Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Modelowanie i identyfikacja

Sprawozdanie z projektu nr 1
Zadanie nr 36

Jakub Sikora
nr albumu 283418

Warszawa, 16 kwietnia 2018

Spis treści

1. Model obiektu

W ramach projektu należało zbadać ciągły, nieliniowy model w przestrzeni stanu opisany równaniami:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} x_1(t) + x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{1}{T_1 T_2} x_1(t) + \frac{K}{T_1 T_2} (\alpha_1 u(t) + \alpha_2 u^2(t) + \alpha_3 u^3(t) + \alpha_4 u^4(t))$$

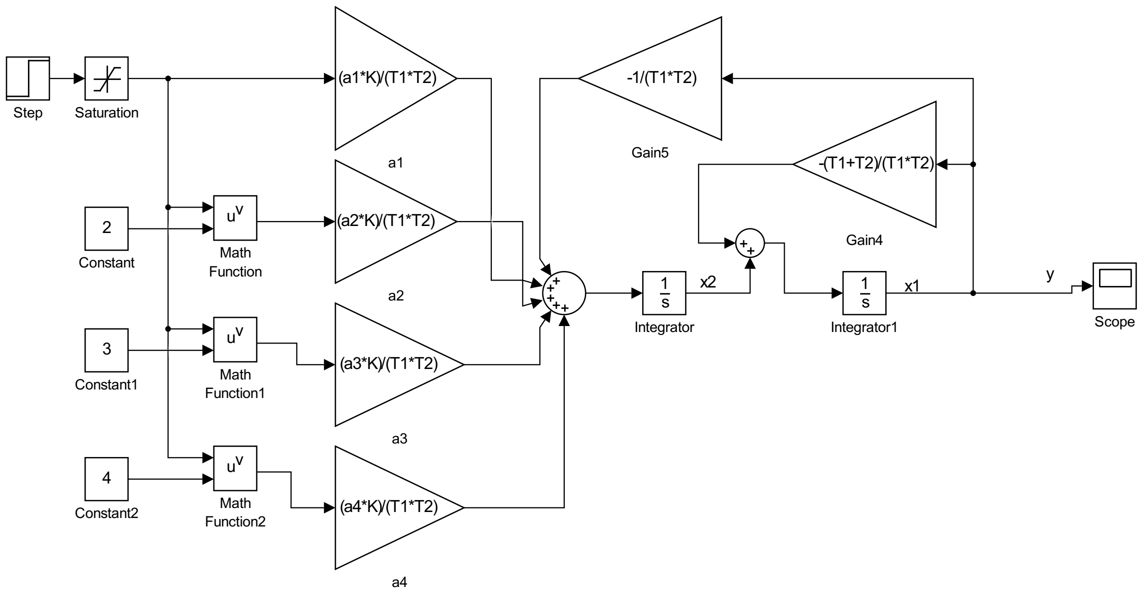
$$y(t) = x_1(t)$$

Stałe użyte w modelu: $K = 4,5, T_1 = 8, \alpha_1 = -0,28, \alpha_2 = -0,9, \alpha_3 = 0,35, \alpha_4 = 0,3$. Dodatkowo, sygnał sterujący spełnia warunek $-1 \leqslant u \leqslant 1$.

2. Zadania obowiązkowe

2.1. Zadanie 1

W ramach zadania pierwszego należało wyznaczyć reprezentację graficzną dynamicznego modelu ciągłego. W celu usprawnienia pracy, zdecydowałem się na przedstawienie modelu za pomocą podstawowych elementów w Simulinku. Głównym elementem modelu są integratory czyli elementy całkujące. Dodatkowo, w reprezentacji graficznej znalazły się elementy potęgujące które umożliwiają generowanie zadanego nieliniowego sterowania.



Rysunek 2.1. Reprezentacja graficzna dynamicznego modelu ciągłego

2.2. Zadanie 2

Następnym zadaniem było wyznaczenie dynamicznego modelu dyskretnego oraz jego reprezentację graficzną. Do wyznaczenia modelu dyskretnego posłużyłem się metodą dyskretyzacji Eulera w przód Zakłada ona że:

$$\frac{dx(t)}{dt} \mapsto \frac{x[k+1]-x[k]}{T_p}$$

gdzie T_p jest czasem dyskretyzacji zwanym również okresem próbkowania. Pozostałe zmienne stanu oraz funkcję wyjścia zamieniamy na ich dyskretne odpowiedniki:

$$x(t) \mapsto x[k]$$

$$y(t) \mapsto y[k]$$

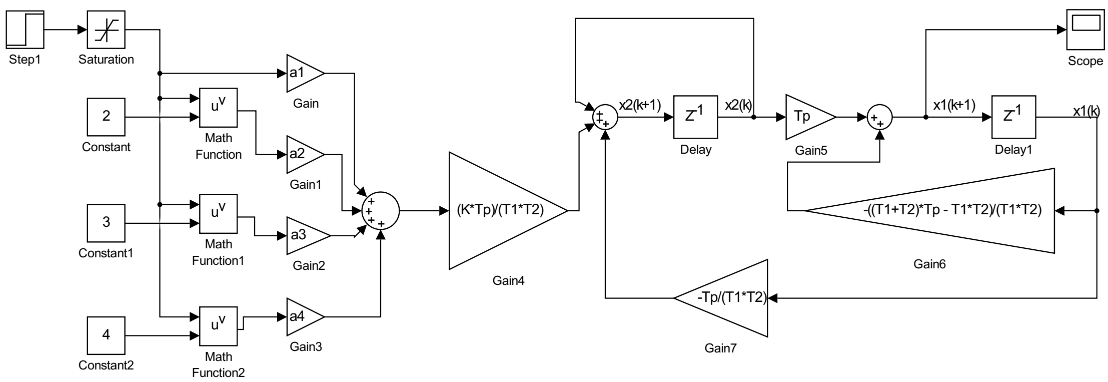
Po wstawieniu tych zależności do pierwotnego modelu otrzymałem następujące zależności:

$$x_1[k+1] = -\left(\frac{(T_1+T_2)T_p}{T_1T_2}+1\right)x_1[k] + T_p x_2[k]$$

$$x_2[k+1] = -\frac{T_p}{T_1T_2}x_1[k] + x_2[k] + \frac{KT_p}{T_1T_2}\left(\alpha_1 u[k] + \alpha_2 u^2[k] + \alpha_3 u^3[k] + \alpha_4 u^4[k]\right)$$

$$y[k] = x_1[k]$$

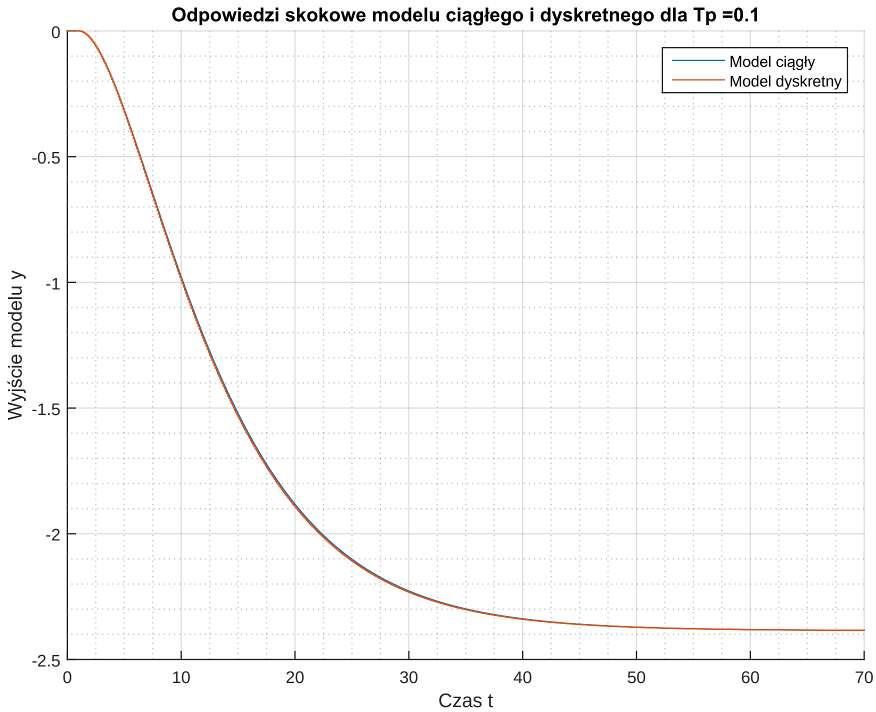
Powyżej znajduje się odpowiadająca modelowi reprezentacja graficzna. Kluczowymi elementami są człony opóźniające, które opóźniają sygnał wejściowy o jedną próbkę.



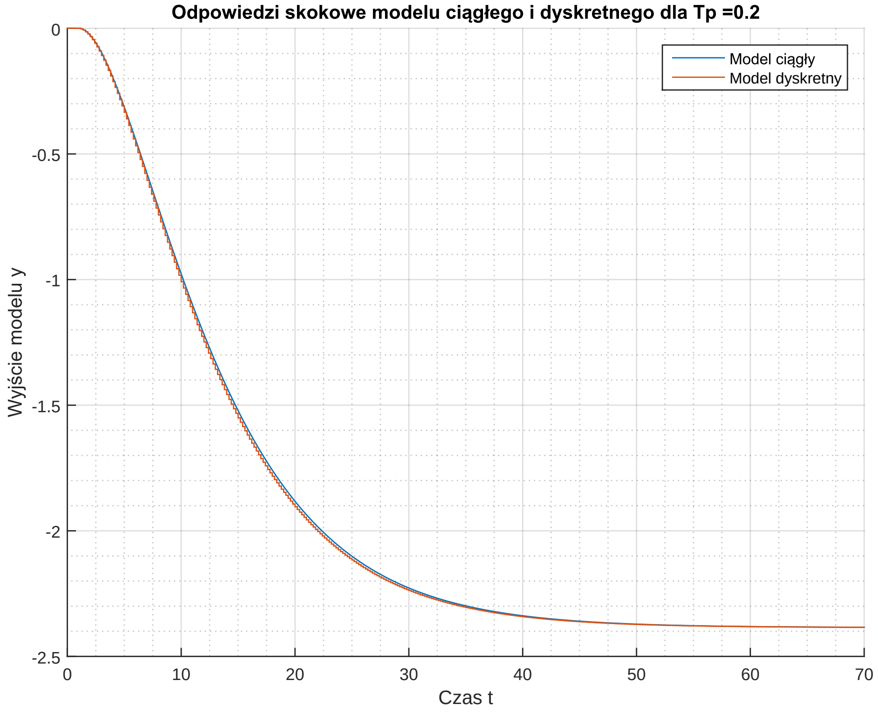
Rysunek 2.2. Reprezentacja graficzna dynamicznego modelu dyskretnego

2.3. Zadanie 3

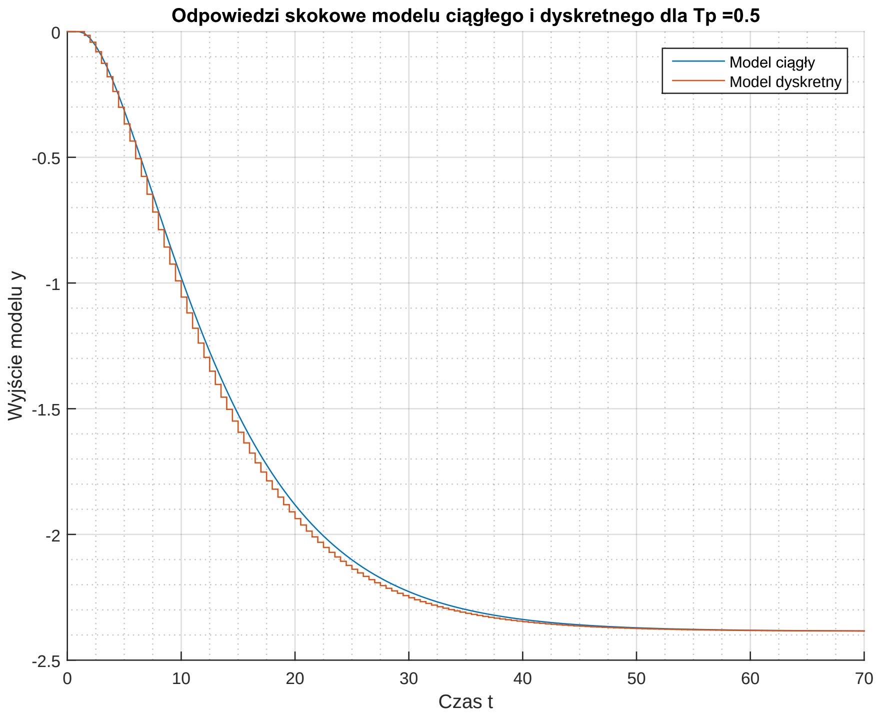
Mając równania modelu ciągłego i dyskretnego przystąpiłem do symulacji dla tego samego skoku sterującego przy zerowych warunkach początkowych. Odpowiedzi skokowe porównałem dla okresów próbkowania $0,1, 0,2, 0,5, 1, 2,5$ sekund. Uzyskane odpowiedzi znajdują się na rysunkach poniżej. Kolorem pomarańczowym narysowana jest odpowiedź modelu dyskretnego a niebieskim modelu ciągłego.



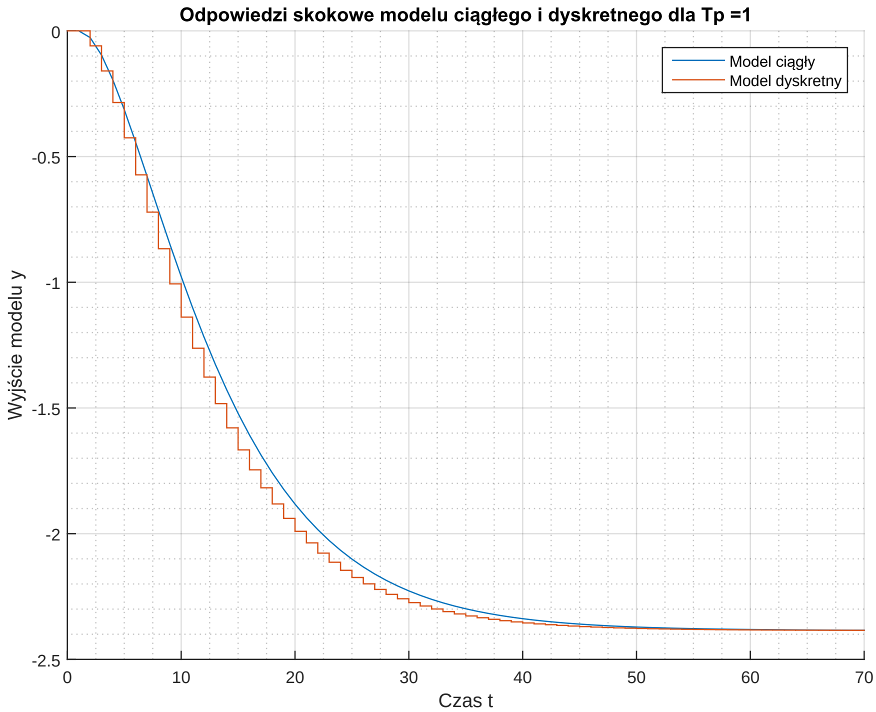
Rysunek 2.3. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu ciągłego i dyskretnego dla okresu próbkowania $T_p = 0.1$



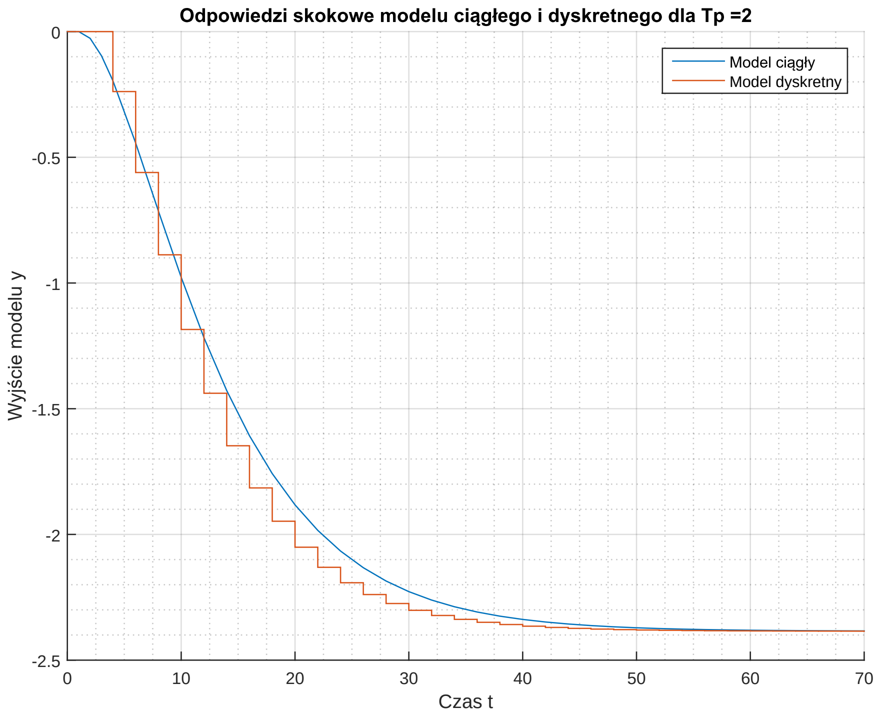
Rysunek 2.4. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu ciągłego i dyskretnego dla okresu próbkowania $T_p = 0.2$



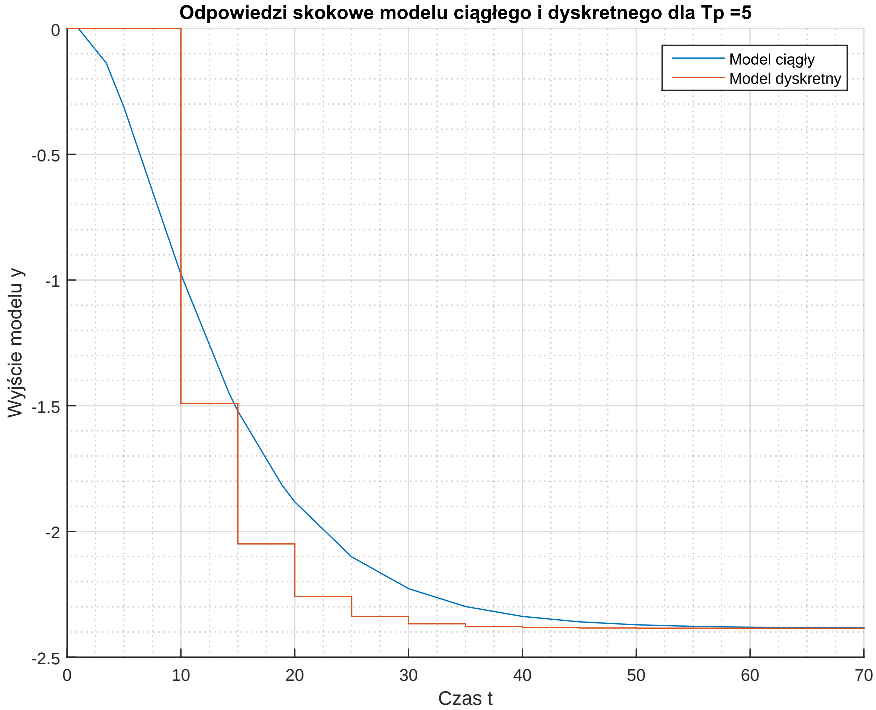
Rysunek 2.5. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu ciągłego i dyskretnego dla okresu próbkowania $T_p = 0.5$



Rysunek 2.6. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu ciągłego i dyskretnego dla okresu próbkowania $T_p = 1$



Rysunek 2.7. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu ciągłego i dyskretnego dla okresu próbkowania $T_p = 2$



Rysunek 2.8. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu ciągłego i dyskretnego dla okresu próbkowania $T_p = 5$

Z wykresów jasno wynika że przy krótkich okresach próbkowania, odpowiedź modelu dyskretnego dobrze odwzorowuje odpowiedź modelu ciągłego. Obliczanie odpowiedzi takiego modelu może być obliczeniowo skomplikowane i często może nie być fizycznie możliwe. Przy zwiększaniu okresu próbkowania, dokładność takiego modelu znacznie maleje. Podczas pracy na urządzeniach o ograniczonej zdolności obliczeniowej należy wziąć pod uwagę numeryczne uwarunkowanie zadania oraz wymaganą dokładność odpowiedzi i na tej podstawie dobrać okres próbkowania.

2.4. Zadanie 4

Ważną charakterystyką obiektu jest jego charakterystyka statyczna. Mówi ona o tym jak zależy wyjście procesu od sterowania $y(u)$. Wszystkie zmienne stanu, wejścia i wyjścia są w tym przypadku stałe. W związku tym wszystkie pochodne w modelu stają się zerami, obiekt traci dynamikę a równania modelu przestają być równaniami różniczkowymi. W związku z tym w celu wyznaczenia charakterystyki statycznej należy wszystkie pochodne wyzerować i wszystkie funkcje uniezależnić od czasu. Następnie za pomocą kilku prostych przekształceń algebraicznych należy uzyskać charakterystykę wyjścia y w funkcji sterowania u.

$$\frac{dx(t)}{dt} = 0$$

$$x(t) = x$$

Charakterystykę statyczną można również uzyskać przy pomocy modelu dyskretnego. Biorąc pod uwagę że wszystkie sygnały są stałe w czasie, należy uniezależnić wszystkie zmienne od aktualnej próbki. Następnie, podobnie jak w przypadku modelu ciągłego, staramy się uzyskać charakterystykę wyjścia y w funkcji stałego sterowania u.

$$x[k+1] = x[k] = x$$

Moje rozważania rozpocząłem od modelu ciągłego. Zakładając że:

$$x_1 = const, x_2 = const, u = const, y = const$$

doszedłem do równań:

$$0 = -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} x_1 + x_2$$

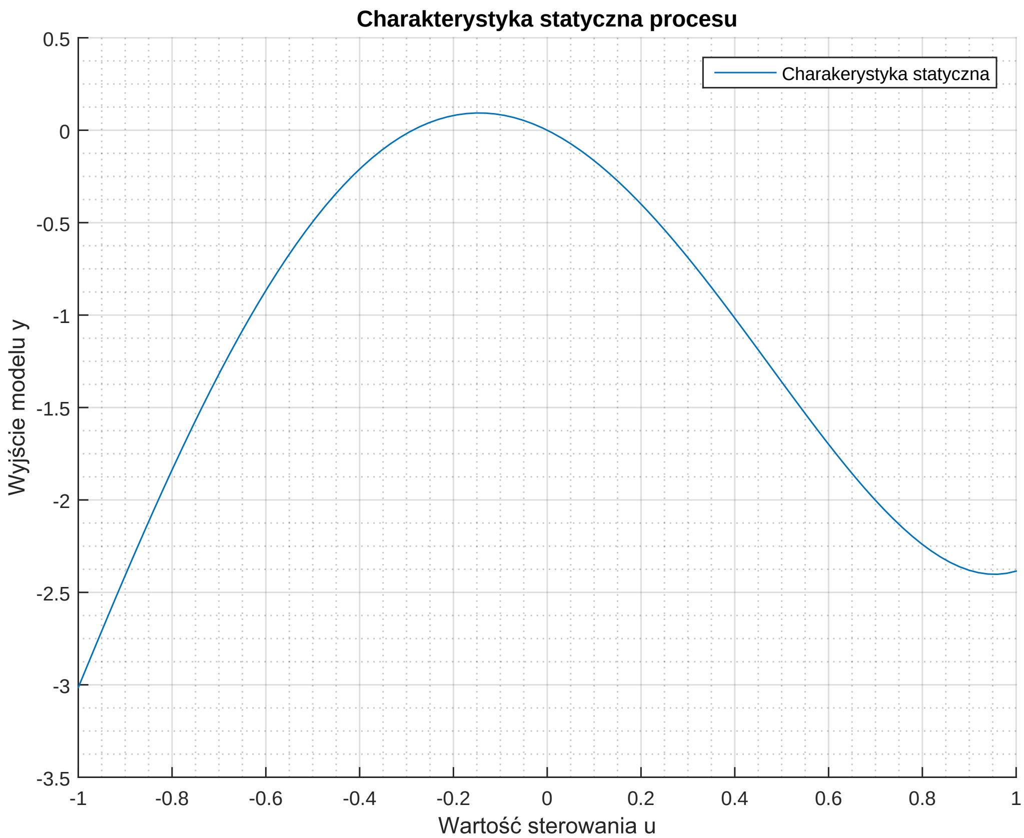
$$0 = -\frac{1}{T_1 T_2} x_1 + \frac{K}{T_1 T_2} (\alpha_1 u + \alpha_2 u^2 + \alpha_3 u^3 + \alpha_4 u^4)$$

$$y = x_1$$

Po kilku trywialnych przekształceniach uzyskałem postać równania $y(u)$:

$$y = K(\alpha_1 u + \alpha_2 u^2 + \alpha_3 u^3 + \alpha_4 u^4)$$

Uzyskana charakterystyka zgodnie z oczekiwaniami jest mocno nieliniowa. Funkcja $y(u)$ jest wielomianem czwartego rzędu.



Rysunek 2.9. Charakterystyka statyczna modelu

2.5. Zadanie 5

W celu usunięcia nieliniowości i ułatwienia sterowania obiektem, stosuje się linearyzacje lokalną. W podpunkcie piątym wyznaczyłem charakterystykę statyczną zlinearyzowaną. Taka charakterystyka bardzo mocno zależy od punktu pracy. Wzór na linearyzację lokalną:

$$y(t) \approx \bar{y} + \frac{d\bar{y}(t)}{dt}(y - \bar{y})$$

W rozważanej charakterystyce, elementami wnoszącymi nieliniowość są wyższe potęgi u czyli u^2, u^3, i u^4.

$$\alpha u^2(t) \approx \alpha \bar{u}^2 + \alpha 2\bar{u}(u - \bar{u})$$

$$\alpha u^3(t) \approx \alpha \bar{u}^3 + \alpha 3\bar{u}(u - \bar{u})$$

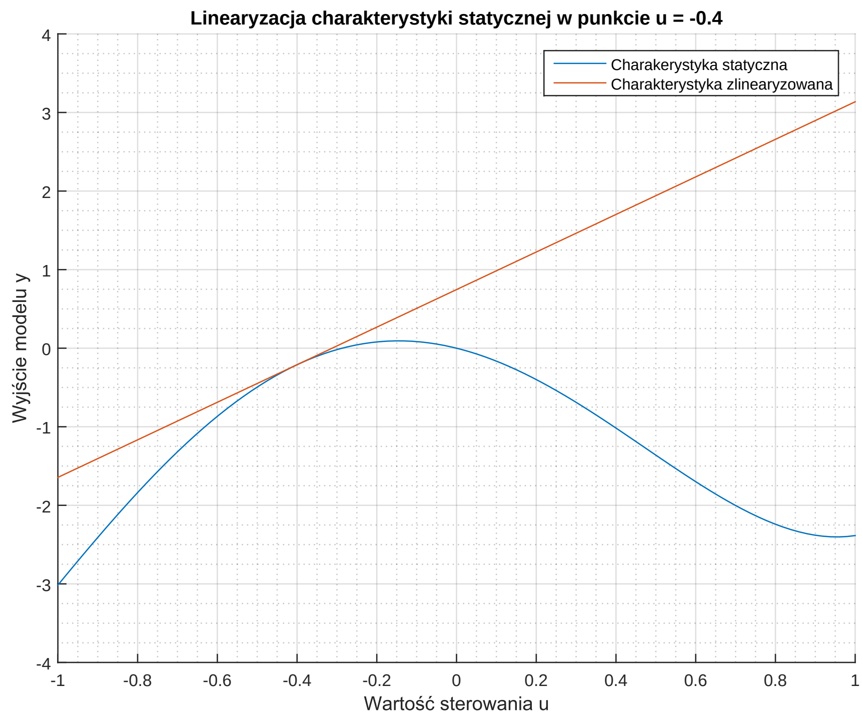
$$\alpha u^4(t) \approx \alpha \bar{u}^4 + \alpha 4\bar{u}(u - \bar{u})$$

Ostatecznie charakterystyka statyczna zlinearyzowana ma postać:

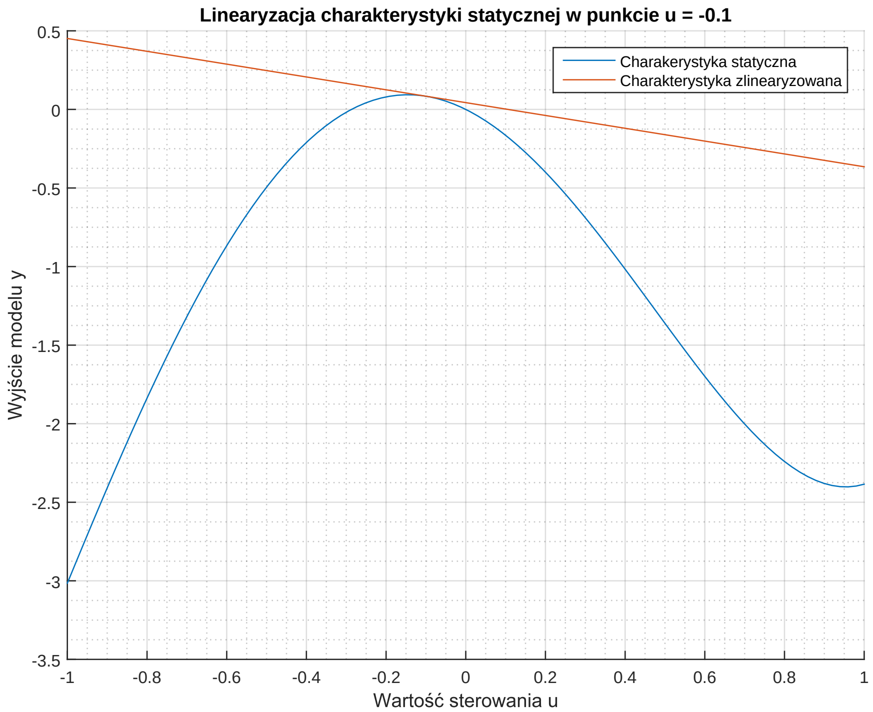
$$y(u) \approx K[\alpha_1 u + \alpha_2 \bar{u}^2 + \alpha_3 \bar{u}^3 + \alpha_4 \bar{u}^4 + (2\alpha_2 \bar{u} + 3\alpha_3 \bar{u}^2 + 4\alpha_4 \bar{u}^3)(u - \bar{u})]$$

2.6. Zadanie 6

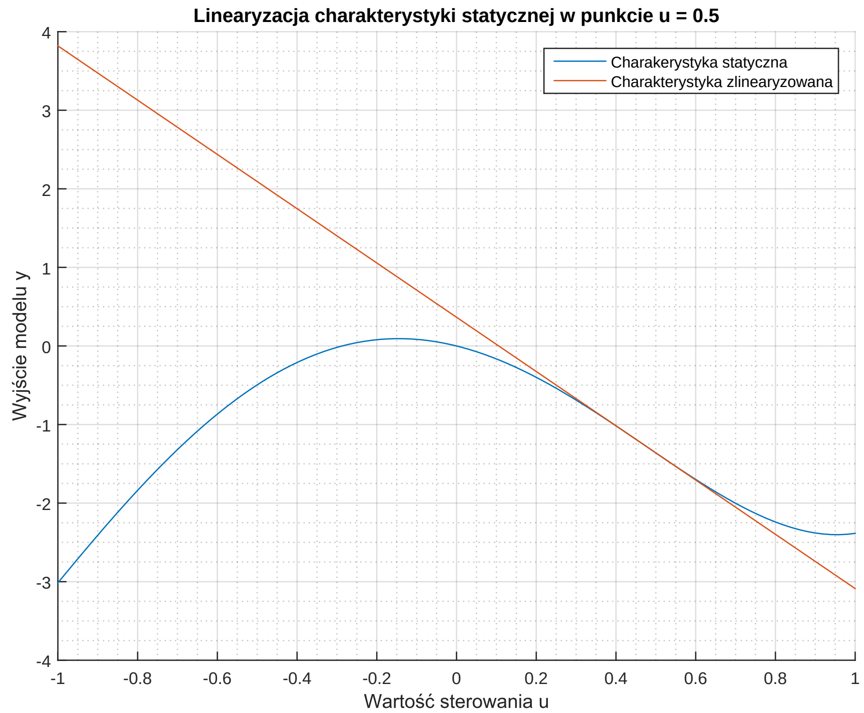
Mając już wcześniej wyznaczoną charakterystykę statyczną zlinearyzowaną, można porównać ją z charakterystyką statyczną nieliniową.



Rysunek 2.10. Charakterystyka nieliniowa i zlinearyzowana w punkcie $u = -0.4$



Rysunek 2.11. Charakterystyka nieliniowa i zlinearyzowana w punkcie $u = -0.1$



Rysunek 2.12. Charakterystyka nieliniowa i zlinearyzowana w punkcie $u = 0.5$

Jak widać na powyższych wykresach, nachylenie charakterystyki zlinearyzowanej jest zależne od wyboru punktu linearyzacji. Przy projektowaniu układów regulacji należy pamiętać że linearyzacja jest lokalna i jest dobra wtedy i tylko wtedy, gdy obiekt pracuje blisko określonego punktu pracy. Dodatkowo, należy unikać linearyzacji w pobliżu ekstremum charakterystyki nieliniowej, gdyż powoduje to że uzyskana charakterystyka statyczna zlinearyzowana jest bliska funkcji stałej.

2.7. Zadanie 7

Z linearyzacji statycznej możemy korzystać gdy rozważany model jest statyczny, czyli jest opisany równaniami algebraicznymi. Gdy model opisany jest równaniami różniczkowymi (czyli jest modelem dynamicznym), z pomocą przychodzi nam linearyzacja dynamiczna. Funkcje nieliniowe zamieniamy na funkcję liniową, przy pomocy szeregu Taylora. Zmienną niezależną nie jest czas t, a funkcja $y(t)$. W ogólności wzór na charakterystykę dynamiczną zlinearyzowaną wygląda w następujący sposób:

$$y(t) \approx \bar{y} + \frac{dy(\bar{t})}{dt}(y(t) - \bar{y})$$

Linearyzacja dynamiczna modeli dyskretnych wygląda analogicznie:

$$y[k] \approx \bar{y} + \frac{dy(\bar{t})}{dt}(y[k] - \bar{y})$$

W celu linearyzacji dynamicznej rozważanego modelu dyskretnego należy zlokalizować które człony wnoszą nieliniowość.

Dla przypomnienia, rozważany model dyskretny ma następującą postać:

$$x_1[k+1] = -\Big(\frac{(T_1+T_2)T_p}{T_1T_2} + 1\Big)x_1[k] + T_px_2[k]$$

$$x_2[k+1] = -\frac{T_p}{T_1T_2}x_1[k] + x_2[k] + \frac{KT_p}{T_1T_2}(\alpha_1u[k] + \alpha_2u^2[k] + \alpha_3u^3[k] + \alpha_4u^4[k])$$

$$y[k] = x_1[k]$$

Podobnie jak w przypadku statycznym, jedyną funkcją nieliniową jest wielomian zależny od sterowania u. Aby wyznaczyć końcową charakterystykę, zlinearyzowałem pojedynczo poszczególne elementy tego wielomianu.

$$u^2[k] \approx \bar{u}^2 + 2\bar{u}(u[k] - \bar{u})$$

$$u^3[k] \approx \bar{u}^3 + 3\bar{u}(u[k] - \bar{u})$$

$$u^4[k] \approx \bar{u}^4 + 4\bar{u}(u[k] - \bar{u})$$

Po podstawieniu powyższych zależności do równania na drugą zmienną stanu otrzymałem następujący model:

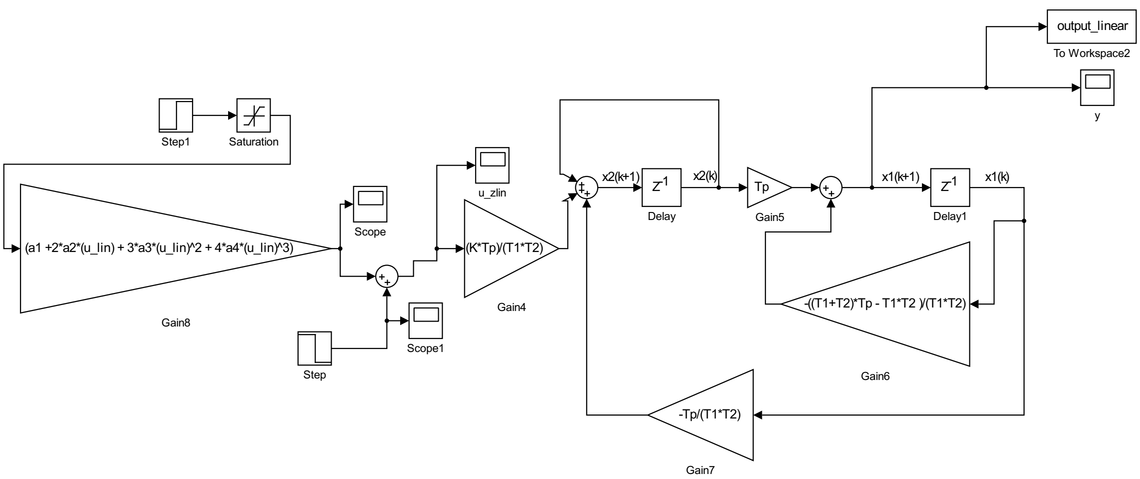
$$x_1[k+1] = -\left(\frac{(T_1+T_2)T_p}{T_1T_2}+1\right)x_1[k] + T_p x_2[k]$$

$$x2[k+1] = -\frac{T_p}{T_1T_2}x_1[k] + x_2[k] + \frac{KT_p}{T_1T_2}\Big[(\alpha_1 + 2\alpha_2\bar{u} + 3\alpha_3\bar{u}^2 + 4\alpha_4\bar{u}^3)u - \alpha_2\bar{u}^2 - 2\alpha_3\bar{u}^3 - 3\alpha_4\bar{u}^4\Big]$$

$$y[k] = x_1[k]$$

2.8. Zadanie 8

Mając model dyskretny dynamiczny zlinearyzowany, można wyznaczyć reprezentację graficzną tego modelu, w celu późniejszej symulacji. Podobnie jak wcześniej, model przedstawiłem w środowisku Simulink. Jako że jest to model dyskretny, głównymi elementami są bloki opóźniające o jedną próbkę. Dodatkowo w modelu występują składowe stałe. Zostały one przedstawione jako skok który wykonuje swój skok w tej samej w chwili co sterowanie.



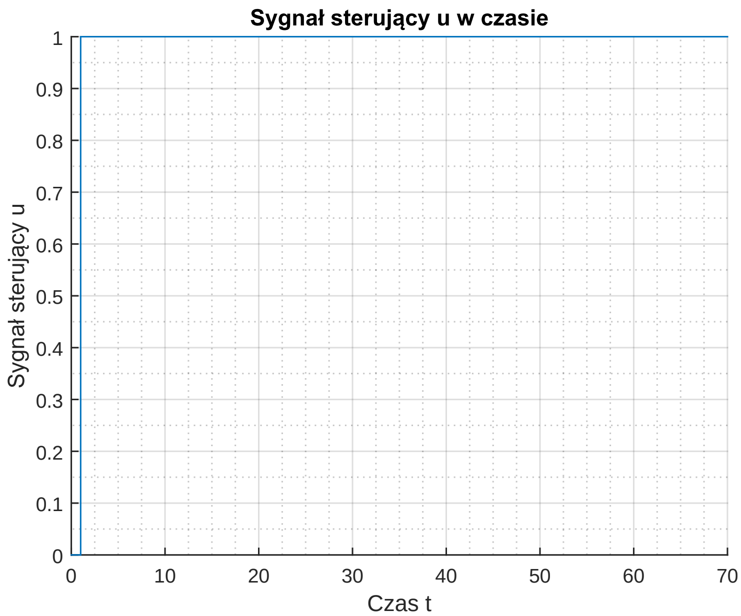
Rysunek 2.13. Reprezentacja graficzna dyskretnego modelu dynamicznego zlinearyzowanego

2.9. Zadanie 9

W kolejnym punkcie porównałem odpowiedzi skokowe dyskretnych modeli nieliniowego i zlinearyzowanego. Dla obu modeli przyjąłem jednakowy okres próbkowania $T_p = 1$ s. W celu ujednolicenia wyników badania prowadziłem w tych samych punktach linearyzacji $\bar{u_1} = 1$, $\bar{u_2} = -0,4$, $\bar{u_3} = 0,4$

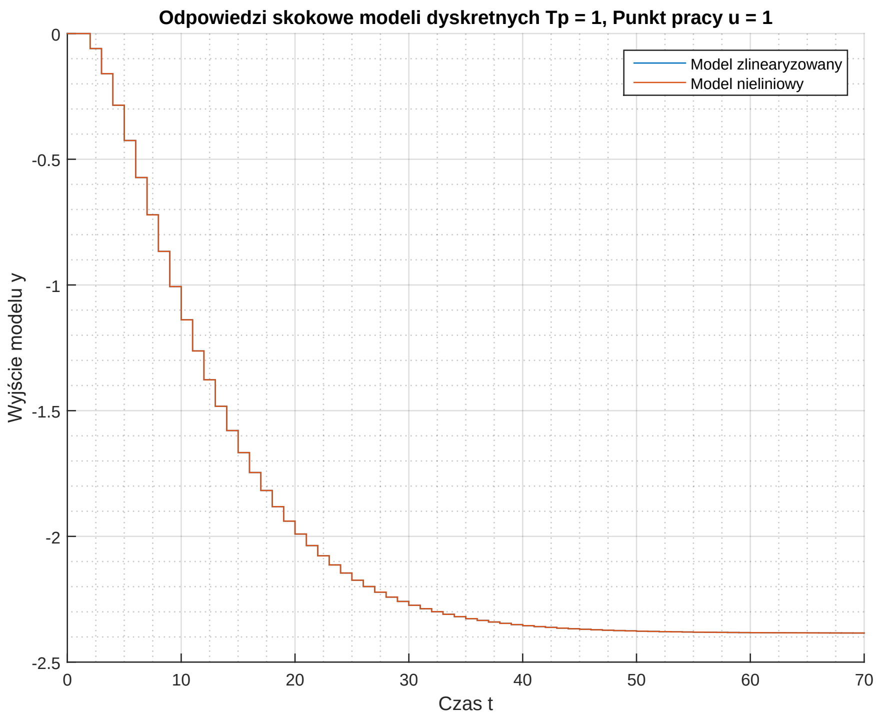
2.9.1. Skok jednostkowy

Pierwszym badanym wymuszeniem był skok jednostkowy w chwili $t = 1$s, od $u = 0$ do $u = 1$.

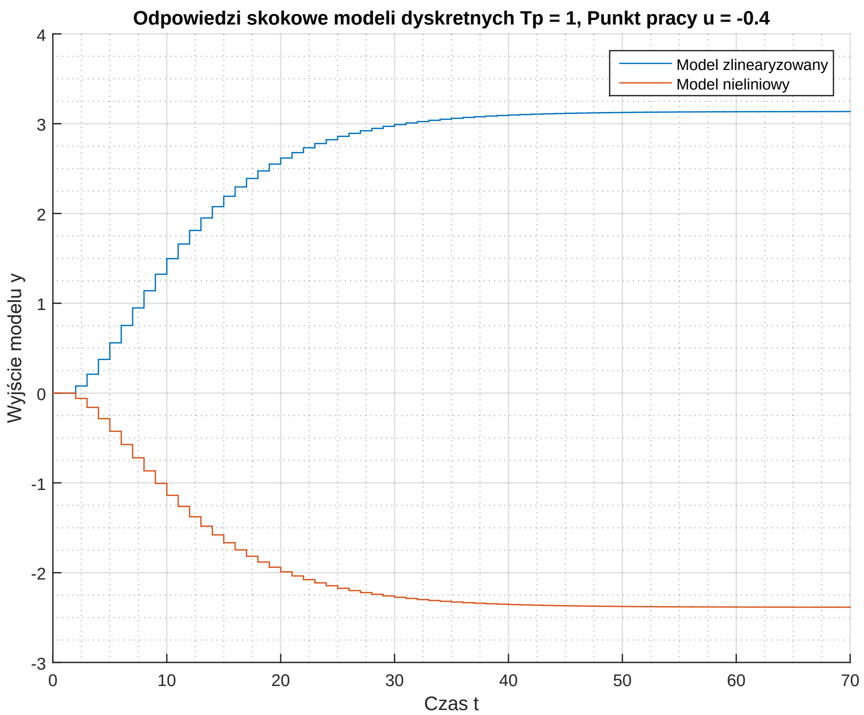


Rysunek 2.14. Postać wymuszenia - skok jednostkowy od $u = 0$ do $u = 1$

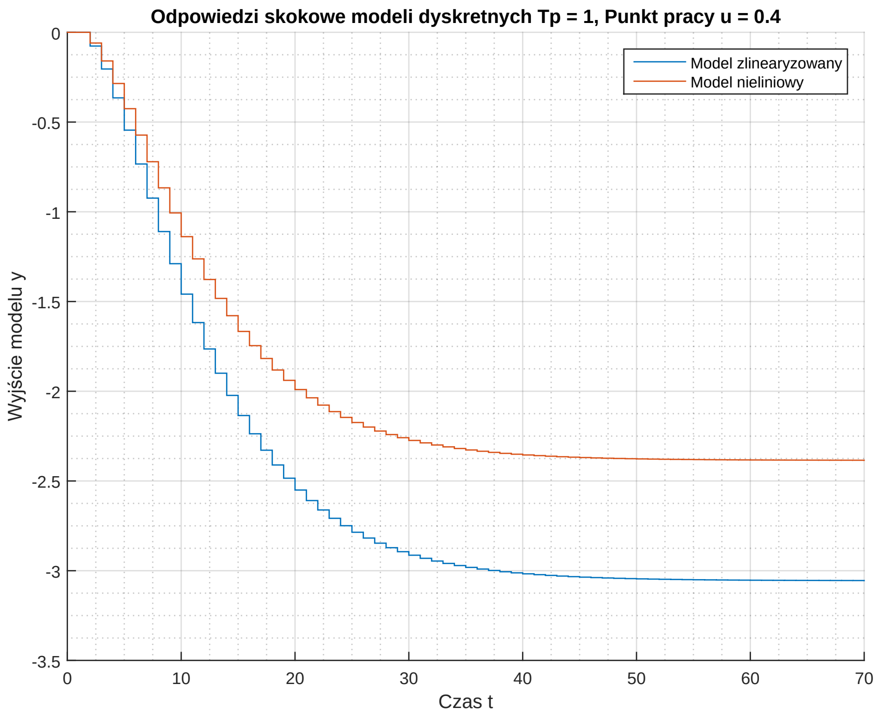
Z pomocą simulinka, uzyskałem następujące odpowiedzi:



Rysunek 2.15. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 1$



Rysunek 2.16. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = -0,4$

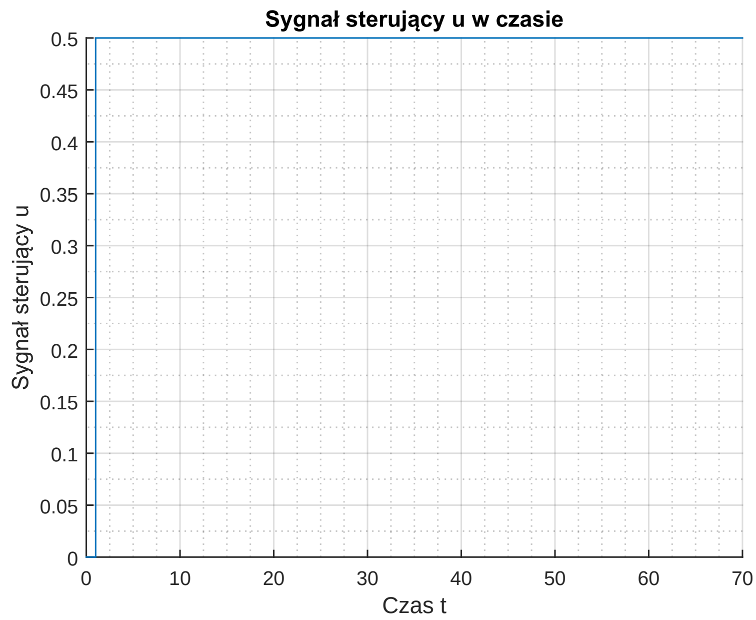


Rysunek 2.17. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 0,4$

Na podstawie wykresów można stwierdzić że model jest najdokładniejszy gdy punkt linearyzacji nie różni się znacznie od rzeczywistej wartości sterowania. W przypadku gdy punkt linearyzacji i rzeczywisty punkt pracy są sobie równe, modele zachowują się tożsamo. W momencie gdy punkt linearyzacji znacznie się różni od rzeczywistego punktu pracy, różnice w odpowiedziach mogą być kolosalne. Przy przyjęciu punktu linearyzacji $u = -0,4$, wzmocnienie różni się znakiem co jest tak istotnym błędem że sprawia że ten model jest nieakceptowalny.

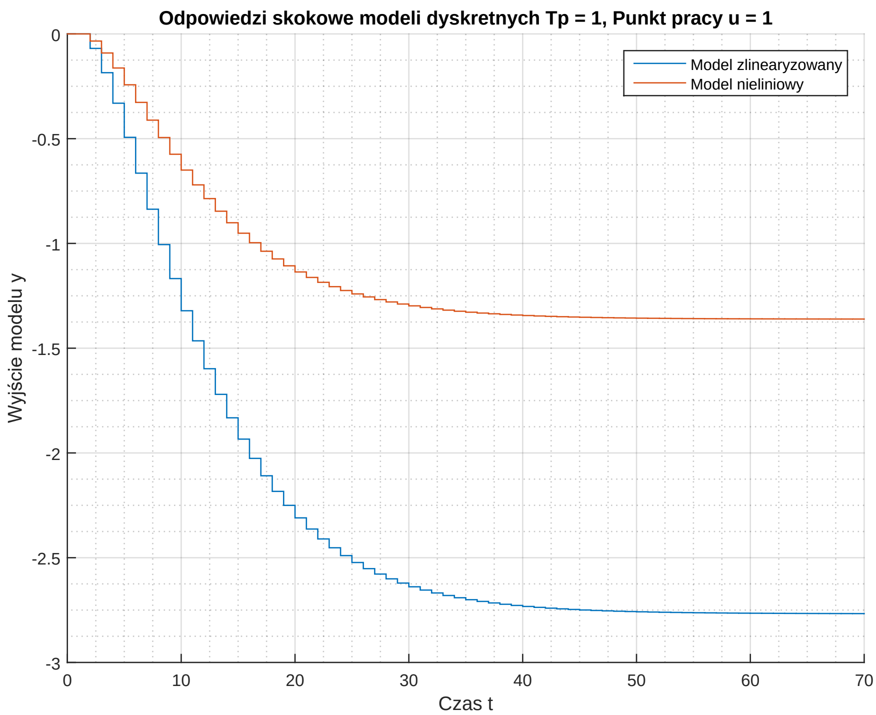
2.9.2. Połowa skoku jednostkowego

Kolejnym badanym wymuszeniem był skok w chwili $t = 1$s, od $u = 0$ do $u = 0,5$.

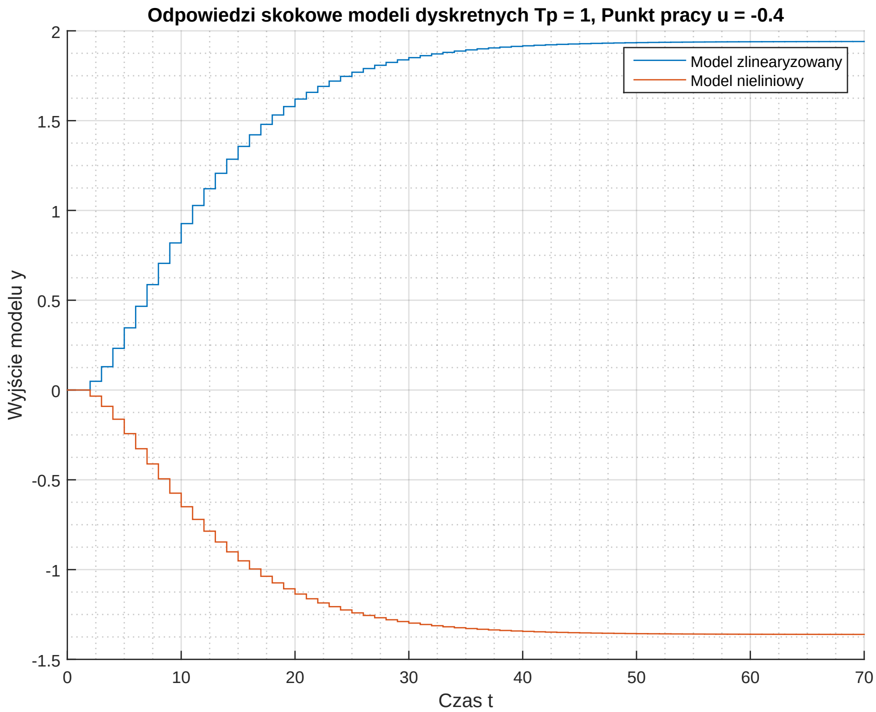


Rysunek 2.18. Postać wymuszenia - skok sterowania od $u = 0$ do $u = 0,5$

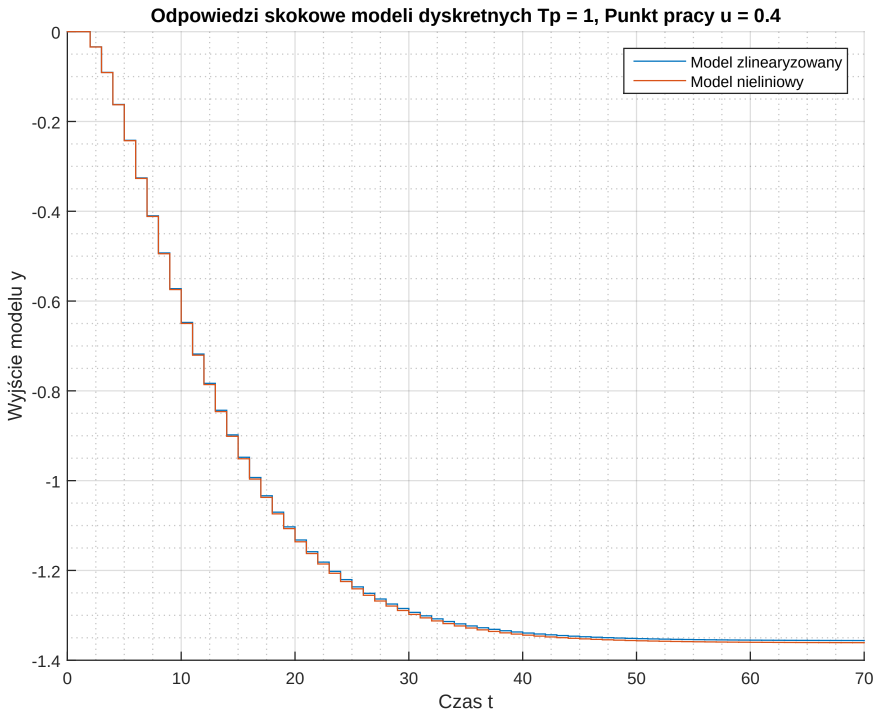
Z pomocą simulinka, uzyskałem następujące odpowiedzi:



Rysunek 2.19. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 1$



Rysunek 2.20. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = -0,4$



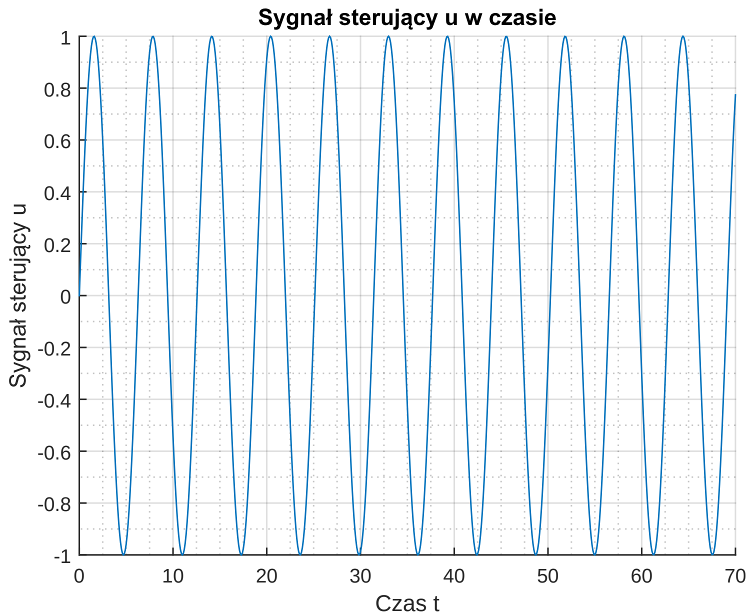
Rysunek 2.21. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 0,4$

W przypadku wymuszenia połową skoku jednostkowego, systemy zlinearyzowane zachowują się inaczej niż przy całym skoku. Przy punkcie linearyzacji $\bar{u} = 1$ model odpowiada z za dużym wzmocnieniem. Jedynie dla punktu linearyzacji $\bar{u} = 0,4$ odpowiedź modelu zlinearyzowanego zgadza się w dużym stopniu z odpowiedzią modelu nieliniowego. Dzieje się tak ponieważ punkt linearyzacji i rzeczywisty punkt pracy nie różnią się w znacznym stopniu i linearyzacja w takim przypadku ma jeszcze sens.

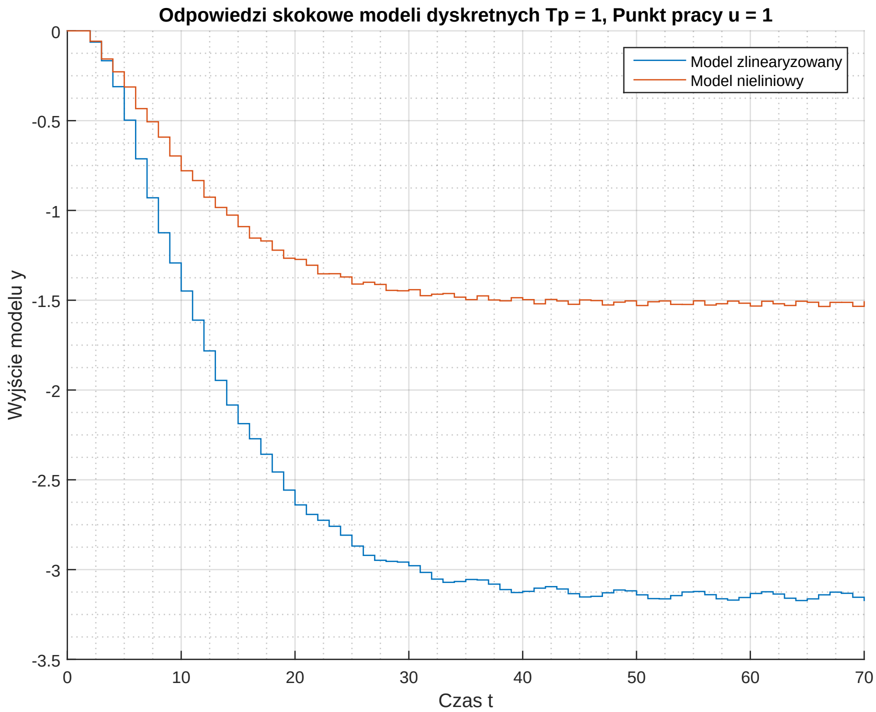
2.9.3. Wymuszenie sinusoidalne

W celu zwiększenia wartości dydaktycznej postanowiłem zasymulować wymuszenia inne niż skokowe. Pierwszym moim wyborem był prosty sygnał sinusoidalny o postaci

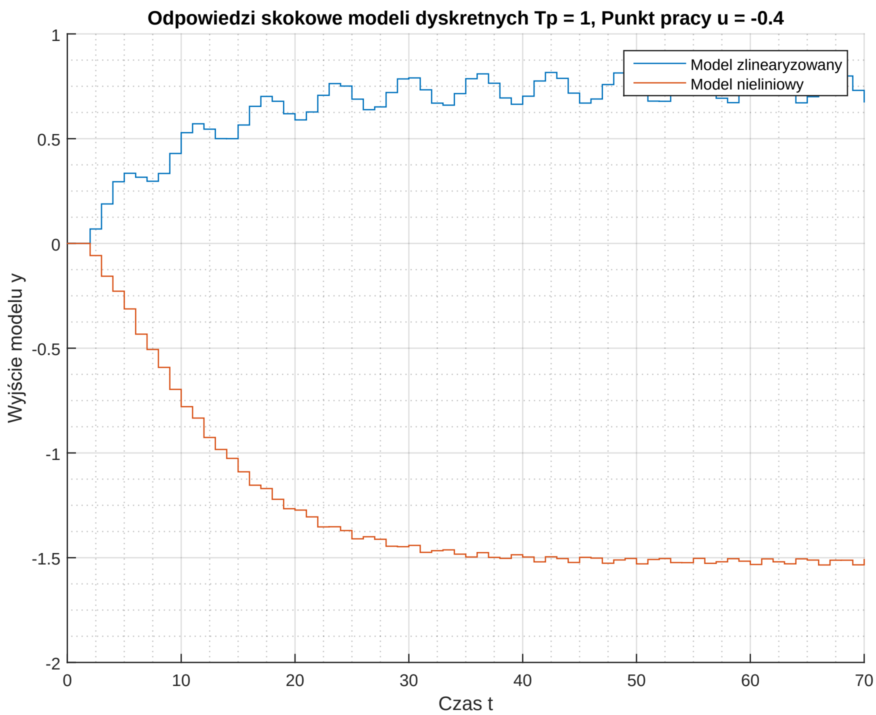
$$u(t) = sin(t)$$



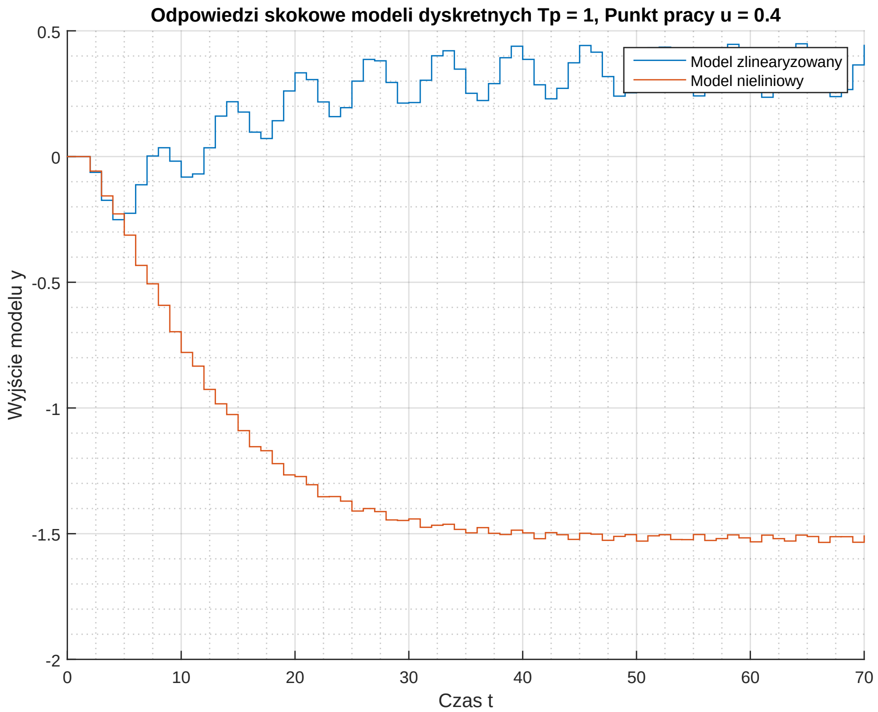
Rysunek 2.22. Postać wymuszenia - sinusoida o amplitudzie 1 i pulsacji $1\frac{rad}{s}$



Rysunek 2.23. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 1$



Rysunek 2.24. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = -0,4$

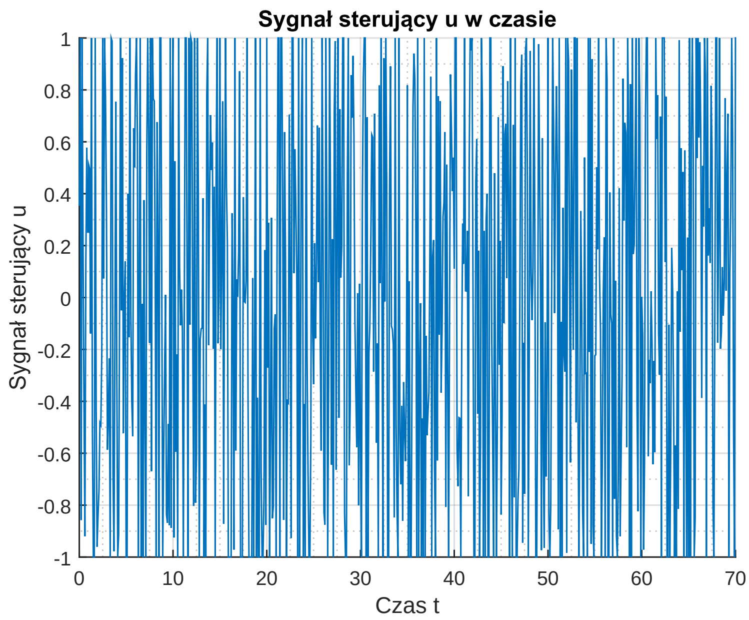


Rysunek 2.25. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 0,4$

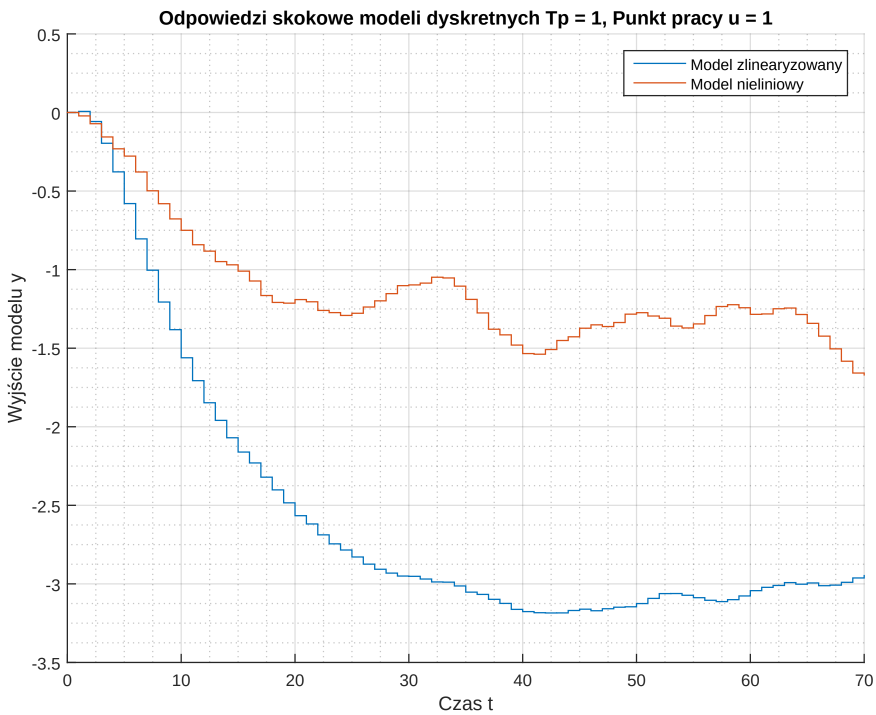
Na podstawie wykresów można stwierdzić że w przypadku zmiennego wymuszenia, model zlinearyzowany zachowuje się w sposób zupełnie odmienny od modelu nieliniowego. Linearyzacja modelu dynamicznego przy sygnale który przechodzi przez wszystkie dozwolone wartości sterowania daje nieadekwatne odpowiedzi i taki sposób linearyzacji nie powinien być stosowany. Bardziej odpowiednim sposobem linearyzacji takiego obiektu było by zastosowanie kilku modeli zlinearyzowanych w równomiernie oddalonych od siebie punktach i wybór aktualnego modelu w zależności od rzeczywistej wartości sterowania. Takie modele niestety nie są tematem tego projektu.

2.9.4. Biały szum

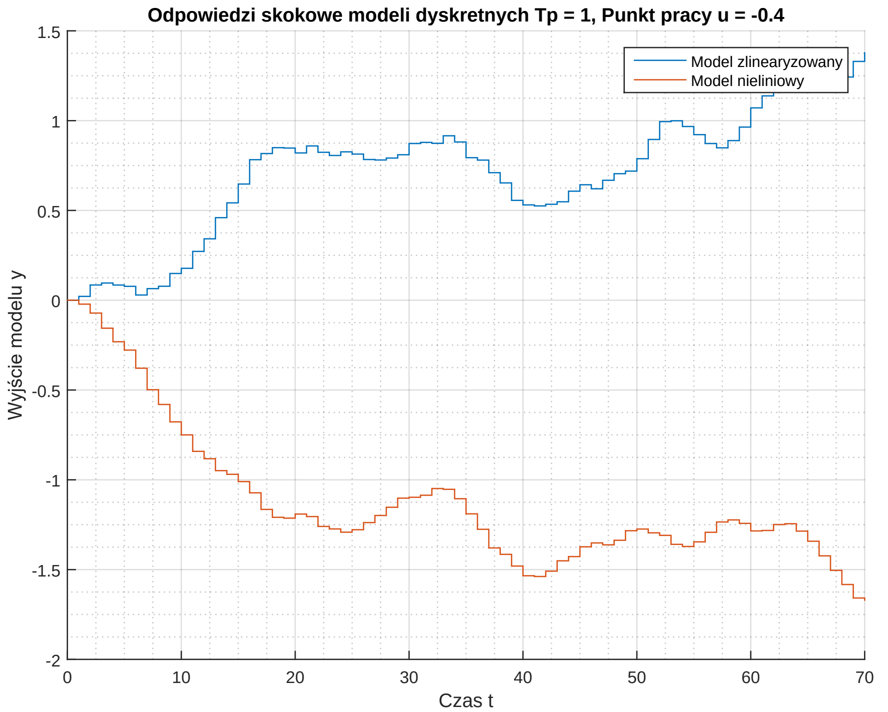
W celu wizualizacji jak bardzo linearyzacja traci swoje pomocne właściwości przy szybko zmiennych sygnałach, postanowiłem jako wymuszenie wykorzystać biały szum. Wykres sterowania od czasu znajduje się poniżej:



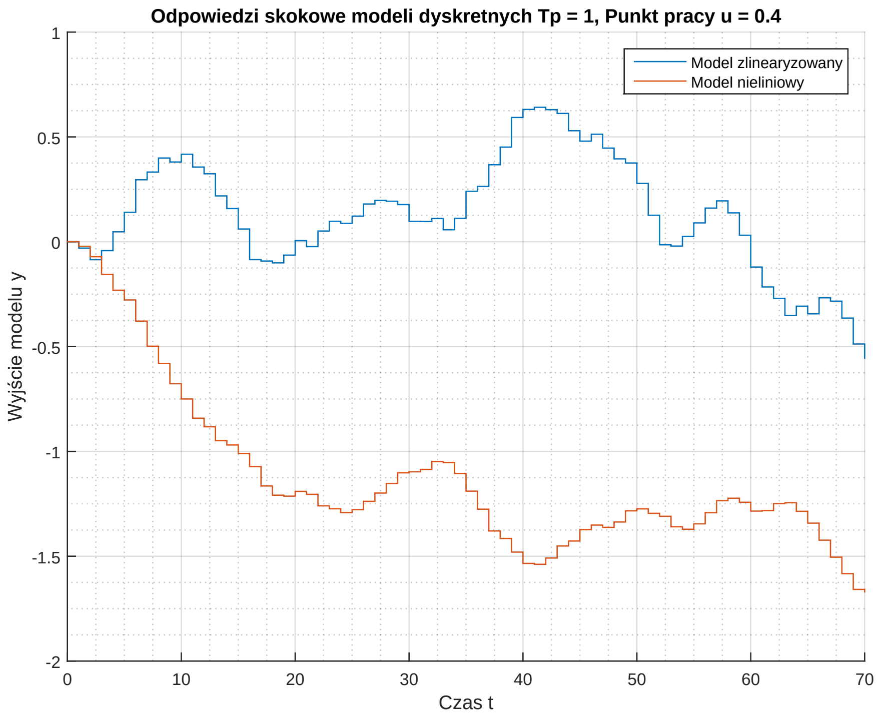
Rysunek 2.26. Postać wymuszenia - biały szum ograniczony $u_max = 1$



Rysunek 2.27. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 1$



Rysunek 2.28. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = -0,4$



Rysunek 2.29. Odpowiedzi na wymuszenie w punkcie linearyzacji $\bar{u} = 0,4$

Dla każdego wybranego punktu linearyzacji, odpowiedź modelu zlinearyzowanego odbiega w dużym stopniu od odpowiedzi modelu nieliniowego.

2.10. Zadanie 10

Dla modelu zlinearyzowanego ciągłego możliwym jest wyznaczenie transmitancji ciągłej czyli stosunku transformaty Laplace'a wyjścia i transformaty Laplace'a wymuszenia.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}}$$

W przypadku modeli dyskretnych mówimy o transmitancji dyskretnej czyli stosunku transformaty Z wyjścia i transformaty Z wymuszenia. Transformata Z zwana jest też transformatą Laurenta.

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\mathcal{Z}\{y(t)\}}{\mathcal{Z}\{u(t)\}}$$

W celu wyznaczenia transmitancji dyskretnej modelu zlinearyzowanego najłatwiej skorzystać z wzoru na transmitancję

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D,$$

gdzie A, B, C, D to parametry modelu w notacji wektorowo-macierzowej.

Wyjściowy model zlinearyzowany ciągły w postaci równań stanu:

$$x_1(t) = -\frac{(T_1 + T_2)}{T_1 T_2} x_1(t) + x_2(t)$$

$$x_2(t) = -\frac{1}{T_1 T_2} x_1(t) + \frac{K}{T_1 T_2}\left[(\alpha_1 + 2\alpha_2\bar{u} + 3\alpha_3\bar{u}^2 + 4\alpha_4\bar{u}^3)u - \alpha_2\bar{u}^2 - 2\alpha_3\bar{u}^3 - 3\alpha_4\bar{u}^4\right]$$

$$y[k] = x_1[k]$$

W celeu wyznaczenia transmitancji zapisałem jego reprezentację wektorowo-macierzową pomijając składowe stałe.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{(T_1+T_2)T_p}{T_1T_2} + 1\right) & 1 \\ -\frac{T_p}{T_1T_2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{KT_p}{T_1T_2}(\alpha_1 + 2\alpha_2\bar{u} + 3\alpha_3\bar{u}^2 + 4\alpha_4\bar{u}^3) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = 0$$

Korzystając z pakietu symbolicznego matlaba, podstawiłem wszystkie elementy modelu do wspomnianego wcześniej wzoru na transmitancję i uzyskałem następujący wynik:

$$\mathbf{G(s)} = -40\frac{\frac{81}{400}\bar{u} - \frac{189}{1600}\bar{u}^2 - \frac{27}{200}\bar{u}^3 + \frac{63}{2000}}{40s^2 + 13s + 1}$$

Warto zauważyć że transmitancja jest wprost zależna od punktu linearyzacji.

3. Zadania dodatkowe

3.1. Zadanie 1

Wyznaczona w poprzedniej części transmitancja okazała się zależna od punktu linearyzacji. Z tego wynika że wzmocnienie tej transmitancji musi być funkcją punktu linearyzacji $K(\bar{u})$.

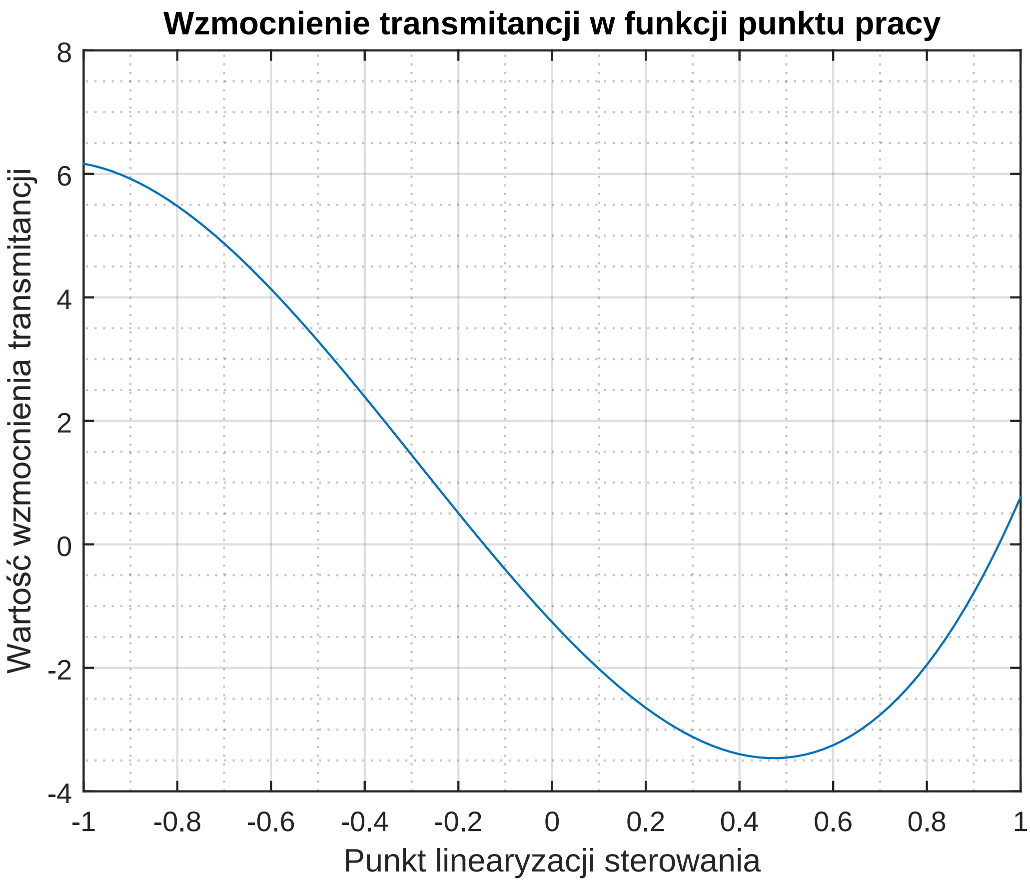
Wzmocnienie statyczne transmitancji wyznaczyłem z zależności:

$$K = \lim_{s \to 0} \mathbf{G(s)}$$

Po podstawieniu transmitancji otrzymałem następujący wzór:

$$K = \lim_{s \to 0} -40 \frac{\frac{81}{400}\bar{u} - \frac{189}{1600}\bar{u}^2 - \frac{27}{200}\bar{u}^3 + \frac{63}{2000}}{40s^2 + 13s + 1} = -40\left(\frac{81}{400}\bar{u} - \frac{189}{1600}\bar{u}^2 - \frac{27}{200}\bar{u}^3 + \frac{63}{2000}\right)$$

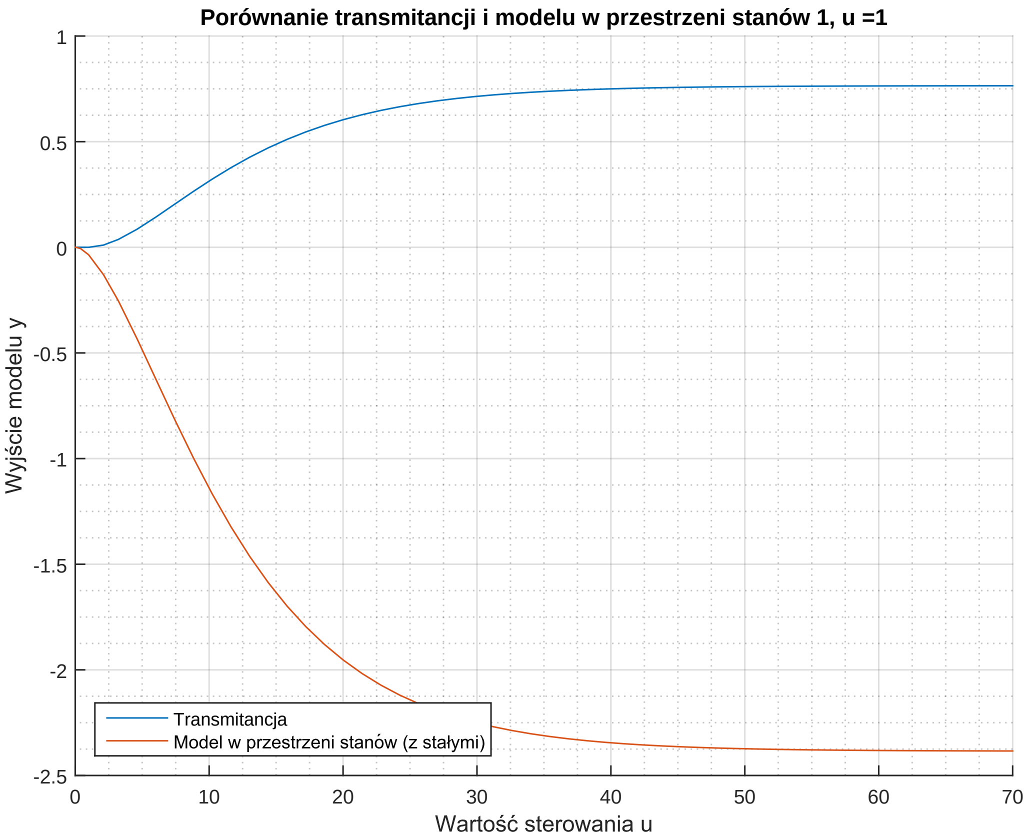
Wykres wzmocnienia od punktu linearyzacji znajduje się poniżej:



Rysunek 3.1. Zależność wzmocnienia od punktu linearyzacji

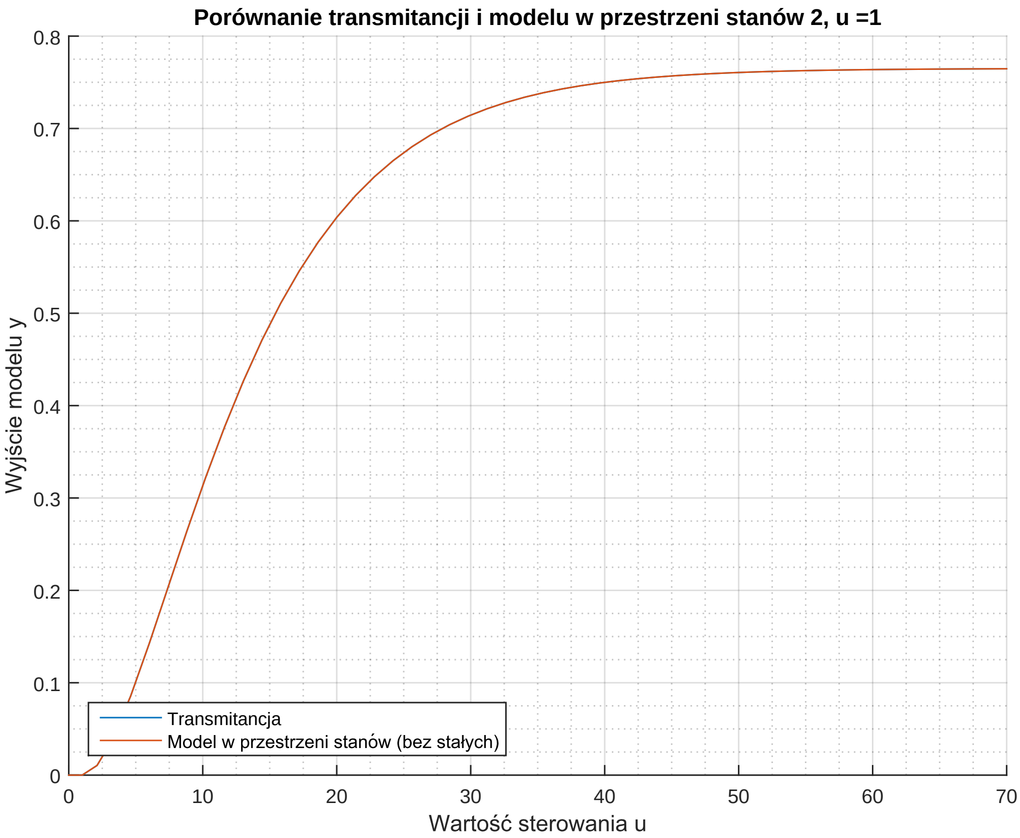
3.2. Zadanie 2

Uzyskane wzmocnienie statyczne może budzić pewne podejrzenia. Przykładowo wzmocnienie dla $\bar{u} = 1$ jest dodatnie, gdzie podczas symulacji układu w zadaniu 9 znak wzmocnienia był ujemny. Po zbadaniu do jakich wartości dążą odpowiedzi skokowe i porównaniu ich z wcześniejszym wykresem, wstępnie stwierdziłem że transmitancja błędnie opisuje model. Okazuje się że transmitancja jako stosunek wyjścia do wejścia systemu, służy do opisu modeli bez składowych stałych. W trakcie wyznaczania transmitancji, stałe te zostały przeze mnie pominięte, dlatego też obliczone wzmocnienie nie zgadza się z wzmocnieniami zaobserwowanymi na symulacjach.



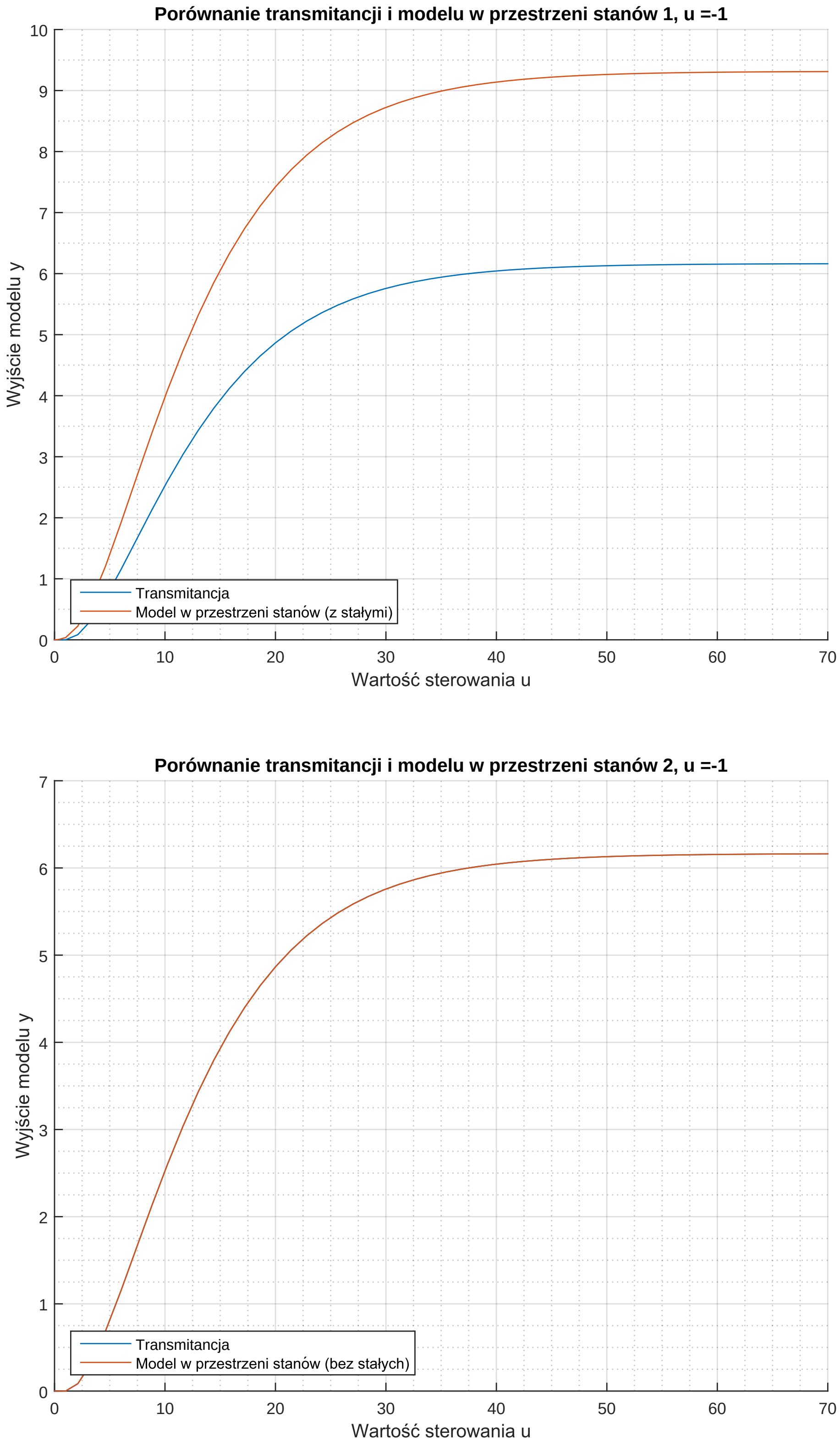
Rysunek 3.2. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu zlinearyzowanego z składowymi stałymi i modelu transmitacyjnego dla punktu linearyzacji $\bar{u} = 1$

Okazuje się że gdy w modelu w przestrzeni stanów wyzerujemy wszystkie składowe stałe uzyskamy odpowiedź skokowa tożsamą z odpowiedzią skokową modelu opisanego transmitancją.

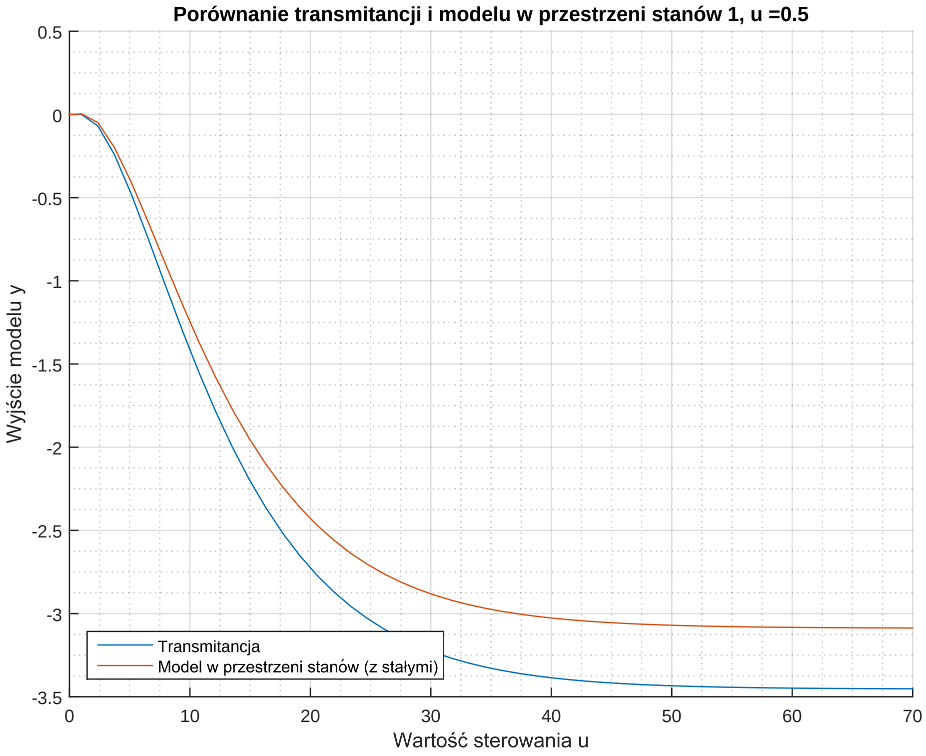


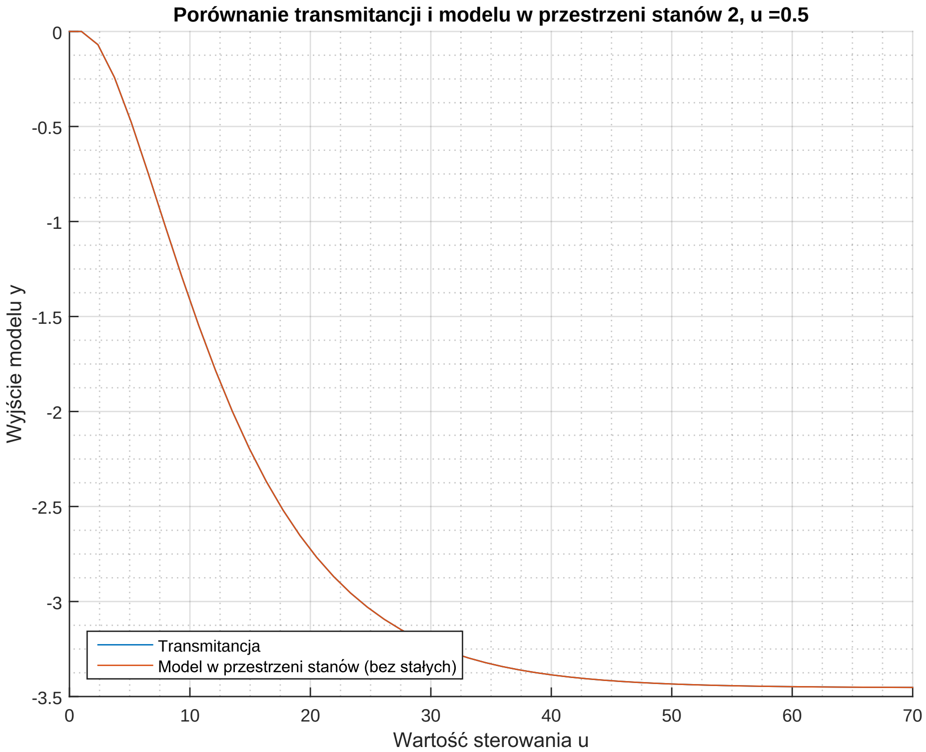
Rysunek 3.3. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu zlinearyzowanego bez składowych stałych i modelu transmitacyjnego dla punktu linearyzacji $\bar{u} = -1$

Podobne wyniki uzyskałem przy innych punktach linearyzacji.



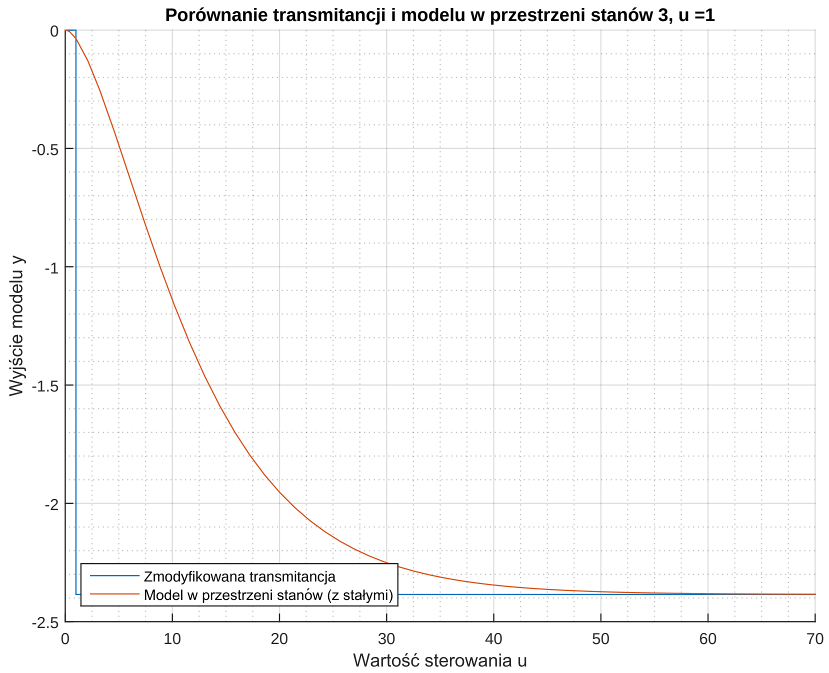
Rysunek 3.4. Porównanie odpowiedzi skokowych, punkt linearyzacji $\bar{u} = -1$



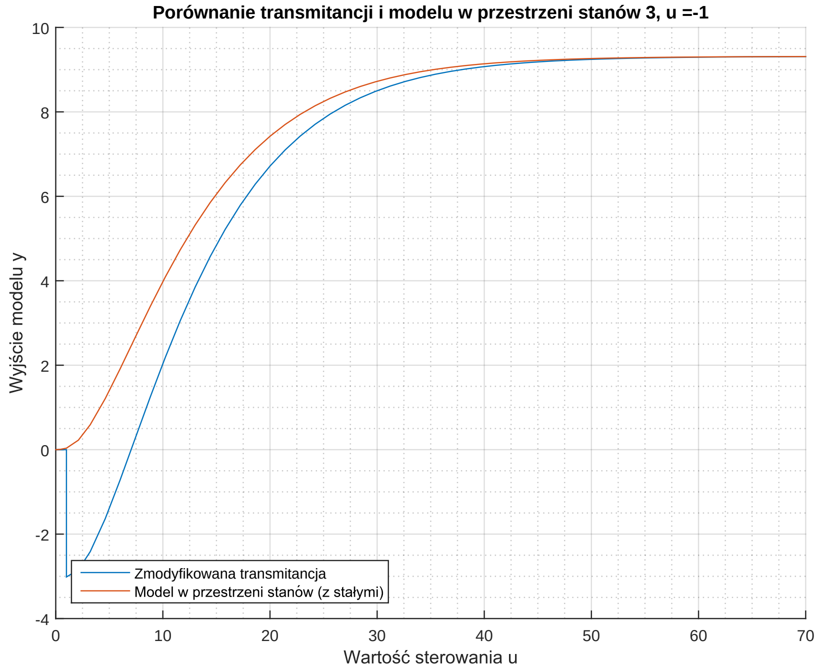


Rysunek 3.5. Porównanie odpowiedzi skokowych, punkt linearyzacji $\bar{u} = 0,5$

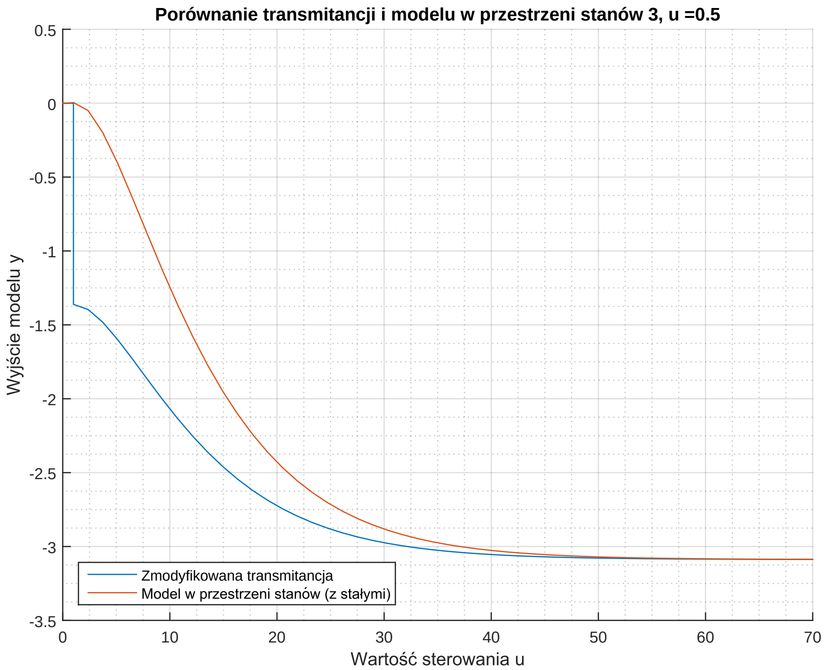
Potwierdzić prawdziwość wyznaczonej przeze mnie wcześniej transmitancji można dokonać w inny sposób. Odpowiedź skokowa modelu opisanego transmitancją powinna dać takie samo wzmocnienie co pełny model w przestrzeni stanów jeśli od sygnału wymuszającego odejmiemy wartość sterowania w punkcie linearyzacji $\bar{u}$ a do sygnału wyjściowego dodamy odpowiadającą wartość zlinearyzowanego wyjścia $\bar{y}$ otrzymanego z charakterystki statycznej modelu. Okazuje się że otrzymane wzmocnienia są sobie tożsame.



Rysunek 3.6. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu zlinearyzowanego z składowymi stałymi i z modyfikowanym modelem transmitacyjnym dla punktu linearyzacji $\bar{u} = 1$



Rysunek 3.7. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu zlinearyzowanego z składowymi stałymi i z modyfikowanym modelem transmitacyjnym dla punktu linearyzacji $\bar{u} = -1$



Rysunek 3.8. Porównanie odpowiedzi skokowej modelu zlinearyzowanego bez składowych stałych i modelu transmitacyjnego dla punktu linearyzacji $\bar{u} = 0,5$

4. Uwagi

4.1. Pliki źródłowe Matlaba *.m

Jeżeli zadanie tego wymagało, to w folderze `scripts` znajduje się skrypt o nazwie `zadn.m`, gdzie `n` to numer zadania. Jeśli generowany jest wykres to znajdzie się on w osobnym folderze `figures`. Zapisywaniem wykresów zajmuje się funkcja `print_figure.m`. Dodatkowo, w folderze z skryptami znajduje się skrypt o nazwie `execute_all.m`, który wywołuje wszystkie skrypty, które mają rysować wykresy oraz zapisuje reprezentacje graficzne z modeli.

4.2. Pliki symulacji Simulinka *.slx

Jeżeli zadanie wymagało zasymulowania obiektu, to dla takiego zadania powstała stosowna symulacja która w nazwie zawiera `zadn` gdzie `n` to numer zadania. Przed ręcznym symulowaniem, należy bezwzględnie wywołać skrypt `set_params.m`, jednak nie zawsze ustawia to wszystkie parametry niezbędne do przeprowadzenia symulacji. Zaleca się, przeprowadzanie symulacji do zadań za pomocą odpowiadających im skryptom Matlaba.