W tym projekcie chciałbym aby zajęli się państwo analizą metody Romberga która opiera się na złożonej kwadraturze trapezowej (a więc kwadraturze Newton'a-Cotes'a) w której sukcesywnie podwajamy liczbę węzłów tzn bierzemy kolejno n=2,4,8,16,32, itd..

- Ponadto stosowana jest tzw ekstrapolacja Richardsona która wykorzystuje dwie aproksymacje całki dla $n = 2^i$ i $n = 2^{i+1}$ do utworzenia jeszcze dokładniejszych aproksymacji całki.
- Otrzymane dokładniejsze aproksymacja są dalej kilkakrotnie wykorzystywane do poprawiania aproksymacji całki.
- Powstaje w ten sposób ciąg aproksymacji $R_{i,i}, i = 1,2, \ldots$ z tzw tablicy Romberga.
- Obliczenia są przerywane gdy $\left|R_{i+1,i+1} - R_{i,i}\right| \le \epsilon$, gdzie $\epsilon > 0$ jest zadaną "dokładnością".
- Jest to więc przykład kwadratury adaptacyjnej w której krok całkowania adaptuje się do otrzymywanych wyników.
- Wzory na tablicę Romberga

$$R_{0,0} = \frac{f(a) + f(b)}{2}(b - a)$$

$$R_{n,0} = \frac{1}{2}R_{n-1,0} + h \sum_{k=1}^{2^n-1} f(a + (2k - 1)h), \qquad dla\ n \ge 1$$

$Gdzie$ $h = \frac{b-a}{2^n}$

$$R_{i,j} = R_{i,j-1} + \frac{R_{i,j-1} - R_{i-1,j-1}}{4^j - 1}, \qquad dla\ i \ge 1, j \ge 1.$$

Ogólnie to celem projektu jest zaplanowanie i wykonanie eksperymentów numerycznych mających na celu
określenie jaki jest rząd i-tej aproksymacji (tzn podejrzewamy że błąd jest $O(h_i^r)$ gdzie h_i krok całkowania w i-tej iteracji) oraz jak dużo średnio iteracji trzeba wykonać aby osiągnąć zadaną "dokładność".

Etapy pracy

1. Implementacja metody Romberga w VBA.
2. Wybór zbioru funkcji to testowania dokładności metody (takich dla których znamy dokładne wartości całek).
3. Zebranie danych do analizy - napisanie funkcji w VBA które będą generowały odpowiednie dane.
4. Analiza i wizualizacja wyników.