1. Zadania rozwiązywane bez użycia komputera

1.1. Analiza algorytmów

Zadanie 1.

Wiązka zadań *Ciągi rekurencyjne*

Dana jest następująca funkcja rekurencyjna:

funkcja ***wynik*****(*i*)**
    jeżeli *i* < 3
        zwróć 1 i **zakończ**;
    w przeciwnym razie
        jeżeli *i* mod 2 = 0
            zwróć *wynik*(*i* – 3) + *wynik*(*i* – 1) + 1
        w przeciwnym razie
            zwróć *wynik*(*i* – 1) mod 7

Uwaga: Operator mod oznacza resztę z dzielenia.

1.1.

Uzupełnij poniższą tabelę:

i	**wynik(*i*)**
2	1
3	1
4	3
5	3
6	5
7	5
8	9

1.2.

Wykonaniem elementarnym nazywać będziemy wykonanie *wynik*(0), *wynik*(1) lub *wynik*(2). Natomiast *złożonością elementarną* *wynik*(*i*) nazywamy liczbę *wykonań elementarnych* będących efektem uruchomienia *wynik*(*i*). Złożoność elementarną *wynik*(*i*) oznaczamy przez *E*(*i*).

Na przykład złożoność elementarna *wynik*(4) wynosi *E*(4) = 2, ponieważ wykonując *wynik*(4), wywołamy *wynik*(3) i *wynik*(1) (wykonanie elementarne), a z kolei przy wykonaniu *wynik*(3) wywołamy *wynik*(2) (drugie wykonanie elementarne).

Uzupełnij poniższą tabelę:

i	*E*(*i*)
0	1
3	1
5	2
7	3
9	5
10	8

Okazuje się, że *E*(*i*) można opisać rekurencyjnym wyrażeniem, którego niekompletną postać podajemy poniżej. Uzupełnij brakujące miejsca tak, aby *E*(*i*) dawało poprawną złożoność elementarną *wynik*(*i*) dla każdego całkowitego nieujemnego *i*.

E(0) = E(1) = E(2) = 1
E(*i*) = <u>E(i - 3) + E(i - 1)</u> dla parzystego *i* > 2
E(*i*) = <u>E(i - 1)</u> dla nieparzystego *i* > 2

1.3.

Naszym celem jest wyznaczenie największej liczby spośród wartości funkcji *wynik*(0), *wynik*(1),…,*wynik*(1000) bez konieczności rekurencyjnego wyznaczania kolejnych wartości. Poniżej prezentujemy niekompletny algorytm realizujący to zadanie.

W[0] ← 1
W[1] ← 1
W[2] ← 1
max_wart ← 1
dla *i* = 3, 4, …, 1 000 **wykonuj**
  jeżeli *i* mod 2 = 0
    <u>*W*[*i*] ← W[*i – 3*] + W[*i – 1*] + 1</u>
  w przeciwnym razie
    <u>*W*[*i*] ← W[*i – 1*] mod 7</u>
  jeżeli *W*[*i*] > *max_wart*
    <u>*max_wart ← W[i]*</u>
zwróć *max_wart*

Uzupełnij brakujące miejsca w algorytmie tak, aby zwracał on największą liczbę spośród *wynik*(0), *wynik*(1),…,*wynik*(1000).

Komentarz do zadania

1.1.

Do rozwiązania tego zadania stosujemy definicję rekurencyjną *wynik*(*i*), wynikającą wprost z podanego pseudokodu:

wynik(0) = *wynik*(1) = *wynik*(2)=1 *wynik*(*i*) = *wynik*(*i* – 3) + *wynik*(*i* – 1) + 1 dla parzystych *i*>2 *wynik*(*i*) = *wynik*(*i* – 1) mod 7 dla nieparzystych *i*>2 A zatem:

- *wynik*(3) = *wynik*(2) mod 7 = 1 mod 7 = 1
- *wynik*(4) = *wynik*(3) + *wynik*(1) + 1 = 1 + 1 + 1 = 3