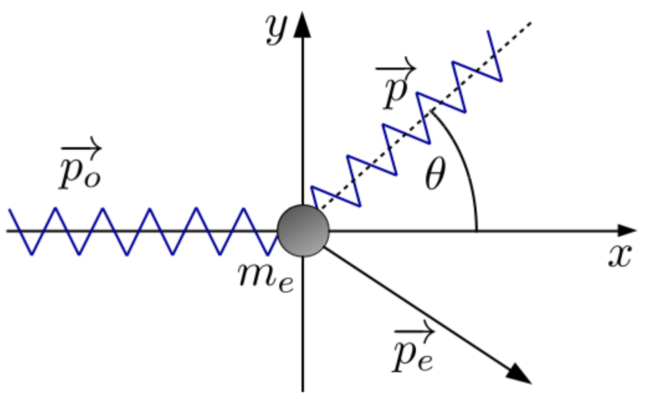
Efekt Comptona

Monika Kubek
Numer indeksu: 270018

Pomiary przeprowadzono dnia 18 X 2016 roku w II Pracowni Fizycznej Wydziału Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Mikołaja Kopernika. Celem doświadczenia było zbadanie zależności między energią padającego na daną próbkę kwantu promieniowania, a kątem pod jakim się on rozprasza. Pomiary zostały dokonane dla próbek: węgla (grafit), miedzi i glinu.

I. WSTĘP

Zjawisko Comptona zachodzi, gdy na swobodne lub słabo związane elektrony pada foton o wysokiej energii (promieniowanie rentgenowskie i gamma). Widzimy wtedy przejaw korpuskularnej natury światła, kiedy między elektronem i fotonem dochodzi do zderzenia. Przeanalizujmy dokładnie całą sytuację.



Rysunek 1: Rozpraszanie fotonu na swobodnym elektronie.

Na rysunku 1. widzimy schemat zachodzącego zjawiska. Poruszający się wzdłuż osi X foton o pędzie $\overrightarrow{p_0}$ zderza się z umieszczonym w środku układu współrzędnych fotonem o masie spoczynkowej m_e. Następuje rozproszenie fotonu, którego tor ruchu ulega odchyleniu od osi X o kąt θ, a pęd zmienia się na $\overrightarrow{p}$. Elektron zostaje wprawiony w ruch i ma teraz pęd $\overrightarrow{p_e}$. Zakładamy, że mamy tutaj do czynienia ze zderzeniem sprężystym. Spełnione wtedy są zasady zachowania energii oraz pędu. Ponieważ zajmujemy się fotonami i dużymi prędkościami to musimy pamiętać o efektach relatywistycznych.

Początkowa energia fotonu wynosi

$$E_0 = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}, \tag{1}$$

gdzie h to stała Plancka, ν_0 to początkowa częstotliwość, c to prędkość światła, a λ_0 to początkowa długość fali. Po zderzeniu foton traci część swojej energii i ma ona wtedy wartość

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \tag{2}$$

zmienia się zatem długość fali. Wiemy, że $p = E/c$. Pęd kolejno padającego i rozproszonego fotonu wynosi

$$p_0 = \frac{h}{\lambda_0}, \tag{3}$$

$$p = \frac{h}{\lambda}. \tag{4}$$

Elektron ma początku miał tylko energię spoczynkową

$$E_s = m_e c^2, \tag{5}$$

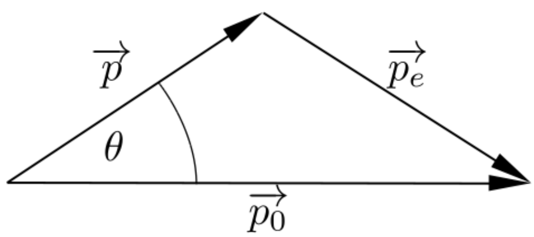
a jego pęd wynosił zero. Po zderzeniu jego energia kinetyczna i pęd zmieniły się

$$E_{kin} = p_e c. \tag{6}$$

Skorzystamy teraz z zasad zachowania. Otrzymamy układ dwóch równań

$$\overrightarrow{p_0} = \overrightarrow{p} + \overrightarrow{p_e}, \tag{7}$$

$$E_0 + E_s = E + E_e. \tag{8}$$



Rysunek 2: Zasada zachowania pędu.

Na rysunku 2. przedstawiony jest trójkąt, który wyraża zasadę zachowania pędu. Z twierdzenia cosinusów otrzymujemy

$$p_e^2 = p^2 + p_e^2 - 2pp_e \cos\theta. \tag{9}$$

Potrzebny nam także będzie niezmiennik transformacji Lorentza dla elektronu

$$E_e^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4. \tag{10}$$

Do zasady zachowania energii (8) podstawiamy (5), $E = pc$, $E_0 = p_0 c$ i obliczamy

$$E_e^2 = \left(m_e c^2 + p_0 c - pc\right)^2. \tag{11}$$

Otrzymany wynik przyrównujemy z niezmiennikiem (10) i wstawiamy (9)

$$\left(p^2 + p_e^2 - 2pp_e \cos\theta\right) c^2 + m_e^2 c^4 = \left(m_e c^2 + p_0 c - pc\right)^2. \tag{12}$$

Równanie to rozpisujemy, dzielimy przez c^2 i przekształcamy do postaci

$$m_e p_0 c = p_0 p - p_0 p \cos\theta + m_e p c, \tag{13}$$

którą następnie dzielimy przez $m_0 c p_0 p$ dochodząc w końcu do

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p_0} = \frac{1-\cos\theta}{m_e c}. \tag{14}$$

Teraz podstawiamy za pęd wartości (3) i (4) oraz przyjmujemy $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1-\cos\theta), \tag{15}$$

gdzie $\lambda_C = h/m_e c$ to tzw. komptonowska długość fali.

Przeanalizujmy krótko otrzymany wzór. Widzimy, że przesunięcie komptonowskie zależy tylko od kąta pod jakim foton został rozproszony. Kąt $\theta = 0$ odpowiada sytuacji, kiedy żadne zderzenie nie zachodzi, nie ma żadnej zmiany w długości fali. Kiedy kąt rośnie, to rośnie także $\Delta\lambda$, aż do maksymalnej wartości $2\lambda_C$ dla zderzenia centralnego, gdzie zmiana kierunku ruchu wynosi $\theta = 180^0$.

II. APARATURA

Źródłem promieniowania w naszym układzie doświadczalnym jest izotop cezu Cs^{137} umieszczony w grubej osłonie. Na ruchomym ramieniu znajduje się scyntylator z fotopowielaczem. Umożliwia to dokonywanie pomiarów pod kątami θ równymi kolejno: 0^0, 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0, 90^0 i 120^0. Sygnał trafia do analizatora wielokanałowego, a pomiar wykonywany jest przy pomocy komputera i odpowiedniego oprogramowania.

Na środku stołu umieszczane były kolejno badane próbki grafitu, miedzi i glinu w kształcie walca. Dla każdej z nich wykonano 8 pomiarów, po jednym dla każdego kąta, trwających 300 sekund każdy. Analizator zbierał dane z 1024 kanałów odpowiadających energii zmierzonych kwantów.

III. WYNIKI

W wyniku pomiarów otrzymaliśmy widma energii dla rozproszonego promieniowania. Przedstawione są ono kolejno na wykresach (1-3), znajdujących się na końcu tej pracy. Patrząc od prawej strony widzimy najpierw pik o największej energii, który jest dla nas najbardziej interesujący. Z niego bowiem wyliczymy energię fotonu rozproszonego. Dalej pojawia się szerokie widmo za które odpowiedzialne są inne zjawiska zachodzące w układzie pomiarowym. Jest to nieinteresujący nas szum.

IV. ANALIZA WYNIKÓW

A. Dopasowanie liniowe

Wiemy, że $E = hc/\lambda$, możemy zatem wzór (15) zapisać jako

$$\frac{hc}{E} - \frac{hc}{E_0} = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta). \tag{16}$$

Skracając stałą h, dzieląc przez c i przenosząc odpowiednio wyrazy otrzymujemy

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{m_e c^2}(1-\cos\theta) + \frac{1}{E_0}. \tag{17}$$

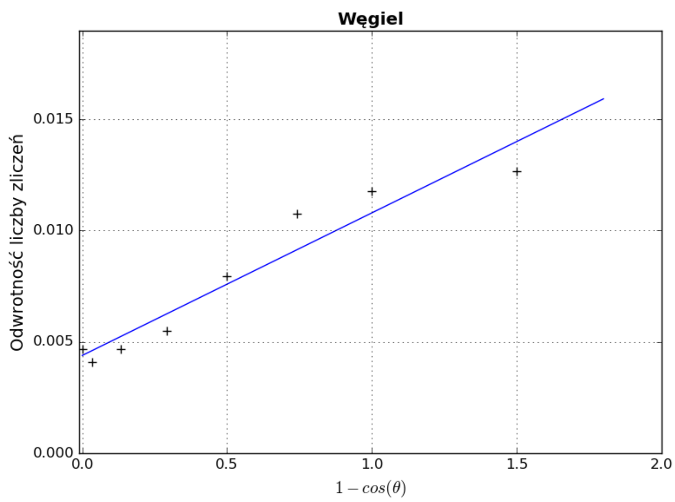
W naszych pomiarach nie mierzyliśmy energii, ale możemy utożsamić ją z numerem kanału dla którego występuje maksimum fotopiku $E \sim N$.Otrzymaliśmy liniowe wyrażenie w postaci $y = ax + b$, gdzie

$$x = 1-\cos\theta, \tag{18}$$
$$y = \frac{1}{N}, \tag{19}$$
$$a = \frac{1}{m_e c^2}, \tag{20}$$
$$b = \frac{1}{E_0}. \tag{21}$$

Na wykresach (4-6) krzyżykami zaznaczone są punkty (x, y), przedstawione jest także dopasowanie linii trendu wykonane za pomocą regresji liniowej dla każdego z trzech materiałów wraz z współczynnikiem korelacji liniowej R.

- Węgiel

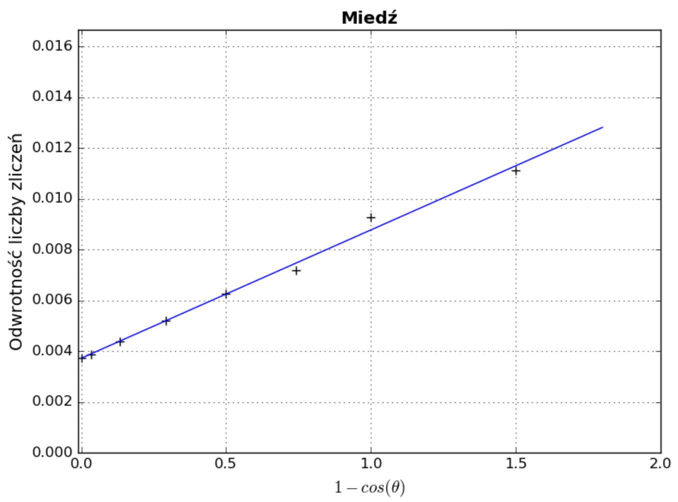
$$\begin{aligned} a &= (6,4 \pm 0.8)\cdot 10^{-3} \\ b &= (4,4 \pm 0,6)\cdot 10^{-3} \\ R &= 0,960 \end{aligned}$$



Wykres 4: Dopasowanie linii trendu dla grafitu.

- Miedź

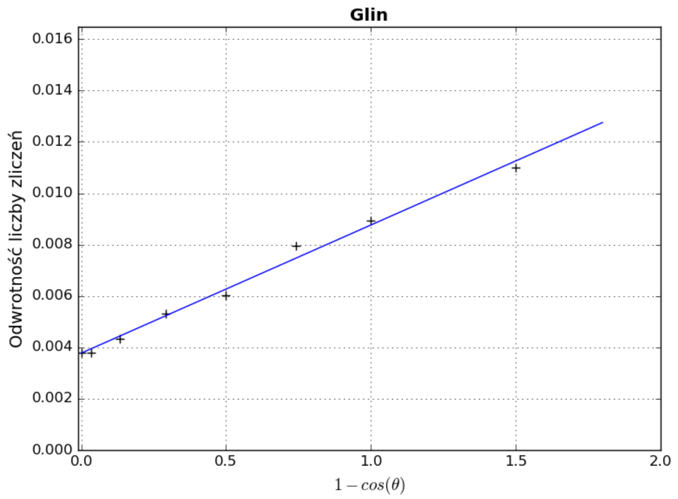
$$\begin{aligned} a &= (5,05 \pm 0,18)\cdot 10^{-3} \\ b &= (3,72 \pm 0,13)\cdot 10^{-3} \\ R &= 0,997 \end{aligned}$$



Wykres 5: Dopasowanie linii trendu dla miedzi.

- Glin

$$\begin{aligned} a &= (5,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \\ b &= (3,77 \pm 0,14) \cdot 10^{-3} \\ R &= 0,996 \end{aligned}$$



Wykres 6: Dopasowanie linii trendu dla glinu.

B. Energia kwantu padającego

Znając współczynniki a i b możemy obliczyć energię kwantu padającego

$$\frac{a}{b} = \frac{E_0}{m_e c^2}, \tag{22}$$

więc

$$E_0 = \frac{a}{b} m_e c^2. \tag{23}$$

W tabeli poniżej przedstawiam wyniki.

Wielkość	Grafit	Miedź	Glin
a/b	1.5 ± 0.4	1.4 ± 0.1	1.33 ± 0.11
$E\,(eV)$	$(7 \pm 2) \cdot 10^5$	$(6.9 \pm 0.5) \cdot 10^5$	$(6.78 \pm 0.53) \cdot 10^5$

Tabela I: Stosunek współczynników i energia fotonu padającego.

C. Narzędzia

Cała analiza została wykonana przy użyciu języka Python [2], biblioteki SciPy [3]. Wykresy stworzone zostały w oparciu o moduł Matplotlib. Obliczenia wykonane za pomocą biblioteki SciPy i modułu NumPy.

V. PODSUMOWANIE

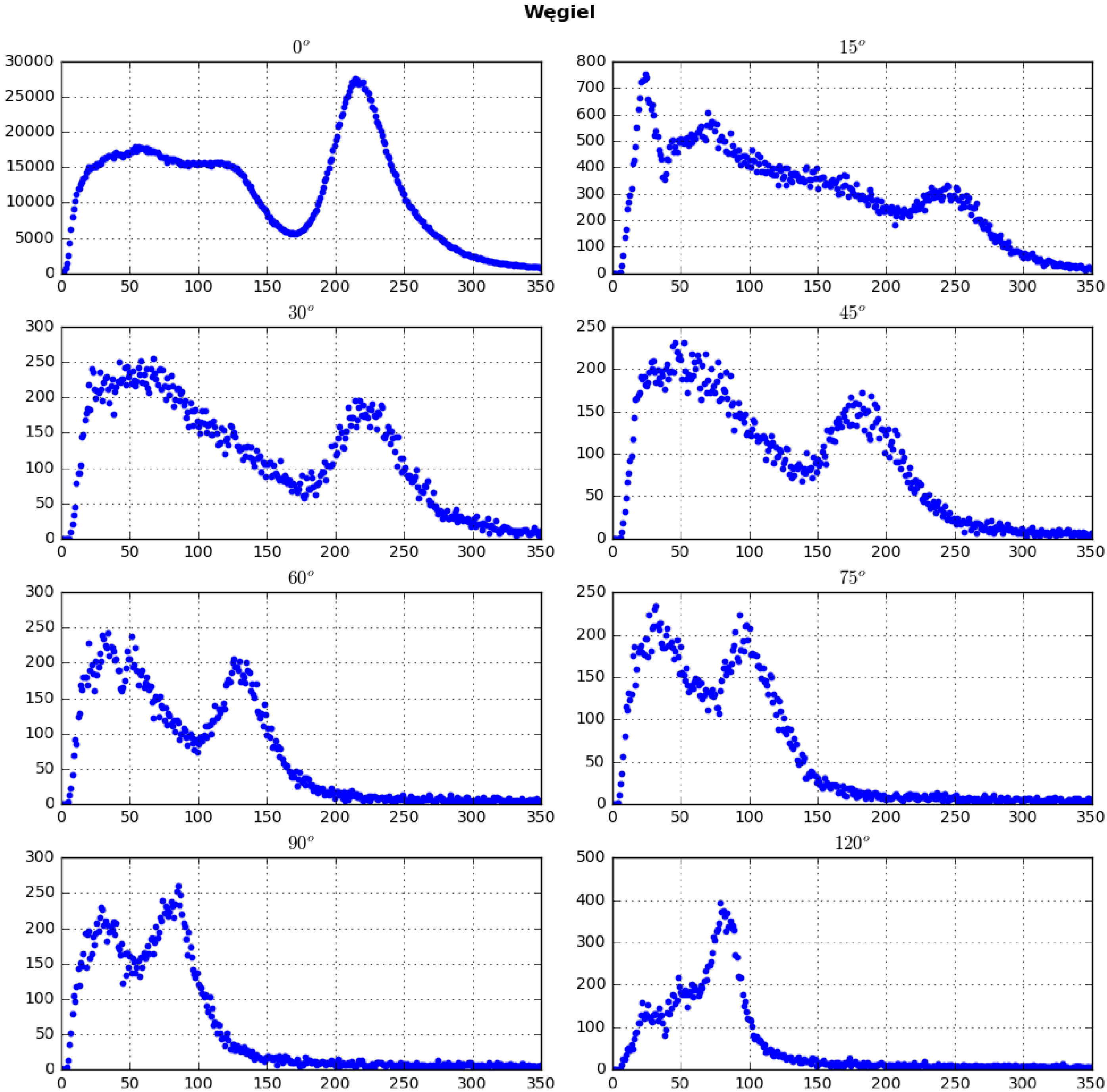
Wartość energii kwantu Cs^{137} podawana w literaturze to $6.62 \cdot 10^5 eV$ [4]. Najbliższa tej wartości jest energia uzyskana dla glinu. Nasz pomiar dla grafitu okazał się być bardzo niedokładny, gdyż jego błąd to aż 29% całej wartości.

Z trzech uzyskanych energii fotonu obliczamy średnią wartość

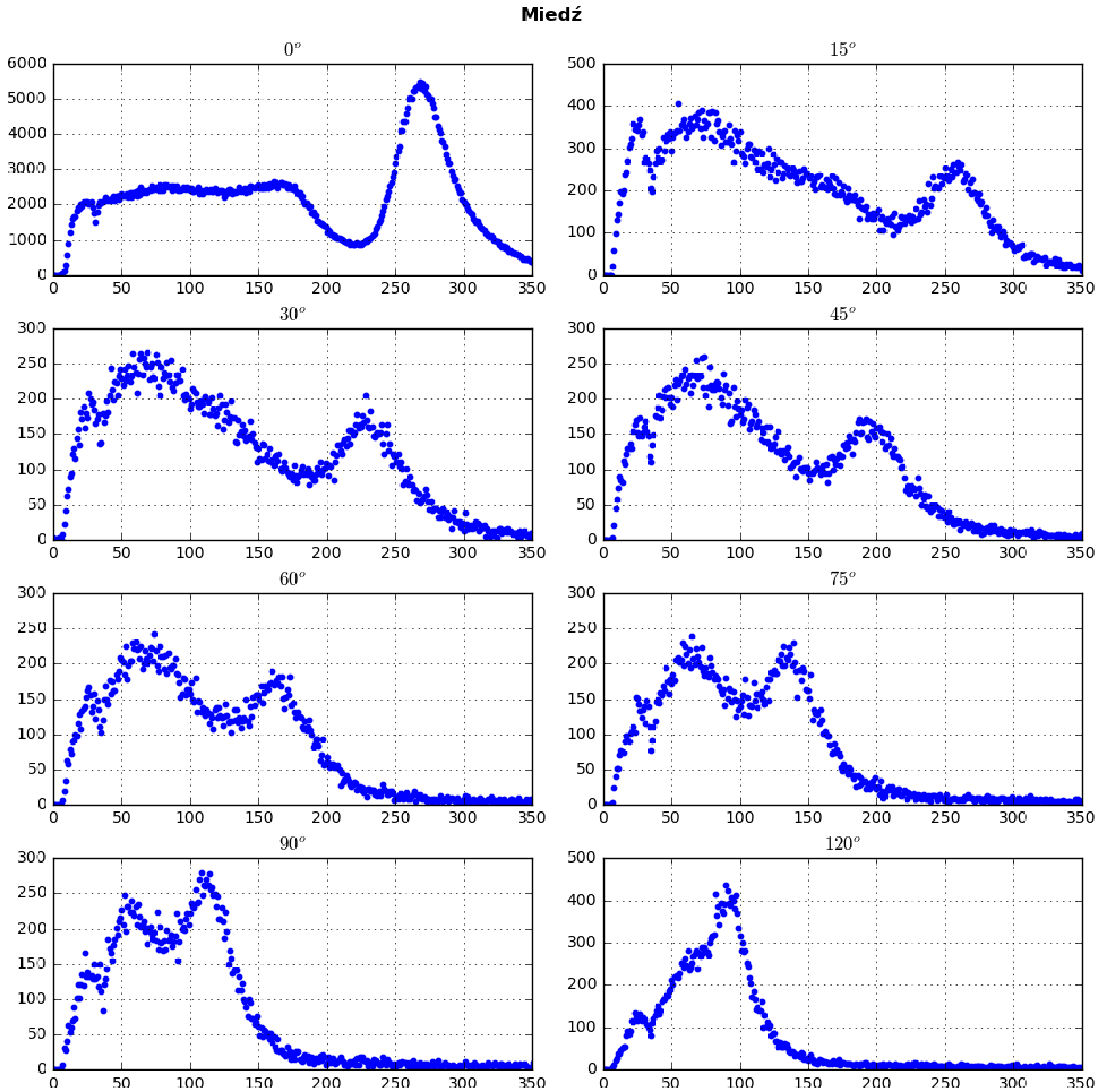
$$energia\,fotonu\ (7.0 \pm 0.7) \cdot 10^5. \tag{24}$$

Błąd względny wynosi 9.8%, jest to duża liczba, więc nasz pomiar okazuje się być dosyć niedokładny. Wartość literaturowa znajduje się w granicach błędu.

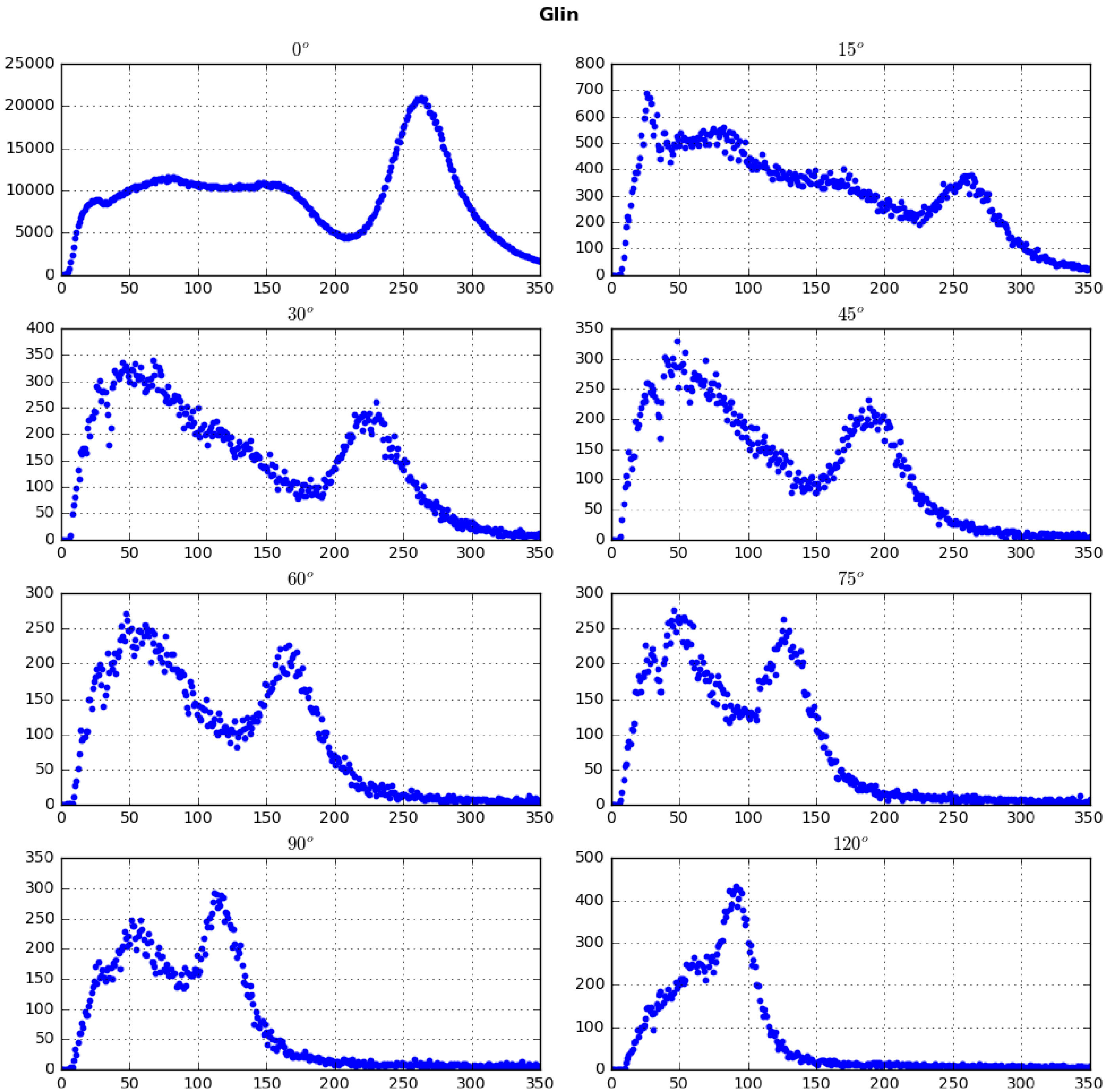
[1] H.A. Enge, M.R. Wehr, J.A. Richards, „Wstęp do fizyki atomowej“, rozdział 5.1, PWN 1983.
[2] Python Software Foundation. Python Language Reference, version 3.4.3. Available at http://www.python.org [Online; accessed 2016-11-06].
[3] Jones E, Oliphant E, Peterson P, et al. SciPy: Open Source Scientific Tools for Python, 2001-, http://www.scipy.org/ [Online; accessed 2016-11-06].
[4] http://researchcompliance.uc.edu/RadSafety/Isotope/CESIUM-137.aspx [Online; accessed 2016-11-06].
[5] S. Szczeniowski, „Fizyka doświadczalna“, tom V.2. Fizyka jądrowa, Warszawa 1960.



Wykres 1: Widmo dla grafitu kolejno dla poszczególnych kątów. Oś pozioma przedstawia numer kanału, a pionowa ilość zliczeń.



Wykres 2: Widmo dla miedzi kolejno dla poszczególnych kątów. Oś pozioma przedstawia numer kanału, a pionowa ilość zliczeń.



Wykres 3: Widmo dla glinu kolejno dla poszczególnych kątów. Oś pozioma przedstawia numer kanału, a pionowa ilość zliczeń.