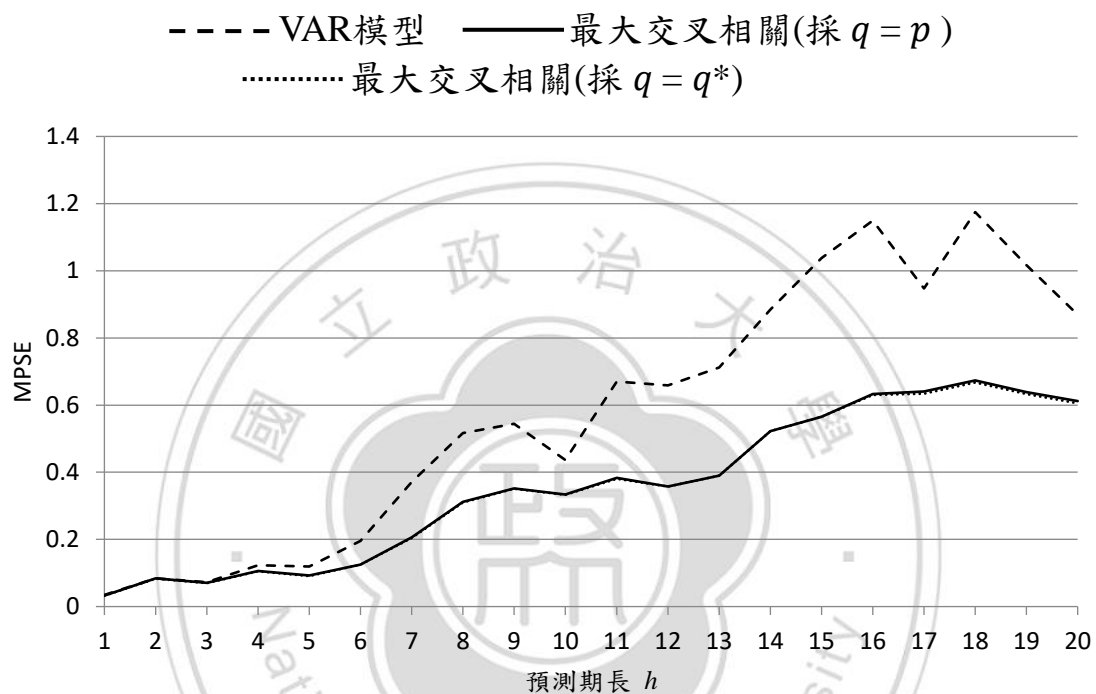
(圖 12) 對應不同預測期 h 時之最佳控制參數 c^* 。

在最大交叉相關下，將採 $q = p$ 與採 $q = q^*$ 所得到的預測平方誤差進行比較，採 $q = q^*$ 所得到的預測效果較好。將預測效果放大呈現於(圖 13)。



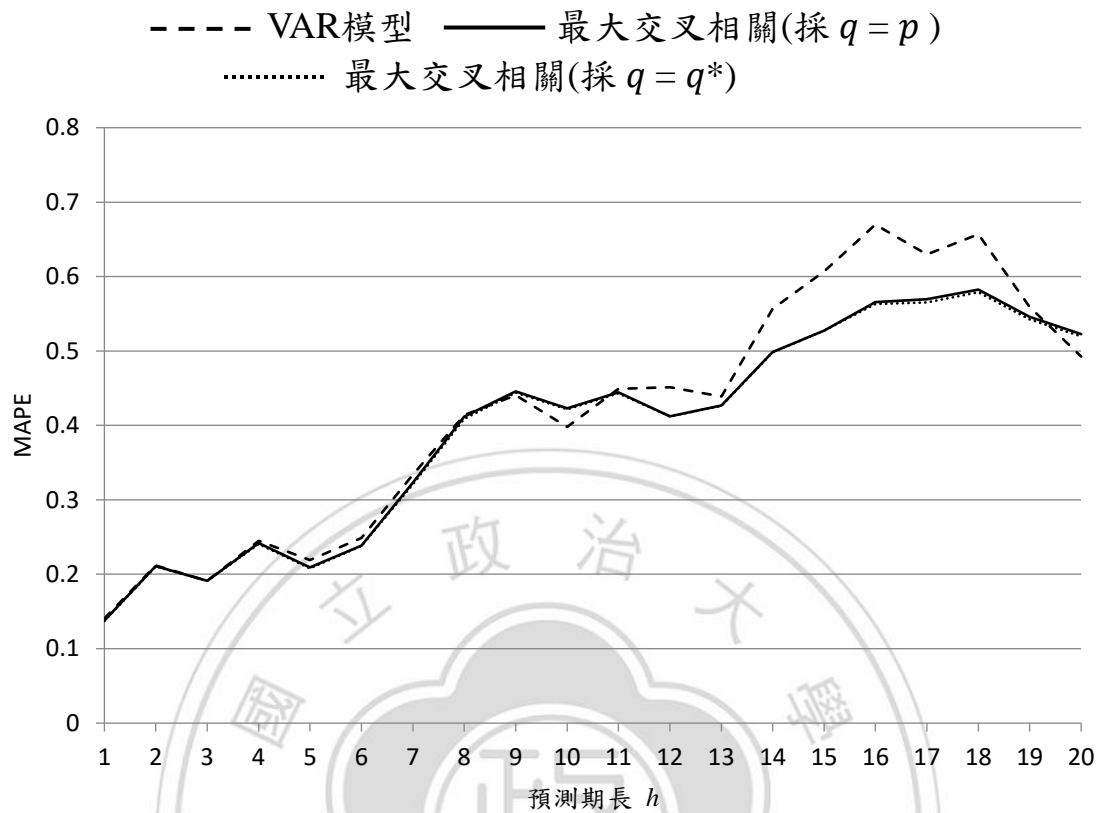
(圖 13) 比較採 $q = p$ 與採 $q = q^*$ 所得到的預測平方誤差。

將使用 VAR(p) 模型、最大交叉相關與 $q = p$ 以及最大交叉相關與 $q = q^*$ 進行預測，所得到的預測效果呈現於(圖 14)。



(圖 14) 各別使用 VAR(p) 模型、最大交叉相關與 $q = p$ 以及最大交叉相關與 $q = q^*$ 進行預測，所得到的預測效果。

若是考慮到“平方”的影響，則可以採用預測平均絕對值差 (Mean Absolute Percentage Error，簡稱 MAPE) 作為評量標準。將使用 MAPE 作為評量標準的比較結果呈現於(圖 15)。



(圖 15) 各別使用 VAR(p) 模型、最大交叉相關與 $q = p$ 以及最大交叉相關與 $q = q^*$ 進行預測，採用 MAPE 所得到的預測效果。

第五章 分析討論

在上一章可以見到使用二種方法針對採用的數據所得預測效果，而方法中的觀念與內容皆有相近與相異之處。本章將針對部份預測成效進行解釋分析。由於採用的數據皆來自特定領域且為特定範疇的資料，缺乏針對它種型態或另一類別的研究，筆者會對部份分析結果提出推論。另就本文的研究方法而言，仍有許多值得嘗試的面向，筆者也在文末提出一己之淺見。

先就分析結果作以下的整理。在預測期 $h = 1$ 時，由於使用 VAR(p) 模型預測是建立在最小平方法之上，同時只須進行一次的疊代便取得預測值；使用最大交叉相關時，採落後期 $q = p$ ，又建立於最大相關性之上，此方法等同藉最小平方法所得之預測式；故會有相同的預測平方誤差。

當預測期 $h \geq 2$ 時，在使用 VAR(p) 模型預測下，運用藉數據所建立之預測期 $h = 1$ 的模型進行 h 次疊代計算，求得預測值。而建立於最大交叉相關的方法，則是使用相同的數據量($q = p$)來建立預測式，並且在設定預測期為 h 之下，直接使用該模型進行單次代數計算取得預測值。故此兩種方法所得之預測平方誤差不同。

接著觀察分析結果，並對此結果可能的成因提出推論。使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測較使用落後期 $q = p$ 預測多考慮了變數數量。於股票市場的研究，或許因為訊息萬變、金融市場環境的恆常性不高，使用過時的市場資料不僅無法助益，反而干擾分析。文中的實例，使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測以變數數量作為懲罰指標、減少了選取較多變數的可能，如此可能導致預測效果略勝過使用最大交叉相關與落後期 $q = p$ 的預測方法。

計算預測值所花費的時間，也是相當值得討論的議題。將使用此兩種預測方法對應不同預測期 h 時之運算時間呈現於(表 6)。電腦測試環境為 Windows 7 Services Pack 1 (家庭進階版) 64 位元，1.40GHz Intel Core i3-2367M 處理器，4.00G 記憶體，R 統計軟體版本為 2.15.2 (64 位元版本)。由於使用 VAR 模型的方式，過程中包含多次疊代的計算，其所花費的時間固然較長。若同時考量預測效果，以實例分析所使用的資料而言，採取最大交叉相關方法進行預測，不但大量減少計算的時間成本，更能獲得較好的預測效果。

(表 6) 對應不同預測方法以及不同預測期 h 時之運算時間(單位：秒)。

預測期 h 預測方法	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
使用VAR模型	2.13	2.06	2.15	2.13	2.10	2.15	2.15	2.02	2.10	2.04
使用最大交叉相關	1.60	1.68	1.61	1.60	1.69	1.56	1.60	1.58	1.64	1.59

預測期 h 預測方法	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
使用VAR模型	2.12	2.15	2.33	2.45	2.97	3.66	5.40	7.44	11.77	20.32
使用最大交叉相關	1.60	1.67	1.56	1.58	1.59	1.75	1.70	1.61	1.61	1.62

然而針對向量自我迴歸模型作討論，實例分析過程中曾固定落後期 $p = 1$ ，而此模型的預測平方誤差相較於使用 AIC 準則選取落後期所建立的模型來的略小。此現象或許也和數據的領域來源有關，同上一論點，近期的資料較具參考價值。

若使用最大交叉相關與落後期 $q = p$ 預測的方式建立預測式，預測期越是長，則能用於建模的數據越是少。相較於使用 VAR(p) 模型預測，使用此種預測方法所具有的歷史訊息量的確處於劣勢。但文中範例所呈現的預測效果，此兩方法的表現恰好相反。這可能也是因為遠、近期資料在干擾分析與提供助益兩個面向具有不同的貢獻度。

相關性預測式的預測效果明顯優於向量自我迴歸模型的效果，可能是由於所採用的資料具有規律性，或是數據在一定時間間隔下具有相近的成長模式。另外，國內的股票市場具有漲跌幅限制，此舉可能有助於文中案例提升通過定態分析的可能性，同時易於模型配適。

若是比較(圖 14)與(圖 15)，可以發現“平方”的處理明顯對預測效果的評估造成影響。若是以 MAPE 作預測評量標準，則此兩種預測方法在預測期大於 9 會有明顯的差距；而對於預測期在 9 以下而言，此兩種方法的預測效果較為相近。

最後針對本研究提出以下改善建議與未來可能發展方向。若是因資料具規律使得依相關性而建立之預測式的預測效果優於向量自我迴歸模型，則在其它領域的研究中，建議也可藉由執行此兩種類型的預測分析，來偵測出資料的規律性；甚或進一步找到最適的控制參數。

此資料是取 VAR(p) 當中一方程式來進行疊代的預測，是針對基金的淨值。然而此資料之因果關係分析結果，變數間是存在相互回饋的，即基金淨值也會影響投資組合中的各股股價，故建議對其它參數也進行模型疊代的預測。說不定效果會相近於或是勝過最大相關預測式所得之預測效果。並建議嘗試對其它領域的資料進行使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測與使用落後期 $q = p$ 預測的測試，說不定會有不同的結果。

範例當中採用的為日資料。在時間序列研究領域中，也論及白噪音的影響。而日資料包含了許多不必要的訊息、干擾因子很多。若採用金融市場的時間序列資料，建議採用月資料或季資料，或許數據較能反映出真正的影響因素，也可能帶來更準確的預測結果。同時，針

對使用最大交叉相關與落後期 $q = q^*$ 預測當中所提出的落後期選取方式，建議未來的研究能夠嘗試更多類型的組合，如同早期學者提出不同面向的見解，建立了 AIC、BIC 及 HQ 等不同的選取指標。

由於實例中採用的資料通過 VAR 模型之定態檢定，故以實例分析的結果而言，當資料符合定態假設時，筆者建議採用最大交叉相關方法進行預測。並期望日後有研究能對不符合定態假設的資料，嘗試比較向量自我迴歸模型以及最大交叉相關等兩種方法對預測效果的影響。



附表一

國內股票型基金					
No.	代碼	基金名稱	No.	代碼	基金名稱
1	CI11	匯豐中小證券投資信託基金	39	CP07	瀚亞菁華證券投資信託基金
2	0002	第一金福元證券投資信託基金	40	CP10	瀚亞中小型股證券投資信託基金
3	0004	兆豐國際國民證券投資信託基金	41	CP14	瀚亞電通網證券投資信託基金
4	0005	匯豐成功證券投資信託基金	42	CS02	景順潛力證券投資信託基金
5	0012	元大寶來多元證券投資信託基金	43	CS07	景順台灣科技證券投資信託基金
6	0013	華南永昌永昌證券投資信託基金	44	CS09	景順主流證券投資信託基金
7	0014	統一統信證券投資信託基金	45	CS17	景順台灣精選成長證券投資信託基金
8	0015	富邦證券投資信託基金	46	CY01	國泰國泰證券投資信託基金
9	0017	元大寶來 2001 證券投資信託基金	47	CY03	國泰中小成長證券投資信託基金
10	0018	摩根 JF 台灣證券投資信託基金	48	CY06	國泰大中華證券投資信託基金
11	0021	新光台灣富貴證券投資信託基金	49	CY07	國泰科技生化證券投資信託基金
12	0023	群益中小型股證券投資信託基金	50	CY14	國泰小龍證券投資信託基金
13	0025	大發證券投資信託基金	51	CY21	國泰台灣計量證券投資信託基金
14	0026	匯達概念型證券投資信託基金	52	DD01	德盛台灣大壩證券投資信託基金
15	0028	群益店頭證券投資信託基金	53	DD04	德盛科技大壩證券投資信託基金
16	0029	富邦精銳中小證券投資信託基金	54	DD25	德盛安聯台灣好息富證券投資信託基金
17	AI01	柏瑞巨人證券投資信託基金	55	DF05	德信全方位證券投資信託基金
18	AP01	宏利臺灣高股息證券投資信託基金	56	DF14	德信台灣主流中小證券信託基金
19	AP04	宏利台灣動力證券投資信託基金	57	DS03	富鼎半導體證券投資信託基金
20	BR01	貝萊德寶利證券投資信託基金	58	DS19	富鼎台灣優勢證券投資信託基金
21	BT01	合庫巴黎台灣領航證券投資信託基金	59	DS21	富鼎台灣活力證券投資信託基金
22	CA03	群益馬拉松證券投資信託基金	60	FD02	富達台灣成長證券投資信託基金
23	CA04	群益長安證券投資信託基金	61	FE01	德銀遠東台灣旗艦證券投資信託基金
24	CA09	群益創新科技證券投資信託基金	62	FH01	復華復華證券投資信託基金
25	CA17	群益奧斯卡證券投資信託基金	63	FH03	復華高成長證券投資信託基金
26	CA19	群益葛萊美證券投資信託基金	64	FH06	復華數位經濟證券投資信託基金
27	CF01	未來資產阿波羅證券投資信託基金	65	FH08	復華中小精選證券投資信託基金
28	CF16	未來資產台灣新趨勢證券投資信託基金	66	FP03	富邦精準證券投資信託基金
29	CF17	未來資產活力旺中小證券投資信託基金	67	FP04	富邦長紅證券投資信託基金
30	CH01	華頓台灣證券投資信託基金	68	FP15	富邦價值證券投資信託基金
31	CH03	華頓中小型證券投資信託基金	69	FP16	富邦網路證券投資信託基金
32	CH07	華頓典範科技證券投資信託基金	70	FT01	富蘭克林華美第一富證券投資信託基金
33	CI05	匯豐龍鳳證券投資信託基金	71	FT12	富蘭克林華美台灣傘型證券投資信託基金
34	CI07	匯豐龍騰電子證券投資信託基金	72	GC01	永豐永豐證券投資信託基金
35	CI12	匯豐台灣精典證券投資信託基金	73	GC05	永豐高科技證券投資信託基金
36	CP03	瀚亞高科技證券投資信託基金	74	GC17	永豐領航科技證券投資信託基金
37	CP04	瀚亞外銷證券投資信託基金	75	IB06	惠理康和台灣紅不讓證券投資信託基金
38	CP06	瀚亞掌櫃證券投資信託基金	76	IC06	安泰 ING e 科技證券投資信託基金

附表一(續)

國內股票型基金(續)					
No.	代碼	基金名稱	No.	代碼	基金名稱
77	IC22	安泰 ING 台灣運籌證券投資信託基金	115	TS09	新光創新科技證券投資信託基金
78	IC25	安泰 ING 積極成長證券投資信託基金	116	TS10	新光店頭證券投資信託基金
79	IC30	安泰 ING 高科技證券投資信託基金	117	TS18	新光大三通證券投資信託基金
80	II01	兆豐國際第一證券投資信託基金	118	TS38	新光傳產優勢證券投資信託基金
81	III1	兆豐國際電子證券投資信託基金	119	TS39	新光增長收益證券投資信託基金
82	JF10	摩根 JF 台灣金磚證券投資信託基金	120	TS40	新光靈活增益 100 證券投資信託基金
83	JF51	摩根 JF 台灣增長證券投資信託基金	121	TT22	台新 2000 高科技證券投資信託基金
84	JF76	摩根 JF 新興科技證券投資信託基金	122	UI03	聯邦精選科技證券投資信託基金
85	JF83	摩根 JF 中小證券投資信託基金	123	UI05	聯邦中國龍證券投資信託基金
86	JF85	摩根 JF 價值成長證券投資信託基金	124	UI07	聯邦台灣創新證券投資信託基金
87	JF91	摩根 JF 台灣微型證券投資信託基金	125	YC02	華南永昌前瞻科技證券投資信託基金
88	JS01	日盛證券投資信託基金	126	YC21	華南永昌愛台灣證券投資信託基金
89	JS13	日盛新台商證券投資信託基金	127	YC22	華南永昌台灣精選證券投資信託基金
90	JS26	日盛首選證券投資信託基金	128	YC26	華南永昌中小型證券投資信託基金
91	JS30	日盛 MIT 主流證券投資信託基金	129	YT02	元大寶來多福證券投資信託基金
92	KG15	凱基台灣精五門證券投資信託基金	130	YT03	元大寶來多多證券投資信託基金
93	ML01	保德信高成長證券投資信託基金	131	YT04	元大寶來卓越證券投資信託基金
94	ML02	保德信金滿意證券投資信託基金	132	YT07	元大寶來店頭證券投資信託基金
95	ML05	保德信店頭市場證券投資信託基金	133	YT09	元大寶來高科技證券投資信託基金
96	ML06	保德信第一證券投資信託基金	134	YT11	元大寶來新主流證券投資信託基金
97	ML07	保德信科技島證券投資信託基金	135	YT12	元大寶來經貿證券投資信託基金
98	ML12	保德信新世紀證券投資信託基金	136	YT16	元大寶來巴菲特證券投資信託基金
99	ML15	保德信台商全方位證券投資信託基金	137	YT50	元大寶來績效證券投資信託基金
100	NC07	第一金萬得福精選證券投資信託基金	138	YT52	元大寶來矽谷證券投資信託基金
101	NC16	第一金電子證券投資信託基金	139	YT54	元大寶來精準中小證券投資信託基金
102	NC21	第一金大中華證券投資信託基金			
103	PS01	統一全天候證券投資信託基金			
104	PS02	統一黑馬證券投資信託基金			
105	PS03	統一龍馬證券投資信託基金			
106	PS06	統一中小證券投資信託基金			
107	PS09	統一經建證券投資信託基金			
108	PS10	統一奔騰證券投資信託基金			
109	PS14	統一大滿貫證券投資信託基金			
110	PS23	統一台灣動力證券投資信託基金			
111	TI02	匯達大利證券投資信託基金			
112	TR04	安多利高科技證券投資信託基金			
113	TS02	新光台灣永發證券投資信託基金			
114	TS08	新光國家建設證券投資信託基金			

附表二

No.	根					No.	根				
1	0.984	0.941	0.941	0.879	0.728	40	0.973	0.973	0.943	0.943	0.768
2	0.985	0.985	0.952	0.952	0.799	41	0.980	0.965	0.965	0.933	0.775
3	0.954	0.954	0.943	0.943	0.748	42	0.992	0.936	0.908	0.908	0.867
4	0.964	0.964	0.938	0.938	0.920	43	0.989	0.970	0.889	0.790	0.706
5	0.989	0.976	0.893	0.828	0.828	44	0.995	0.995	0.951	0.779	0.779
6	0.963	0.963	0.957	0.827	0.771	45	0.986	0.938	0.927	0.859	0.754
7	0.979	0.959	0.932	0.932	0.701	46	0.968	0.912	0.912	0.843	0.843
8	0.981	0.981	0.915	0.868	0.650	47	0.981	0.945	0.945	0.916	0.743
9	0.980	0.961	0.961	0.897	0.897	48	0.975	0.975	0.920	0.920	0.684
10	0.987	0.945	0.945	0.838	0.737	49	0.963	0.963	0.880	0.880	0.755
11	0.986	0.986	0.878	0.878	0.657	50	0.979	0.946	0.946	0.919	0.739
12	0.984	0.951	0.951	0.869	0.869	51	0.974	0.974	0.970	0.929	0.699
13	0.995	0.979	0.943	0.886	0.886	52	0.976	0.976	0.939	0.832	0.832
14	0.993	0.964	0.930	0.930	0.844	53	0.963	0.963	0.925	0.925	0.832
15	0.984	0.970	0.970	0.901	0.804	54	0.978	0.978	0.974	0.796	0.796
16	0.983	0.939	0.939	0.825	0.794	55	0.977	0.977	0.963	0.838	0.695
17	0.965	0.965	0.941	0.918	0.918	56	0.971	0.970	0.970	0.769	0.641
18	0.986	0.950	0.950	0.927	0.815	57	0.981	0.947	0.946	0.946	0.632
19	0.985	0.949	0.904	0.904	0.767	58	0.981	0.955	0.955	0.914	0.913
20	0.990	0.962	0.885	0.885	0.871	59	0.980	0.969	0.930	0.930	0.719
21	0.981	0.962	0.962	0.924	0.828	60	0.986	0.948	0.948	0.864	0.803
22	0.985	0.985	0.967	0.784	0.669	61	0.978	0.978	0.965	0.812	0.764
23	0.984	0.984	0.960	0.886	0.827	62	0.983	0.959	0.959	0.829	0.723
24	0.972	0.968	0.968	0.845	0.712	63	0.976	0.958	0.958	0.868	0.868
25	0.976	0.971	0.971	0.867	0.694	64	0.982	0.938	0.938	0.871	0.871
26	0.951	0.951	0.907	0.907	0.896	65	0.980	0.974	0.945	0.837	0.719
27	0.980	0.980	0.954	0.820	0.820	66	0.990	0.942	0.942	0.749	0.749
28	0.981	0.981	0.978	0.940	0.687	67	0.984	0.958	0.958	0.815	0.669
29	0.980	0.980	0.899	0.823	0.777	68	0.987	0.987	0.850	0.850	0.805
30	0.969	0.969	0.899	0.899	0.796	69	0.983	0.969	0.969	0.879	0.731
31	0.979	0.979	0.942	0.942	0.910	70	0.965	0.954	0.954	0.902	0.823
32	0.967	0.967	0.936	0.906	0.827	71	0.988	0.982	0.938	0.938	0.667
33	0.982	0.940	0.940	0.854	0.854	72	0.974	0.968	0.968	0.900	0.900
34	0.988	0.966	0.966	0.905	0.890	73	0.955	0.955	0.833	0.833	0.587
35	0.992	0.938	0.938	0.874	0.752	74	0.986	0.949	0.949	0.897	0.897
36	0.978	0.978	0.922	0.922	0.750	75	0.982	0.982	0.951	0.819	0.819
37	0.976	0.976	0.920	0.920	0.844	76	0.980	0.980	0.936	0.829	0.752
38	0.986	0.955	0.955	0.944	0.881	77	0.974	0.934	0.934	0.872	0.872
39	0.983	0.973	0.973	0.882	0.807	78	0.979	0.969	0.913	0.888	0.888

附表二(續)

No.	根					No.	根				
79	0.981	0.981	0.944	0.920	0.745	118	0.987	0.964	0.923	0.923	0.806
80	0.991	0.975	0.975	0.859	0.773	119	0.991	0.918	0.918	0.874	0.805
81	0.980	0.980	0.889	0.889	0.858	120	0.976	0.959	0.891	0.891	0.715
82	0.993	0.970	0.891	0.891	0.647	121	0.976	0.975	0.975	0.864	0.698
83	0.984	0.948	0.948	0.861	0.808	122	0.970	0.967	0.967	0.808	0.808
84	0.988	0.958	0.958	0.924	0.846	123	0.980	0.942	0.942	0.854	0.778
85	0.977	0.977	0.940	0.940	0.620	124	0.988	0.955	0.908	0.797	0.797
86	0.979	0.958	0.958	0.828	0.789	125	0.976	0.976	0.932	0.905	0.827
87	0.980	0.940	0.940	0.785	0.785	126	0.974	0.969	0.969	0.768	0.768
88	0.980	0.934	0.934	0.873	0.820	127	0.986	0.968	0.968	0.865	0.774
89	0.978	0.978	0.949	0.949	0.855	128	0.976	0.971	0.971	0.899	0.782
90	0.972	0.960	0.960	0.890	0.817	129	0.967	0.942	0.880	0.880	0.856
91	0.965	0.965	0.926	0.926	0.859	130	0.974	0.960	0.960	0.933	0.866
92	0.979	0.959	0.959	0.889	0.809	131	0.976	0.949	0.949	0.849	0.705
93	0.966	0.966	0.964	0.884	0.884	132	0.962	0.956	0.956	0.869	0.833
94	0.986	0.948	0.948	0.885	0.785	133	0.990	0.949	0.804	0.790	0.790
95	0.982	0.968	0.916	0.916	0.881	134	0.968	0.968	0.920	0.920	0.798
96	0.964	0.964	0.890	0.808	0.808	135	0.975	0.965	0.965	0.927	0.866
97	0.978	0.971	0.971	0.916	0.916	136	0.929	0.929	0.896	0.896	0.868
98	0.984	0.984	0.923	0.888	0.888	137	0.967	0.953	0.866	0.866	0.856
99	0.965	0.965	0.891	0.806	0.806	138	0.973	0.973	0.882	0.838	0.838
100	0.988	0.988	0.945	0.857	0.793	139	0.961	0.961	0.873	0.868	0.868
101	0.990	0.892	0.848	0.848	0.674						
102	0.964	0.964	0.959	0.810	0.810						
103	0.981	0.950	0.950	0.917	0.746						
104	0.965	0.917	0.917	0.783	0.783						
105	0.974	0.962	0.962	0.847	0.847						
106	0.983	0.946	0.946	0.895	0.809						
107	0.969	0.959	0.959	0.937	0.834						
108	0.985	0.968	0.968	0.864	0.864						
109	0.975	0.975	0.939	0.939	0.756						
110	0.970	0.970	0.910	0.910	0.896						
111	0.981	0.981	0.908	0.908	0.755						
112	0.982	0.982	0.937	0.868	0.780						
113	0.984	0.948	0.948	0.866	0.806						
114	0.978	0.951	0.948	0.948	0.739						
115	0.987	0.961	0.961	0.920	0.920						
116	0.984	0.984	0.872	0.872	0.778						
117	0.982	0.938	0.938	0.913	0.743						

參考文獻

- [1] H. Boudjellaba, J.N.Dufour and R. Roy (1992). Testing causality between two vectors in multivariate autoregressive moving average models. *American Statistical Association*, 87, pp.1082-1090.
- [2] P. J. Brockwell and R. A. Davis (2009) Time Series: Theory and Methods, Springer.
- [3] T. Conlon, H. J. Ruskin, and M. Crane (2010) Cross-Correlation Dynamics in Financial Time Series. *Physica A*, 388, pp.705-714.
- [4] P. h. Franses (1998). Time Series Models for Business and Economic Forecasting, Cambridge University Press, Cambridge.
- [5] M. G. Dekimpe and D. M. Hanssens (1999), Sustained spending and persistent response: A new look at long-term marketing protability, *Journal of Marketing Research*, 36, pp.397-412.
- [6] M. G. Dekimpe and D. M. Hanssens (1995) The persistence of marketing effects on sales, *Marketing Science*, 14, pp.1-21.
- [7] W. Enders (1995). Applied Econometric Time Series, JohnWiley and Sons, INC., New York.
- [8] C.W.J. Granger (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Journal of Econometrica*, vol. 37, No. 3, pp.424-438.
- [9] C.W.J. Granger (1980). Testing for causality: a personal viewpoint. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, pp.329-352.
- [10] J. Geweke (1984). Inference and causality in economic time series. In: Griliches Z, Intriligator MM (eds) *Handbook of econometrics*, vol. 2, pp.1101-1144.
- [11] C. Horváth, M. Kornelis and P. S. H. Leeang (2002). Whatmarketing scholars should know about time series analysis. SOM Research Report No. 02F17, University of Groningen.
- [12] C. Horváth, P. S. H. Leeang, J. E. Wieringa and D. R. Wittink (2003). Dynamic analysis of a marketing system based on aggregated and pooled store data. Paper under review.
- [13] C. Hsiao (1982). Autoregressive modeling and causal ordering of econometric variables. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 4, pp.243-259.

- [14] Y.C. Hung, N.F. Tseng (2012). Extracting informative variables in the validation of two-group causal relationship, to appear in *Computational Statistics*.
- [15] J.F. Hair, W.C. Black, B.J. Babin and R.E. Anderson (2010). *Multivariate Analysis*, Pearson Education.
- [16] H. Hotelling (1935). Demand Functions with Limited Budgets. *Journal of Econometrica*, vol. 3, No. 1, pp.66-78.
- [17] W.K. Härdle and L. Simar (2012). *Applied multivariate statistical analysis*, New York, Springer Verlag.
- [18] M.H. Kutner, C.J. Nachtsheim and J. Neter (2008). *Applied linear regression models*, McGraw Hill, New York.
- [19] H. Lütkepohl (2005). *New introduction to multiple time series analysis*, Springer, Berlin.
- [20] H. Lütkepohl and M.M. Burda (1997). Modified Wald tests under nonregular conditions. *Journal of Econometrica*, 78, pp.315-332.
- [21] H. Lütkepohl (1991). *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer Verlag, Berlin.
- [22] M. Moriarty and G. Salamon (1980) Estimation and forecast performance of a multivariate time series model of sales, *Journal of marketing research*, 17, pp.558.
- [23] S.G. Makridakis, S.C. Wheelwright and V.E. McGee (1983). *Forecasting: methods and applications*, Wiley, New York.
- [24] R. Mosconi and C. Giannine (1992). Non-causality in cointegrated system: representation. Estimation and testing. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, pp.399-417.
- [25] D.R. Osborn (1984). Causality testing and its implication for dynamic econometric models. *Journal of Econometrica*, 94, pp.82-96.
- [26] J. Pearl (2000). *Causality: models, reasoning, and inference*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [27] C. A. Sims (1980) Macroeconomics and reality, *Journal of Econometrica*, 48, pp.1-48.
- [28] S. Srinivasan and F.M. Bass (2001) Diagnosing competitive responsiveness: Disentangling retailer-induced and manufacturer-induced actions. Paper presented at the MSI Conference on Competitive Responsiveness, Boston.
- [29] S. M. Simkin (1974) Methods for deriving LOSVDs. *Astronomy & Astrophysics*, 31, pp.129.

- [30] H. Takada and F. M. Bass (1998) Multiple time series analysis of competitive marketing behavior, *Journal of Business Research*, 43, pp.97-107.
- [31] A. Wald(1939).Contributions to the Theory of Statistical Estimation and Testing Hypotheses". *Annals of Mathematical Statistics* , vol. 10, pp.299–326.
- [32] Y. H. Zhang, I. Cagnoni, A. Treves, A. Celotti, and L. Maraschi (2004) The Effects of Periodically Gapped Time Series on Cross-Correlation Lag Determinations. *The Astrophysical Journal*, 605, pp.98-104.
- [33] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L.A.N. Amaral and H.E. Stanley (1999) Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series, *Physical Review Letters*, 83, pp.1471-1474.

