

# Akademia Górniczo – Hutnicza

Im. S. Staszica w Krakowie



## STEROWANIE DYSKRETNE

Temat:

### **Układ regulacji położenia windy napędzanej obcowzbudnym silnikiem prądu stałego.**

Wykonali:

#### **1. Temat projektu**

Zaprojektować układ regulacji położenia windy napędzanej obcowzbudnym silnikiem prądu stałego o zadanych parametrach, uwzględniając ograniczenia prędkości i przyspieszenia windy. Należy zaprojektować trzy różne algorytmy sterowania, PID – regulator cyfrowy oraz do wyboru regulator deadbeat, regulator czasooptymalny, regulator LQR, układ odporny, regulator rozmyty.

**Dane:**

Silnik:

$V=10[\text{m/s}]$  maksymalna prędkość w stanie ustalonym

$L=0.1[\text{H}]$  indukcyjność cewki wirnika

$R=0.1[\Omega]$  oporność cewki wirnika

$J=0.1 [\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}]$  bezwładność silnika

$D = 1[\frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}]$  tarcie wiskotyczne w łożyskach silnika

$k_m=2[\frac{\text{Nm}}{\text{A}}]$  stała mechaniczna

$k_e=2[\frac{\text{Vs}}{\text{rad}}]$  stała elektryczna

$P = 400[\text{W}]$  moc silnika

$r = 0.25[\text{m}]$  promień bębna

### Winda:

$m=450/50 [\text{kg}]$  masa windy/obciążenia

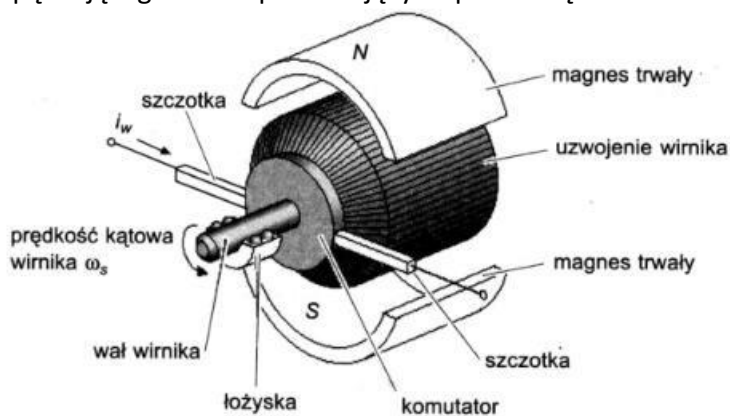
$B = 5[\frac{\text{Ns}}{\text{m}}]$  ] tarcie wiskotyczne między windą a

szybem

$k = 800000 [\frac{\text{N}}{\text{m}}]$  sprężystość liny

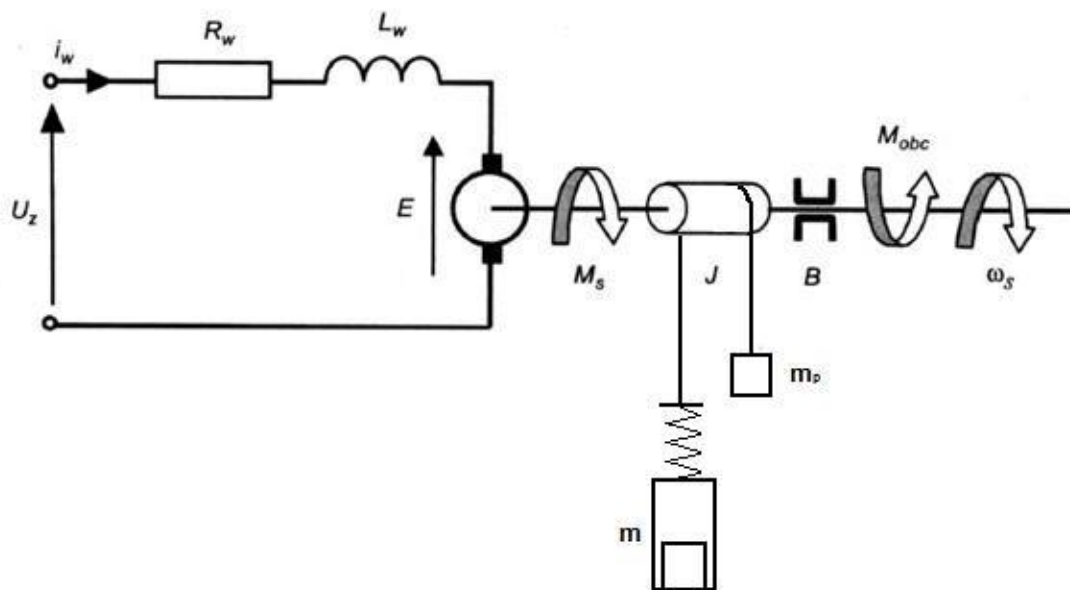
### Rozważany układ:

Winda rozważana w projekcie napędzana jest obcowzbudnym silnikiem prądu stałego. W silnikach tego typu obwód wirnika zawsze jest obwodem sterowania. Zmiany napięcia na obwodzie wywołują zmiany momentu obrotowego, a przez to zmianę (przy określonym momencie obciążenia wirnika) prędkości kątowej wirnika napędzającego wał odpowiadający za przesunięcia liniowe windy.



Rys. 6.1. Budowa silnika prądu stałego z magnesem trwałym

## 2. Model układu



Wielkością wejściową układu jest napięcie zasilające  $U_z$  natomiast wyjściową przemieszczenie kabiny  $x_2$ .

Równanie elektryczne silnika:

$$U_z = U_R + U_L + E,$$

$$U_z = Ri + L \frac{di}{dt} + k_e \omega$$

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi = \frac{x_1}{r}$$

$$\omega = \frac{\dot{x}_1}{r}$$

$$U_z = Ri + L \frac{di}{dt} + k_e \frac{\dot{x}_1}{r}$$

Przekształcenie Laplace'a:

$$U_z = RI + LIs + \frac{k_e}{r} sX_1$$

$$I = \frac{U_z - \frac{k_e}{r} sX_1}{Ls + R}$$

Równania wyprowadzimy posługując się równaniami Lagrange'a II rodzaju.

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_p \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} J \left( \frac{\dot{x}_1}{r} \right)^2 - \frac{1}{2} k (x_2 - x_1)^2 - m g x_2 - m_p g (l - x_1)$$

$$N = b \dot{x}_2^2 + D \dot{\phi}^2$$

$$N = b \dot{x}_2^2 + D \left( \frac{\dot{x}_1}{r} \right)^2$$

- Bęben i przeciwwaga:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \frac{\partial N}{\partial x_1} = \frac{M_s}{r}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) = \frac{J}{r^2} \ddot{x}_1 + m_p \ddot{x}_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = k(x_2 - x_1) + m_p g$$

$$\frac{\partial N}{\partial x_1} = 2 \frac{D}{r^2} \dot{x}_1$$

$$\frac{J}{r^2} \ddot{x}_1 + m_p \ddot{x}_1 - k(x_2 - x_1) - m_p g + \frac{D}{r^2} \dot{x}_1 = \frac{M_s}{r}$$

$$M_s = k_m i$$

Przekształcenie Laplace'a:

$$\frac{J}{r^2} s^2 X_1 + m_p s^2 X_1 - k X_2 + k X_1 - m_p g + \frac{D}{r^2} s X_1 = \frac{k_m}{r} I$$

$$X_1 \left[ \left( \frac{J}{r^2} + m_p \right) s^2 + \frac{D}{r^2} s + k \right] = \frac{k_m}{r} I + m_p g + k X_2$$

$$X_1 = \frac{\frac{k_m}{r} I + m_p g + k X_2}{\left( \frac{J}{r^2} + m_p \right) s^2 + \frac{D}{r^2} s + k}$$

- Kabina:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \frac{\partial N}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) = m \ddot{x}_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -k(x_2 - x_1) - m g$$

$$\frac{\partial N}{\partial x_2} = 2 b \dot{x}_2$$

$$m \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) + m g + b \dot{x}_2 = 0$$

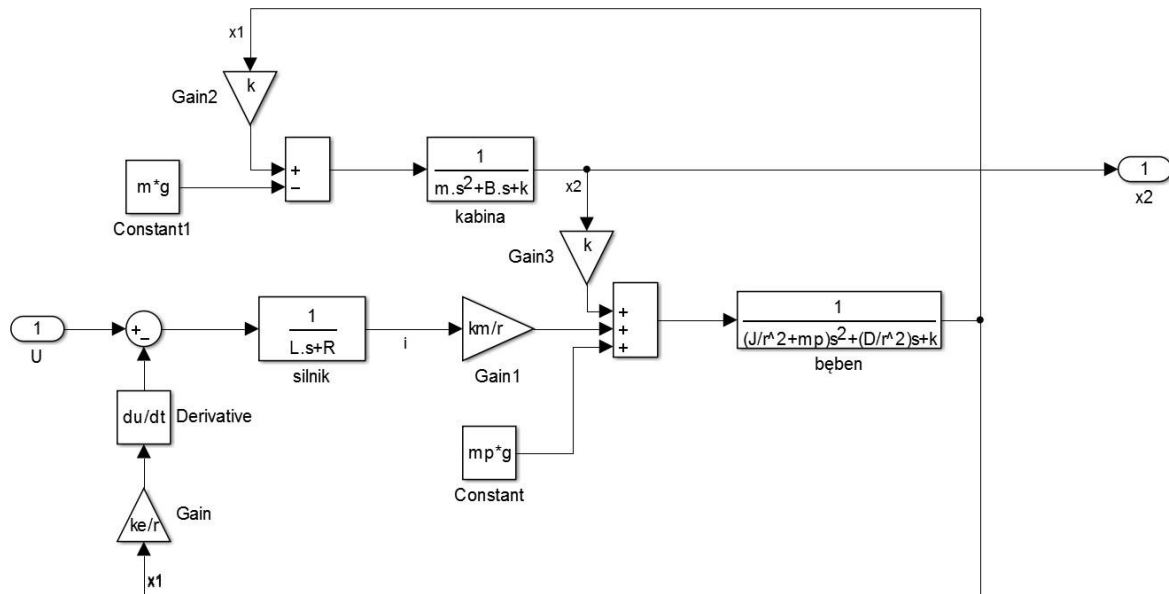
Przekształcenie Laplace'a:

$$ms^2X_2 + kX_2 - kX_1 + mg + bsX_2 = 0$$

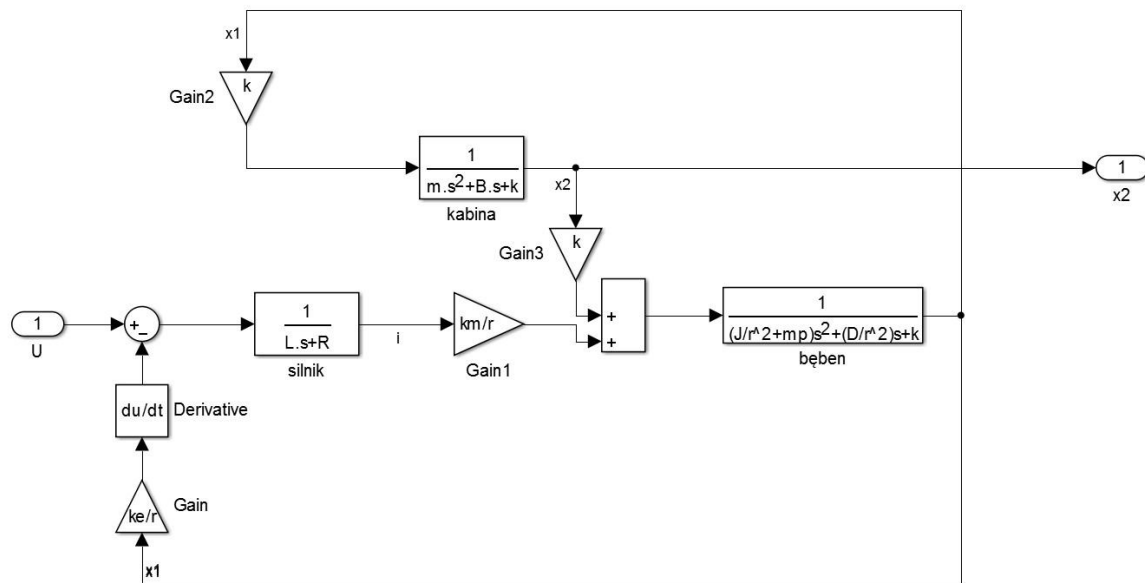
$$X_2(ms^2 + bs + k) = kX_1 - mg$$

$$X_2 = \frac{kX_1 - mg}{ms^2 + bs + k}$$

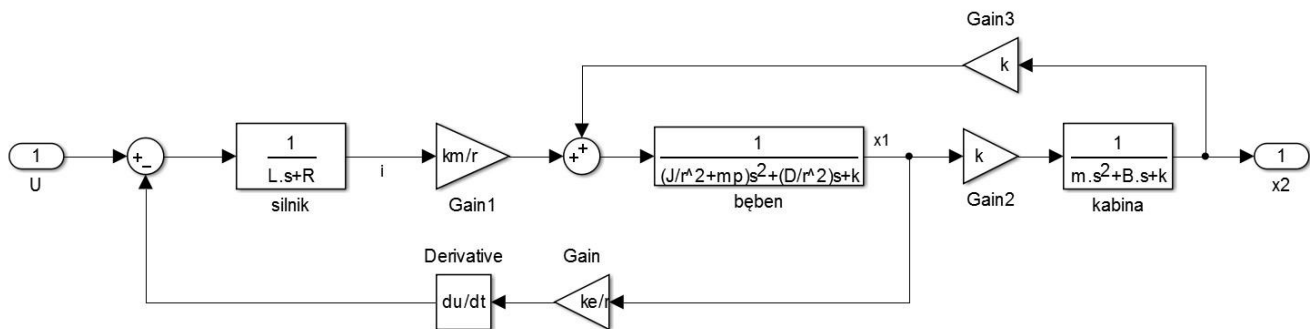
### 3. Zamiana modelu w Simulinku na transmitancję



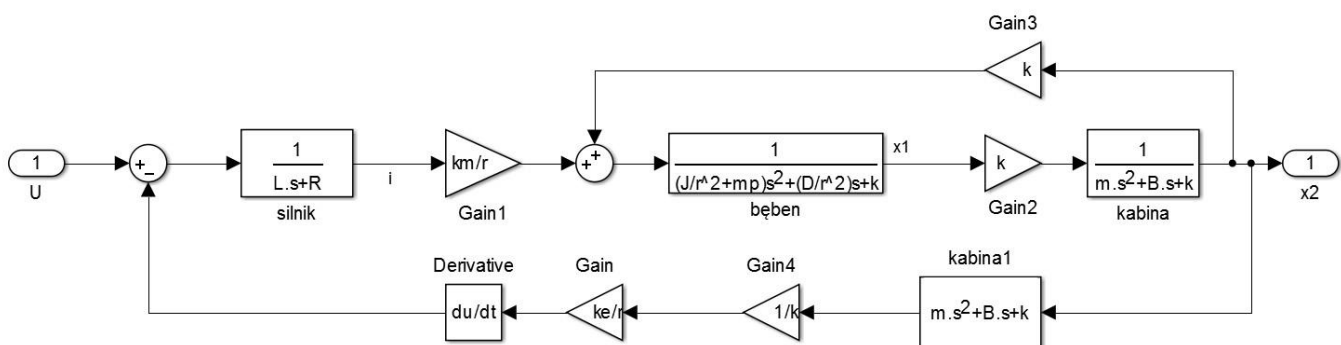
Dla uproszczenia procedury został pominięty wpływ grawitacji.



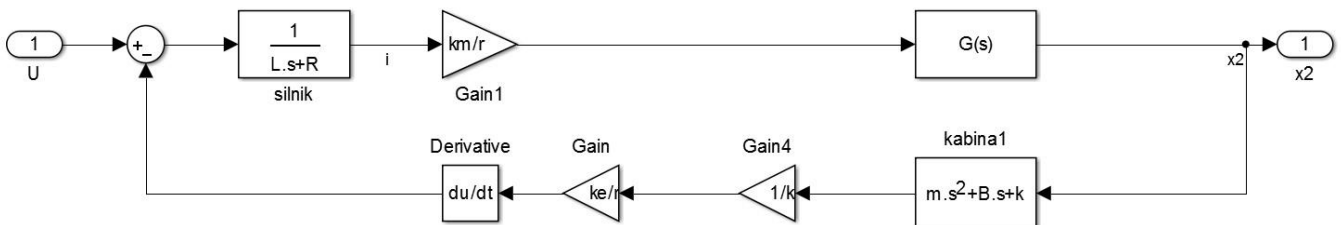
Następnie przekształciliśmy model do czytelniejszej wersji.



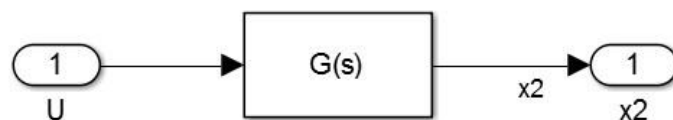
Sprężenie zwrotne od prędkości bębna przenieśliśmy na koniec modelu.



Następnie wyliczyliśmy transmitancję zastępczą części modelu.



Na koniec obliczyliśmy transmitancję zastępczą całego modelu.



masie przeciwwagi (450 kg). Procedura w MATLABie:

```

V=10;
L=0.1;
R=0.1;
J=0.1;
D=1;
km=2;
ke=2;
P=400;
r=0.25;
mw=450;
mo=50;
m=mw+mo;
mp=450;
B=5;
k=800000;
g=9.81;
T=1;
G_beben = tf([1],[(J/r^2+mp) (D/r^2) k]);
G_winda = tf([1],[m B k]);
G_silnik = tf([1],[L R]);
G_k = tf([k],[1]);
G_km = tf([km/r],[1]);
G_ke = tf([ke/r 0],[1]);
G1 = series(G_beben,G_k);
G1 = series(G1,G_winda);
G1 = feedback(G1,G_k,1);
G1 = series(G1,G_km);
G1 = series(G1,G_silnik);
G2 = series(G_ke,1/G_k);
G2 = series(G2,1/G_winda);
G1 = feedback(G1,G2,-1)

```

```

[ld,md] = c2d(G1,T,'zoh');
G2=tf(ld,md,T)

```

T czas próbkowania równy 1s G1 transmitancja ciągła ld i md - licznik i mianownik dyskretniej transmitancji windy

G1 =

5.12e12

$$1.806e10 s^5 + 1.888e10 s^4 + 6.093e13 s^3 + 6.225e13 s^2 + 4.23e13 s$$

Continuous-time transfer function.

G2 =

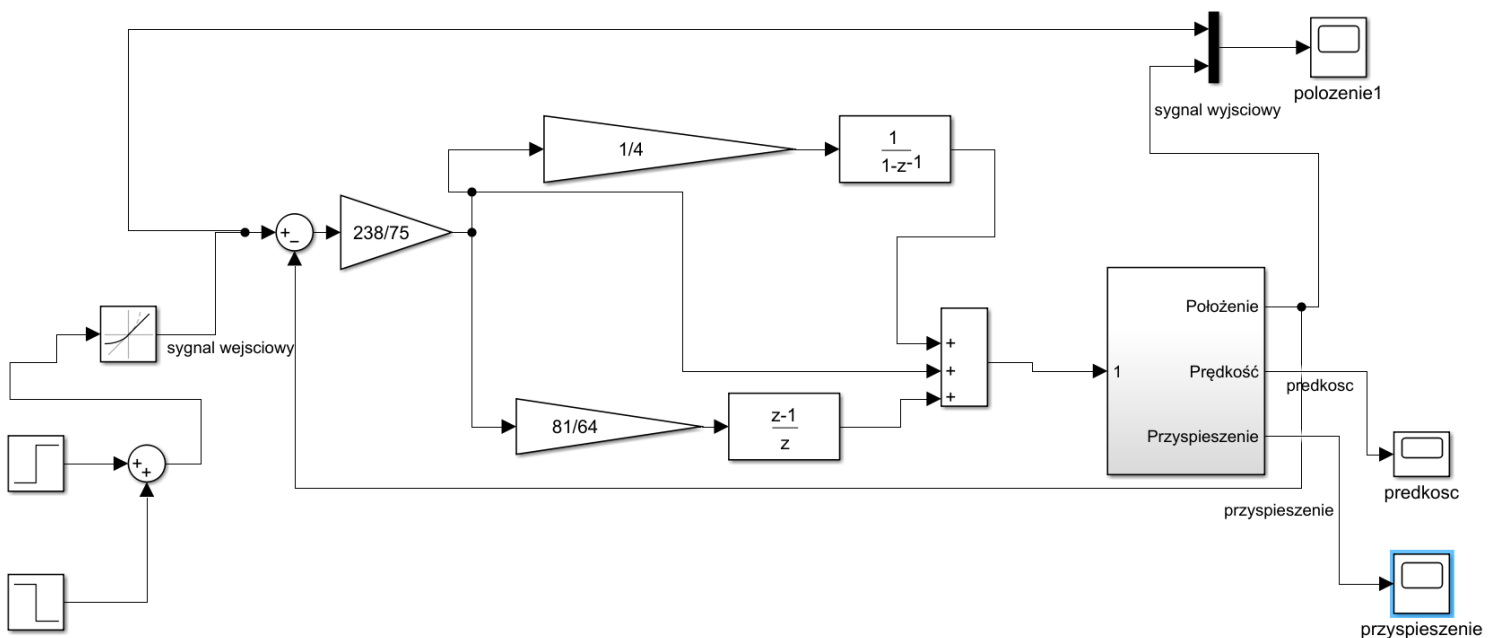
$$0.01069 z^4 + 0.03161 z^3 + 0.0137 z^2 + 0.03127 z + 0.006237$$

$$z^5 - 2.045 z^4 + 2.473 z^3 - 2.389 z^2 + 1.313 z - 0.3515$$

Sample time: 1 seconds

Discrete-time transfer function.

#### 4. Regulator PID



Jako regulator PID zastosowaliśmy bloczki gain oraz transfer function. Nastawy regulatora PID dobrane metodą Zieglera-



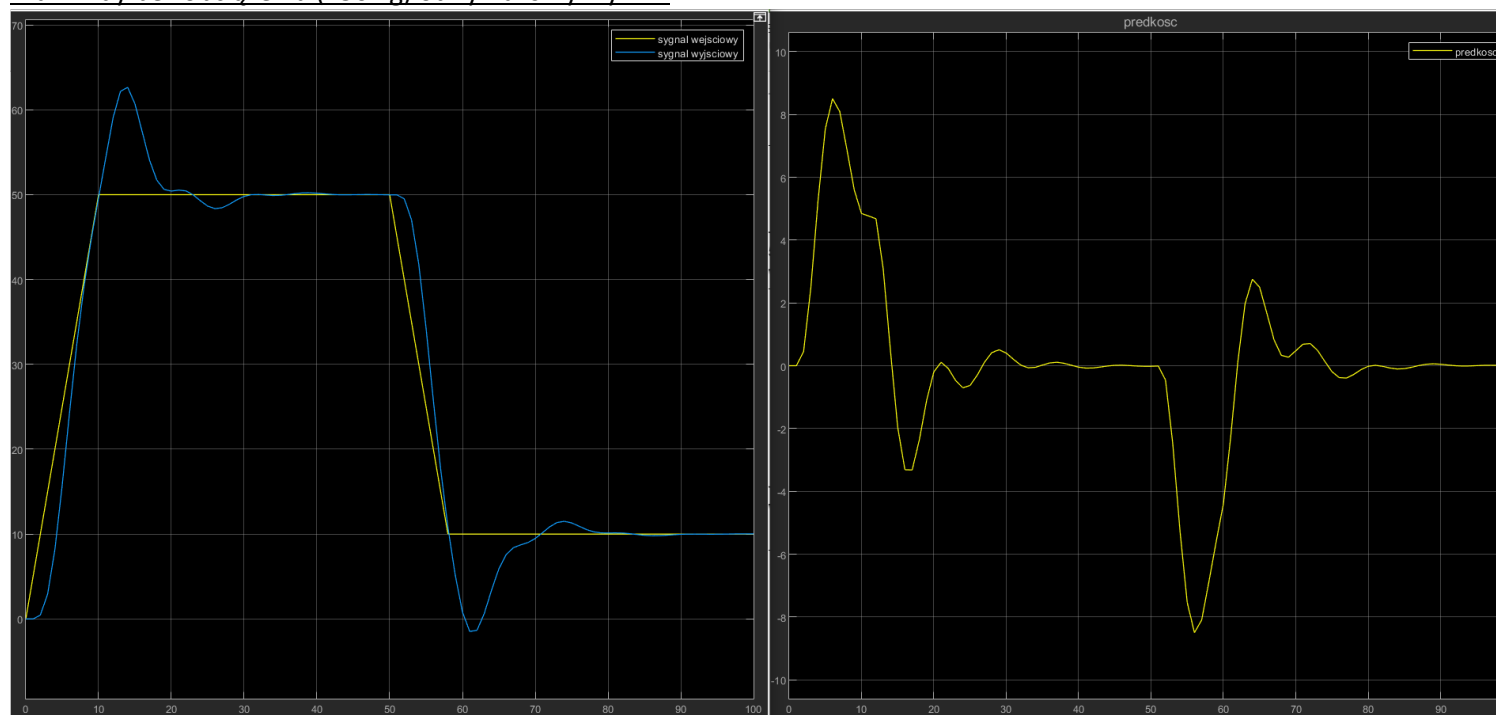
Nicholsa nie sprawdziły się.

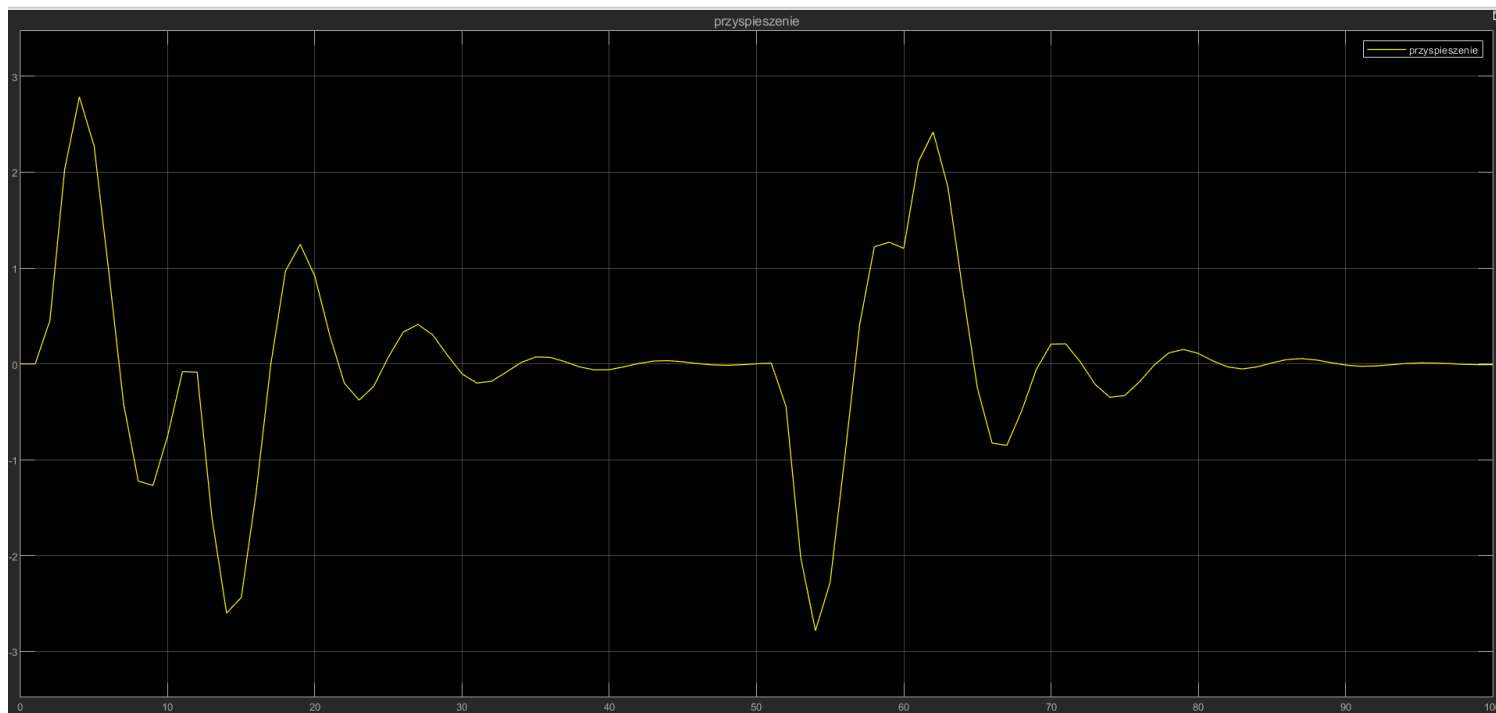
	$K_p$	$T_I/T_P$	$T_D/T_P$
PID discret	$0,6K_{kr} \left(1 - \frac{T_P}{T_{osc}}\right)$	$0,5 \left(\frac{T_{osc}}{T_P} - 1\right)$	$0,125 \frac{\left(\frac{T_{osc}}{T_P}\right)^2}{\left(\frac{T_{osc}}{T_P} - 1\right)}$

gdzie:

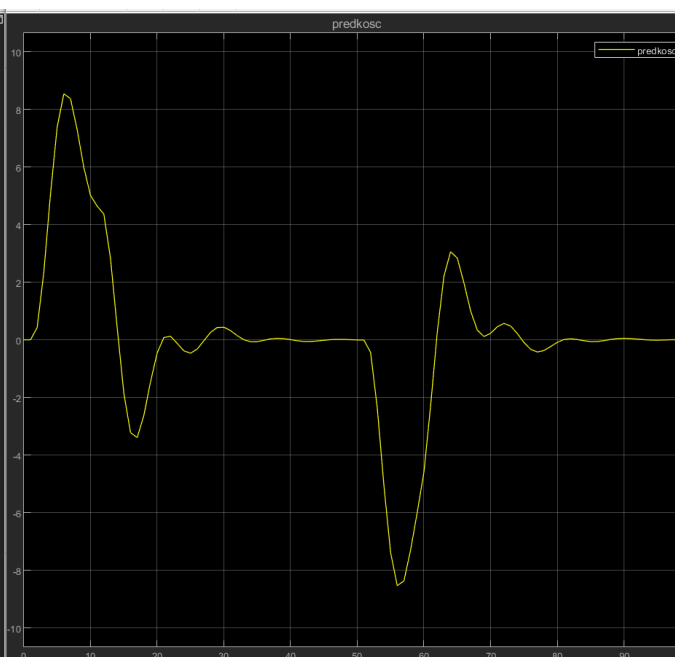
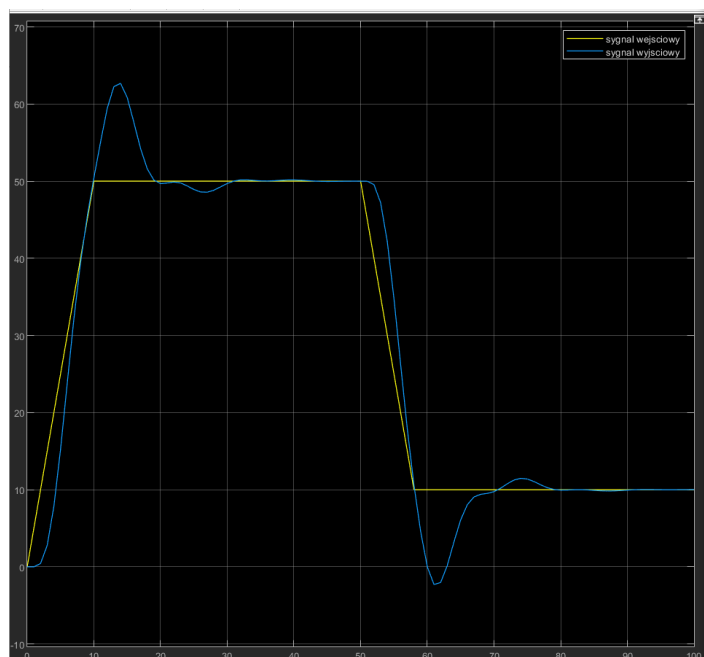
$$U(z) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I/T_P} \cdot \frac{z}{z-1} + T_D/T_P \cdot \frac{z-1}{z}\right)$$

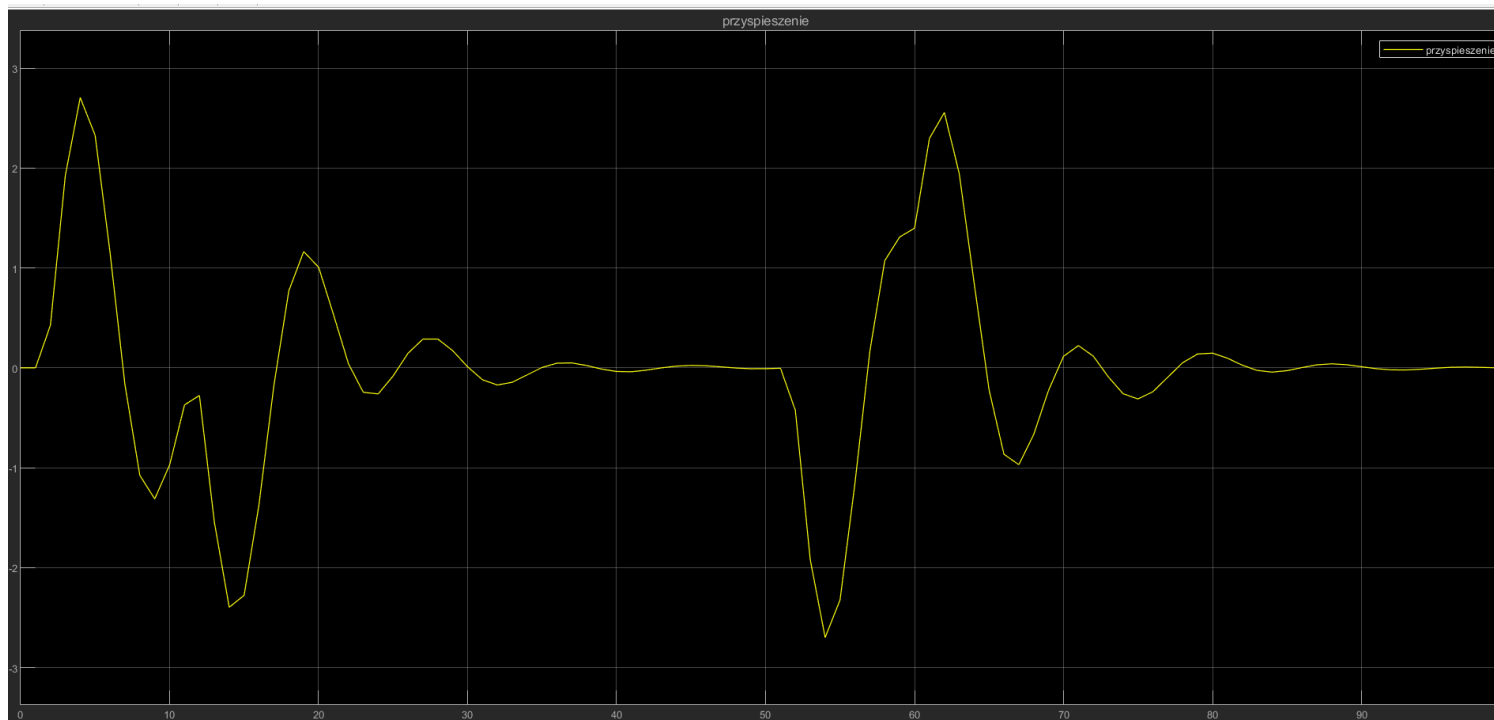
Dla windy bez obciążenia (450 kg) otrzymaliśmy wyniki:





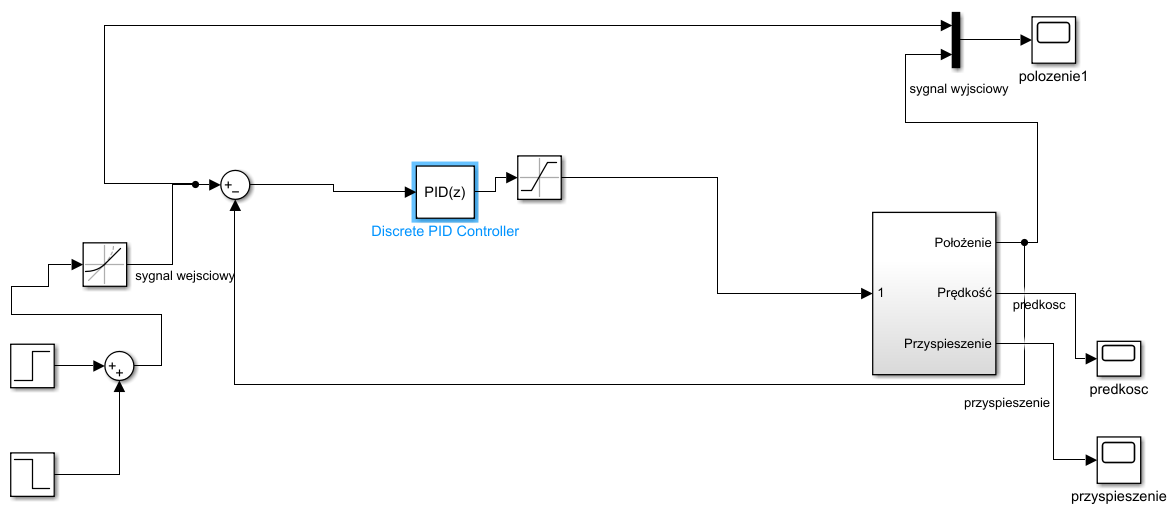
Z obciążeniem (500 kg):





## METODA AUTOTUNE:

Dla windy bez obciążenia (500 kg) otrzymaliśmy wyniki:



Block Parameters: Discrete PID Controller

PID 1dof (mask) (link)

This block implements continuous- and discrete-time PID control algorithms and includes advanced features such as anti-windup, external reset, and signal tracking. You can tune the PID gains automatically using the 'Tune...' button (requires Simulink Control Design).

Controller: **PID** Form: **Parallel**

Time domain:

☐ Continuous-time

☒ Discrete-time

Discrete-time settings

☐ PID Controller is inside a conditionally executed subsystem

Sample time (-1 for inherited): **1**

Integrator and Filter methods:

Compensator formula

$$P + I \cdot T_s \frac{1}{z-1} + D \frac{N}{1 + N \cdot T_s \frac{1}{z-1}}$$

Main Initialization Output Saturation Data Types State Attributes

Controller parameters

Source: **internal**

Proportional (P): **1.85**

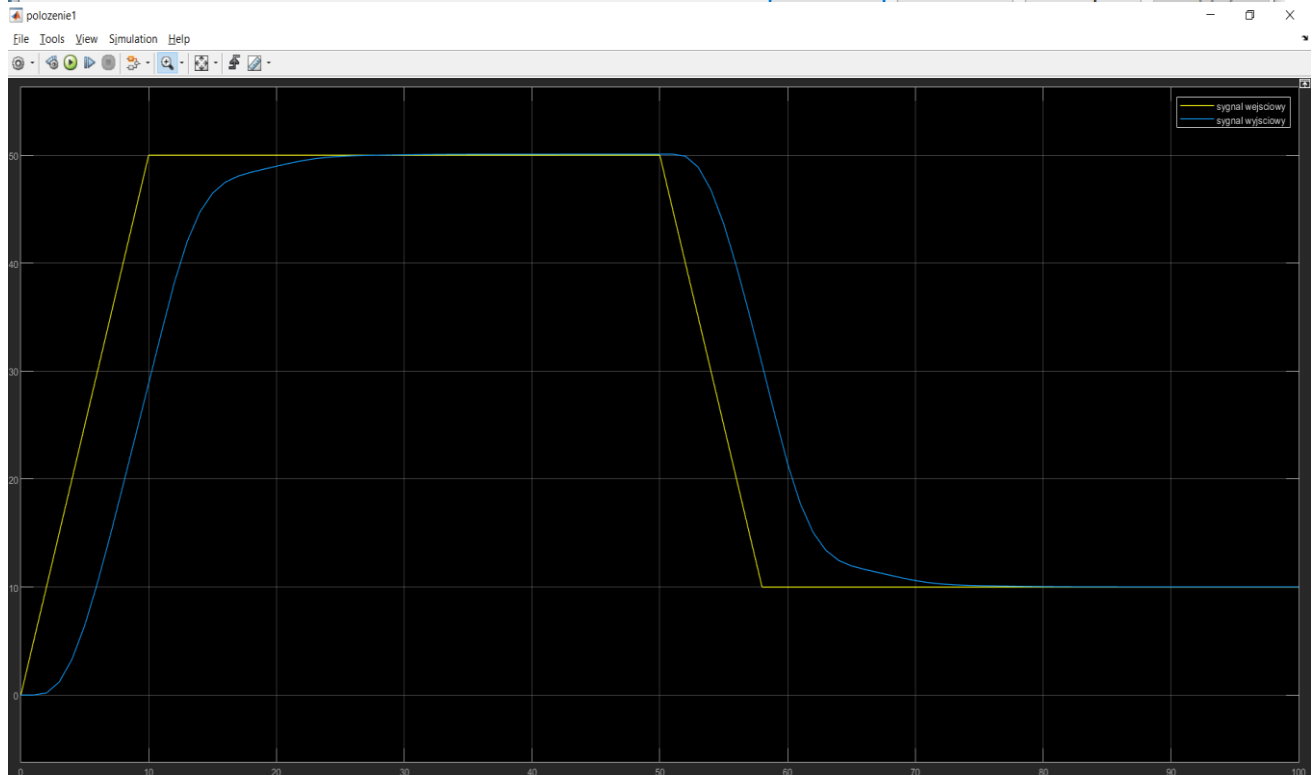
Integral (I): **0.002**

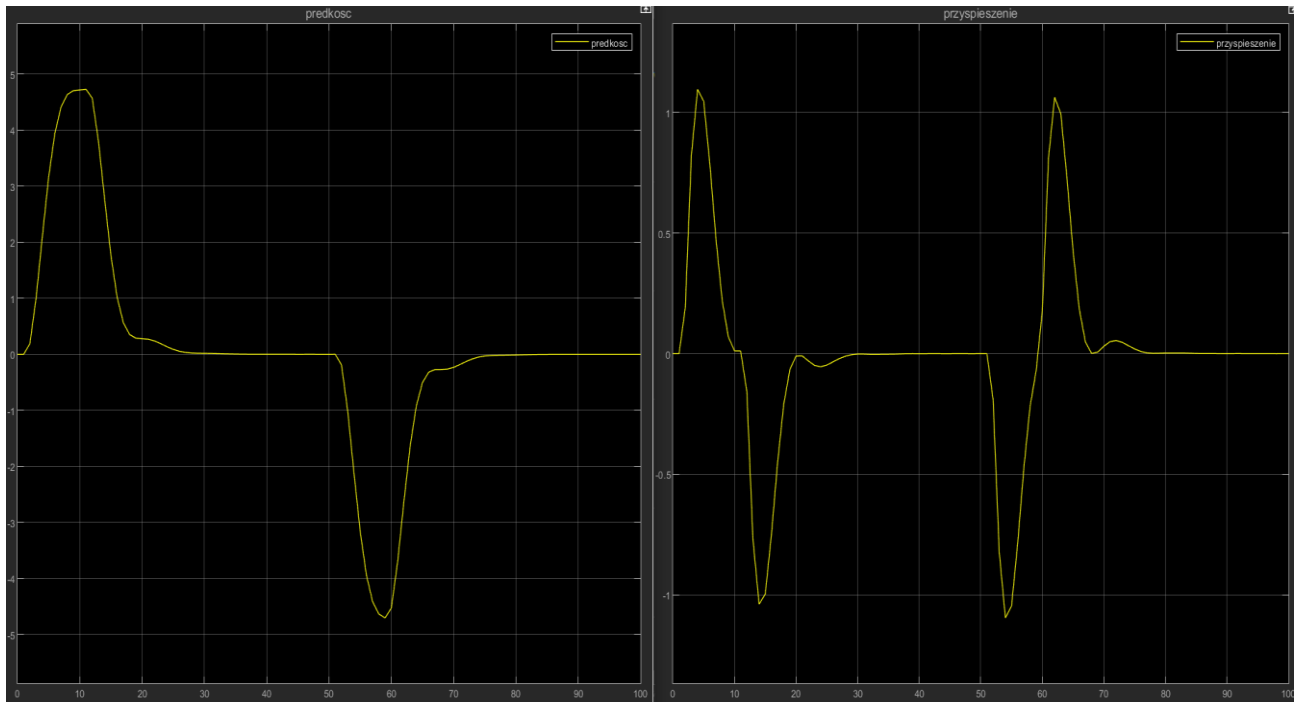
Derivative (D): **1.3**

☒ Use filtered derivative

Filter coefficient (N): **1.3**

OK Cancel Help Apply





Z obciążeniem (450 kg):

Block Parameters: Discrete PID Controller

PID 1dof (mask) (link)

This block implements continuous- and discrete-time PID control algorithms and includes advanced features such as anti-windup, external reset, and signal tracking. You can tune the PID gains automatically using the 'Tune...' button (requires Simulink Control Design).

Controller: PID
Form: Parallel

Time domain:

Continuous-time
Discrete-time

Discrete-time settings

PID Controller is inside a conditionally executed subsystem
Sample time (-1 for inherited): 1

Integrator and Filter methods:

Compensator formula
$$P + I \cdot T_s \frac{1}{z-1} + D \frac{N}{1 + N \cdot T_s \frac{1}{z-1}}$$

Main Initialization Output Saturation Data Types State Attributes

Controller parameters

Source: internal

Proportional (P): 2

Integral (I): 0.0015

Derivative (D): 0.8

☒ Use filtered derivative

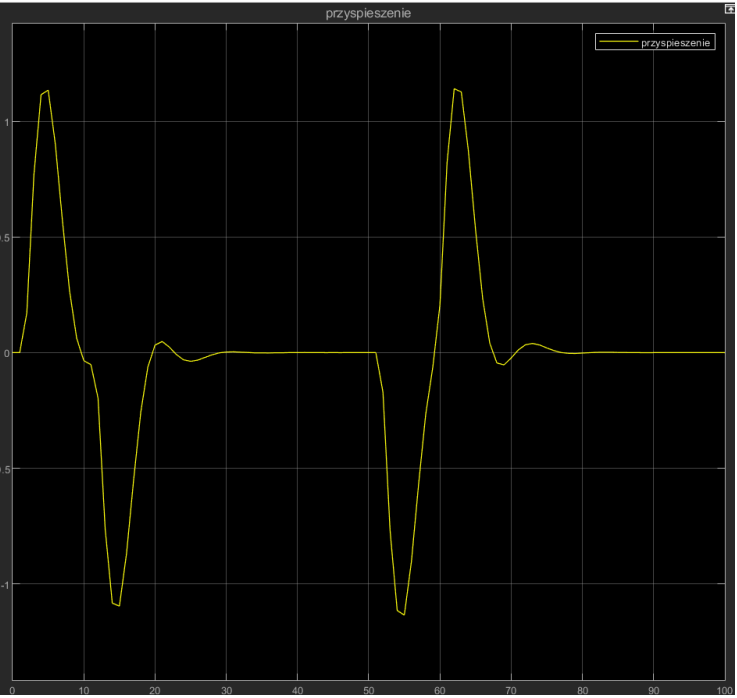
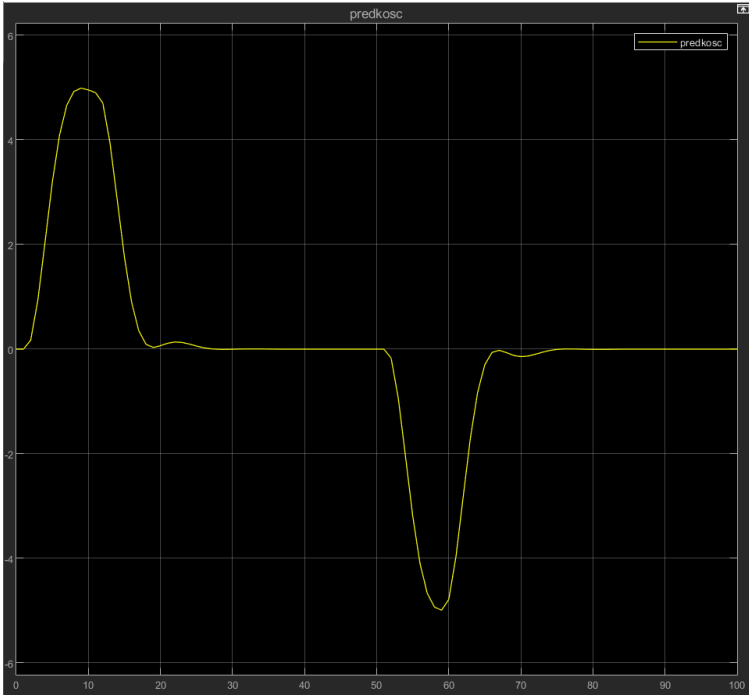
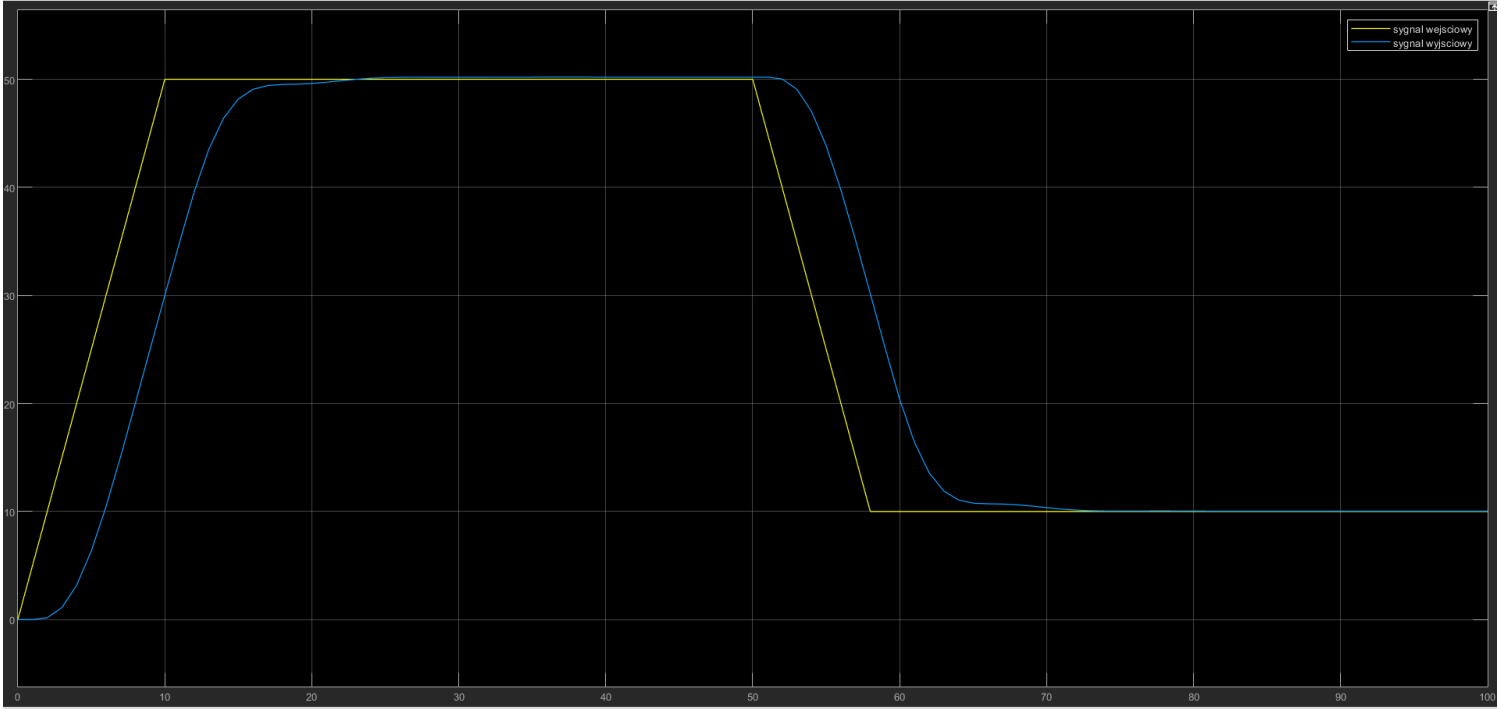
Filter coefficient (N): 1.3

OK

Cancel

Help

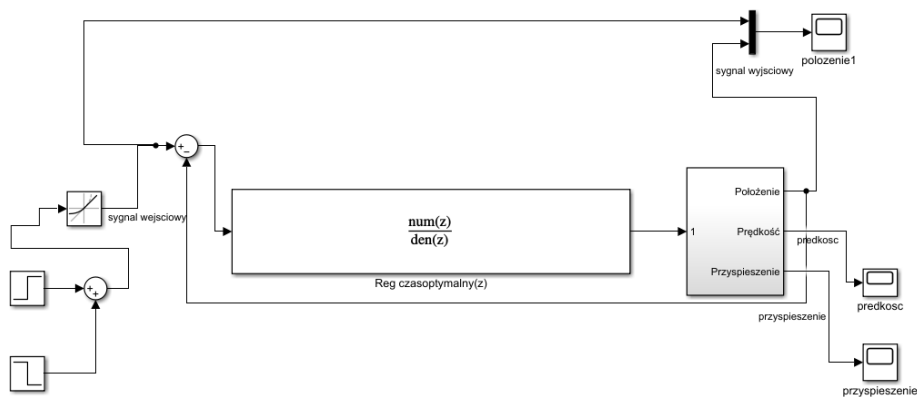
Apply



## 5. Czasooptymalny:

$$G_o(z) = \frac{L_o(z)}{M_o(z)}$$

$$G_r(z) = \frac{M_o(z)}{L_o(1) \cdot z^{n_o} - L_o(z)}$$



## Bez obciążenia (450kg)

Block Parameters: Reg czasooptymalny(z)

Discrete Transfer Fcn

Implement a z-transform transfer function. Specify the numerator and denominator coefficients in descending powers of z. The order of the denominator must be greater than or equal to the order of the numerator.

Main Data Types State Attributes

Data

	Source	Value
Numerator:	Dialog	[1 -2.045 2.473 -2.389 1.313 -0.3515]
Denominator:	Dialog	[0.093507 -0.01069 -0.03161 -0.0137 -0.03127 -0.006237]
Initial states:	Dialog	0

External reset: None

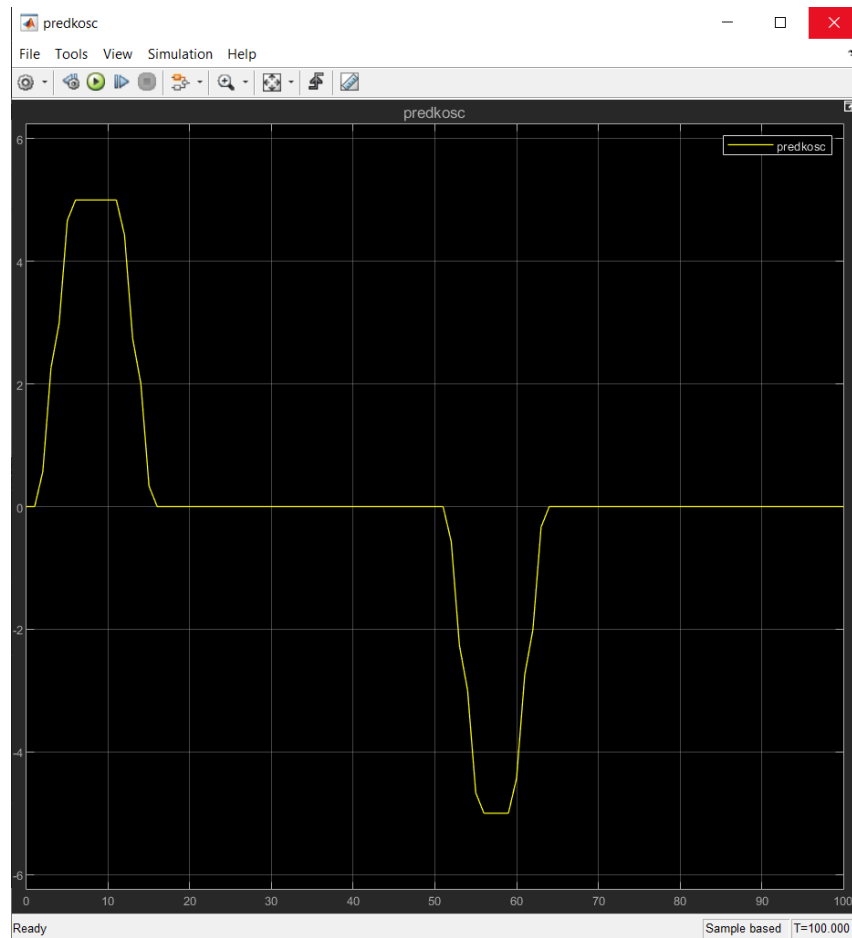
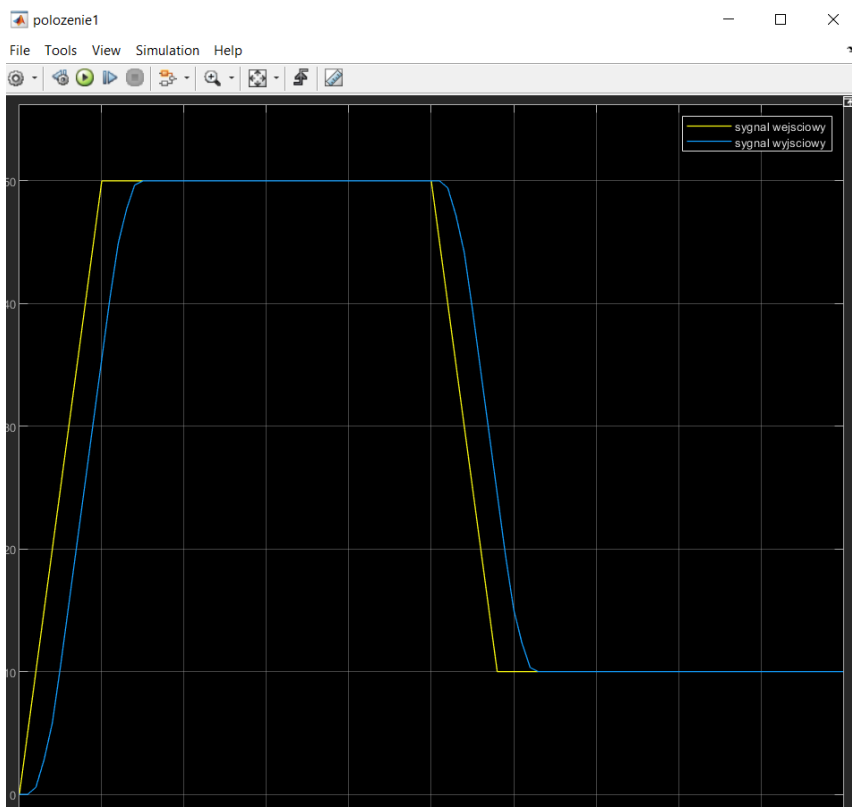
Input processing: Elements as channels (sample based)

☐ Optimize by skipping divide by leading denominator coefficient (a0)

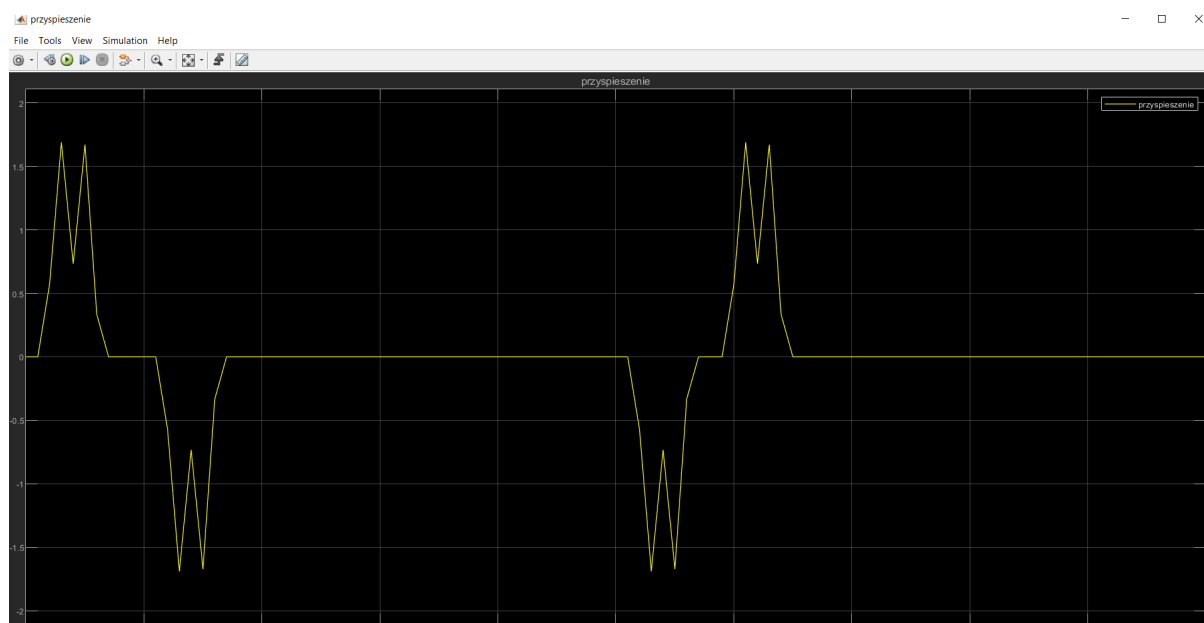
Sample time (-1 for inherited):

1

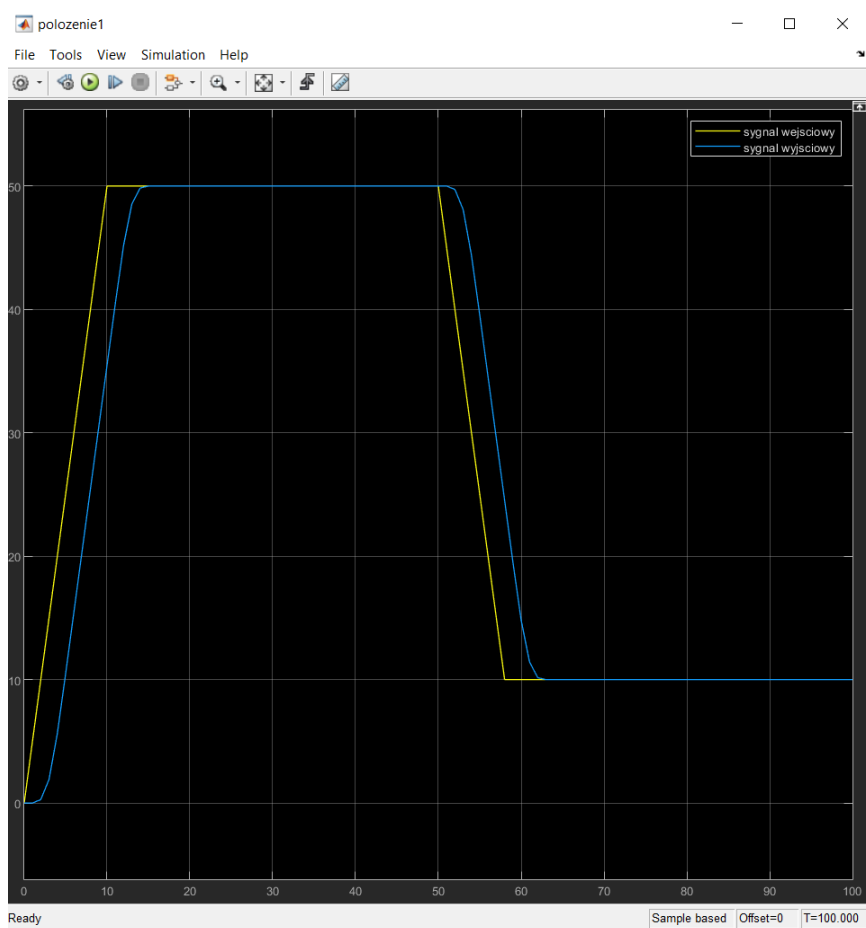
OK Cancel Help Apply

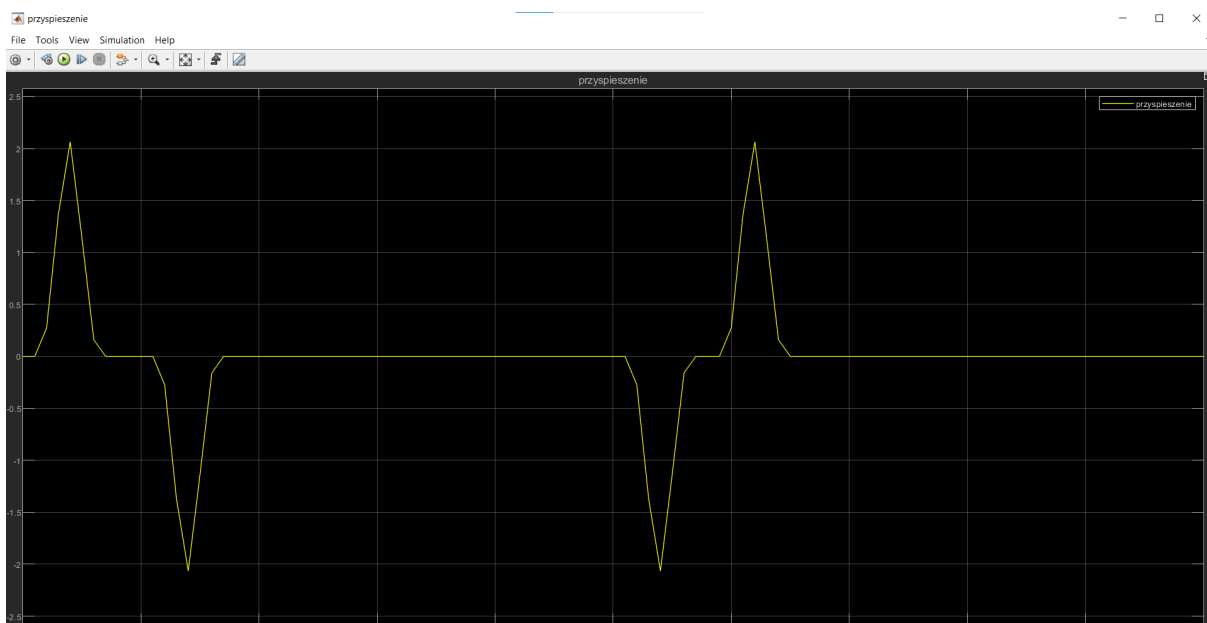
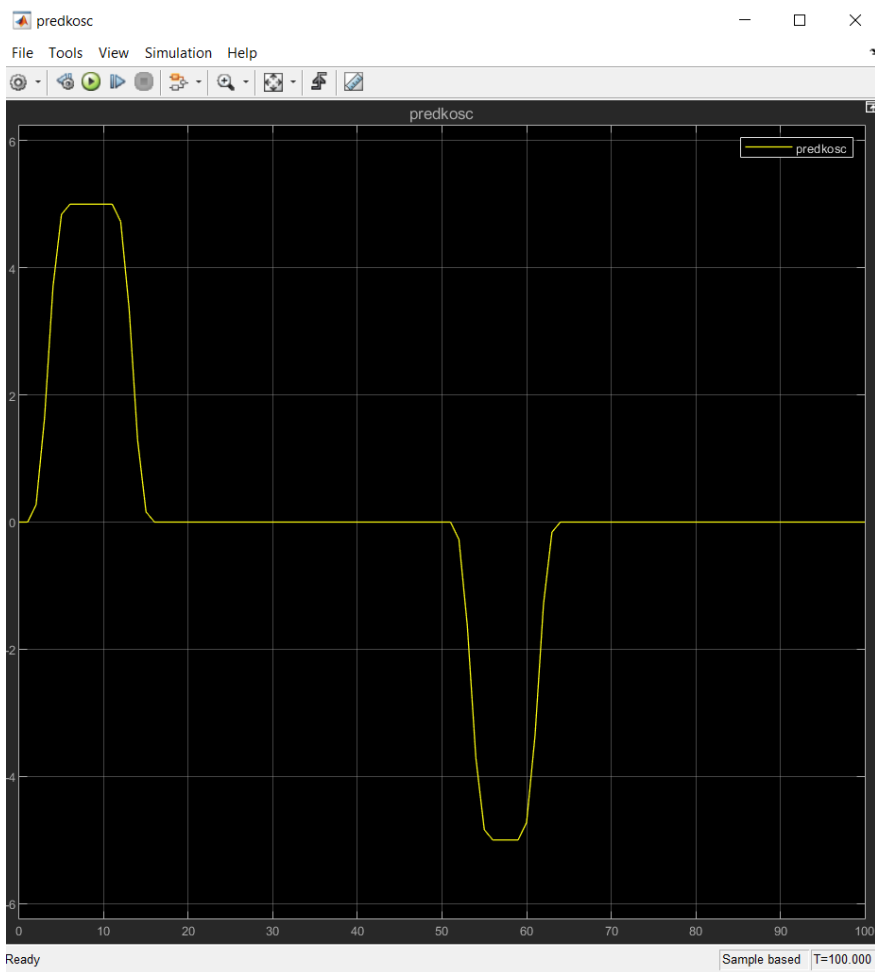






Z obciążeniem(500kg)

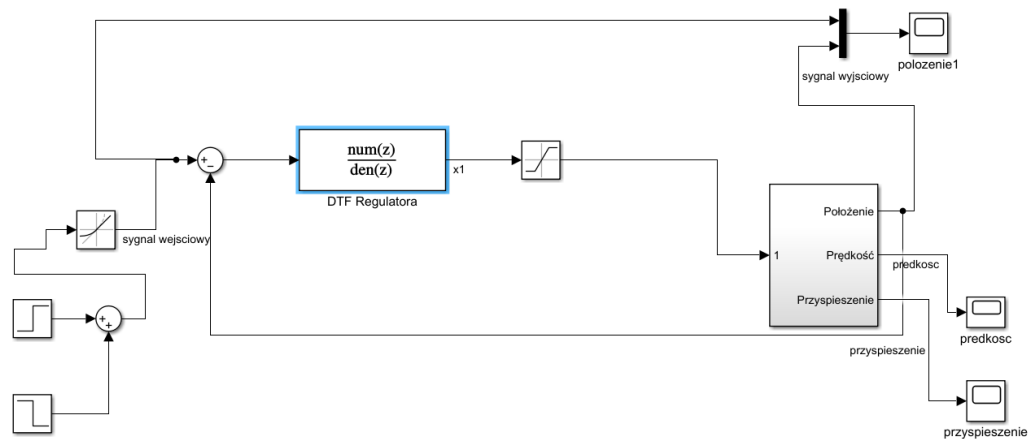




## 6. Deadbeat:

$$G_o(z^{-1}) = z^{-k} \cdot \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

$$G_r(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1} + q_2 \cdot z^{-2} + q_m \cdot z^{-m}}{1 - p_1 \cdot z^{-1} - p_2 \cdot z^{-2} + \dots - p_n \cdot z^{-n}}$$



Kod liczący parametry regulatora:

```

1 clear all
2 L=[512]
3 M=[1.806*10^0 1.888*10^0 6.093*10^3 6.225*10^3 4.23*10^3 0]
4 h = tf(L,M)
5
6 %hd1 = c2d(h, 0.1,'zoh')
7 [Lo, Md]=c2dm(L,M,1,'zoh')
8 Gzo=filt(Lo,Md,1)
9 b1=Lo(2);
10 b2=Lo(3);
11 b3=Lo(4);
12 b4=Lo(5);
13 b5=Lo(6);
14 a1=Md(2);
15 a2=Md(3);
16 a3=Md(4);
17 a4=Md(5);
18 a5=Md(6);
19 q0=1/(sum(Lo));
20 q1=a1*q0;

```

```

21     q2=a2*q0;
22     q3=a3*q0;
23     q4=a4*q0;
24     q5=a5*q0;
25     p1=b1*q0;
26     p2=b2*q0;
27     p3=b3*q0;
28     p4=b4*q0;
29     p5=b5*q0;
30     Lr=[q0 q1 q2 q3 q4 q5];
31     Mr=[1 -p1 -p2 -p3 -p4 -p5] ;
32     Gr2=filt(Lr,Mr,1)

```

Bez obciążenia(450kg):

Transmitancja regulatora:

Sample time: 1 seconds  
Discrete-time transfer function.

Gr2 =

$$10.62 - 21.57 z^{-1} + 25.97 z^{-2} - 25.18 z^{-3} + 13.89 z^{-4} - 3.732 z^{-5}$$

$$1 - 0.1135 z^{-1} - 0.3372 z^{-2} - 0.1502 z^{-3} - 0.3329 z^{-4} - 0.06622 z^{-5}$$

Sample time: 1 seconds  
Discrete-time transfer function.

×

Discrete Transfer Fcn

Implement a z-transform transfer function. Specify the numerator and denominator coefficients in descending powers of z. The order of the denominator must be greater than or equal to the order of the numerator.

Main   Data Types   State Attributes

Data

	Source	Value
Numerator:	Dialog	[10.62 -21.57 25.97 -25.18 13.89 -3.732]
Denominator:	Dialog	[1 -0.1135 -0.3372 -0.1502 -0.3329 -0.06622]
Initial states:	Dialog	0

External reset: None

Input processing: Elements as channels (sample based)

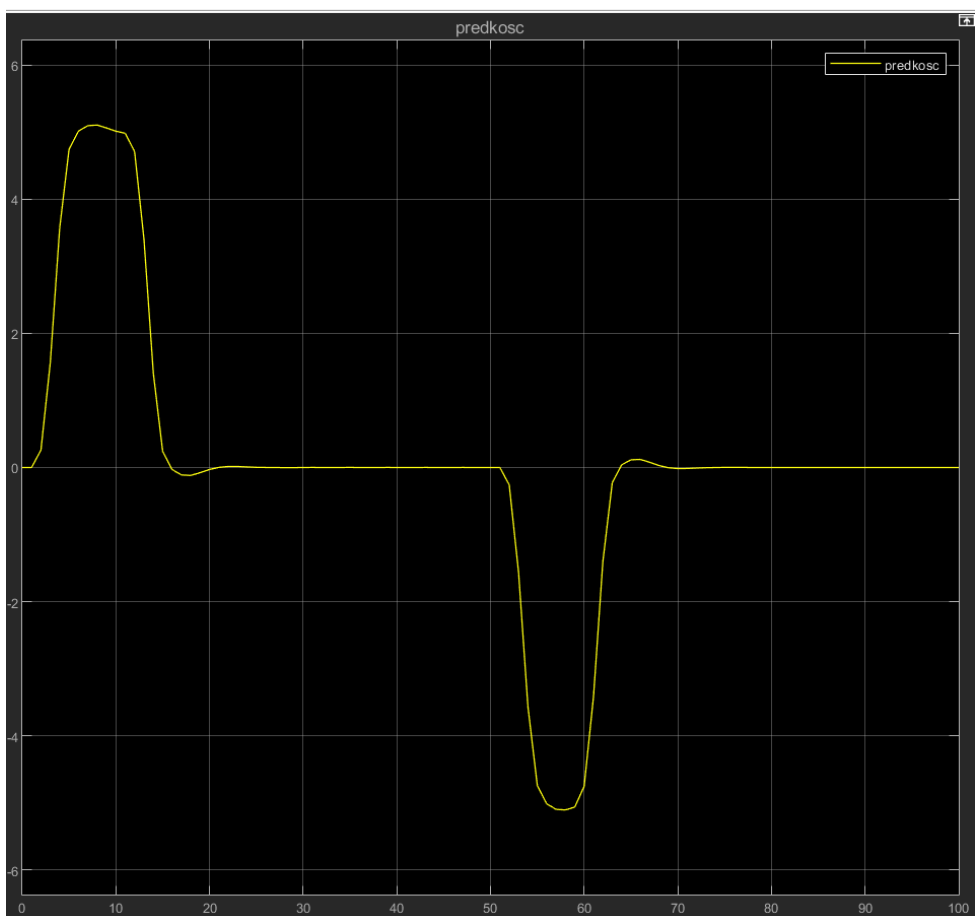
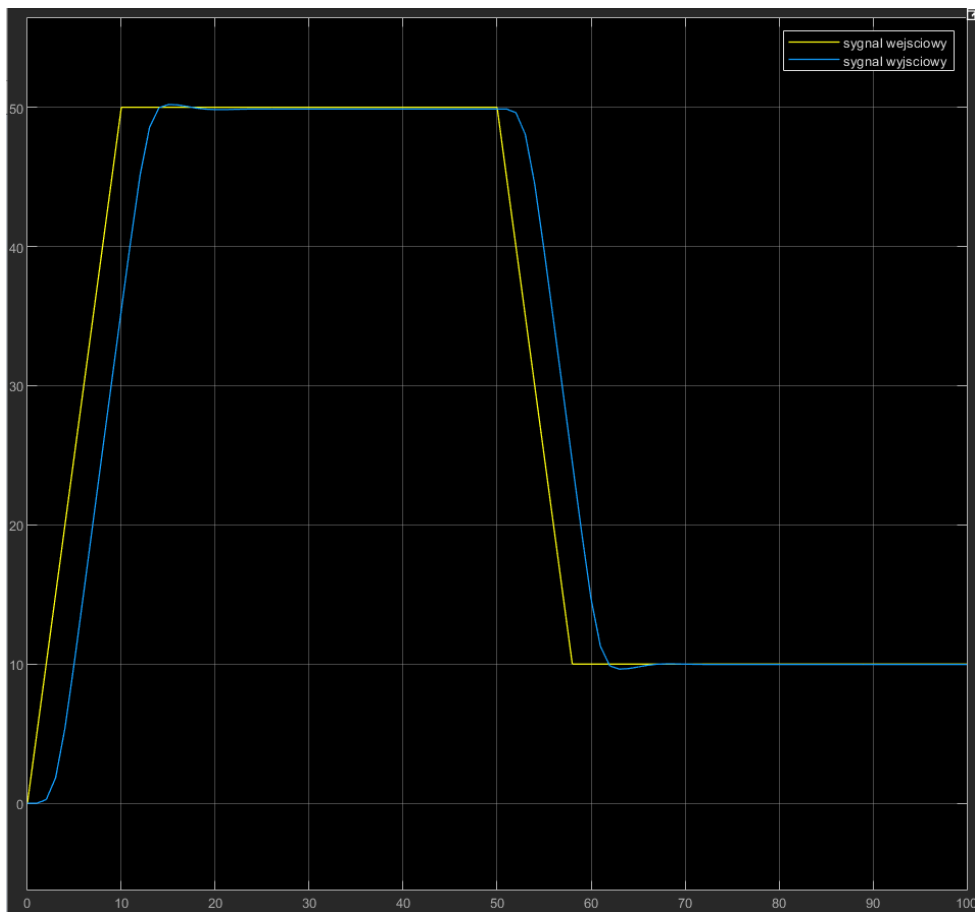
☐ Optimize by skipping divide by leading denominator coefficient (a0)

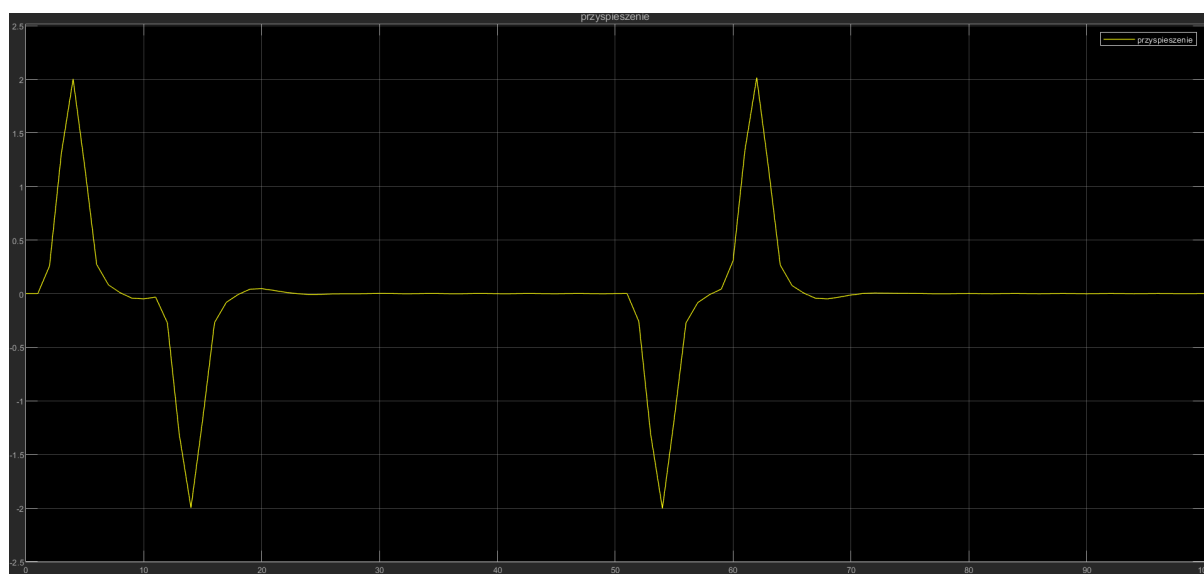
Sample time (-1 for inherited):

1

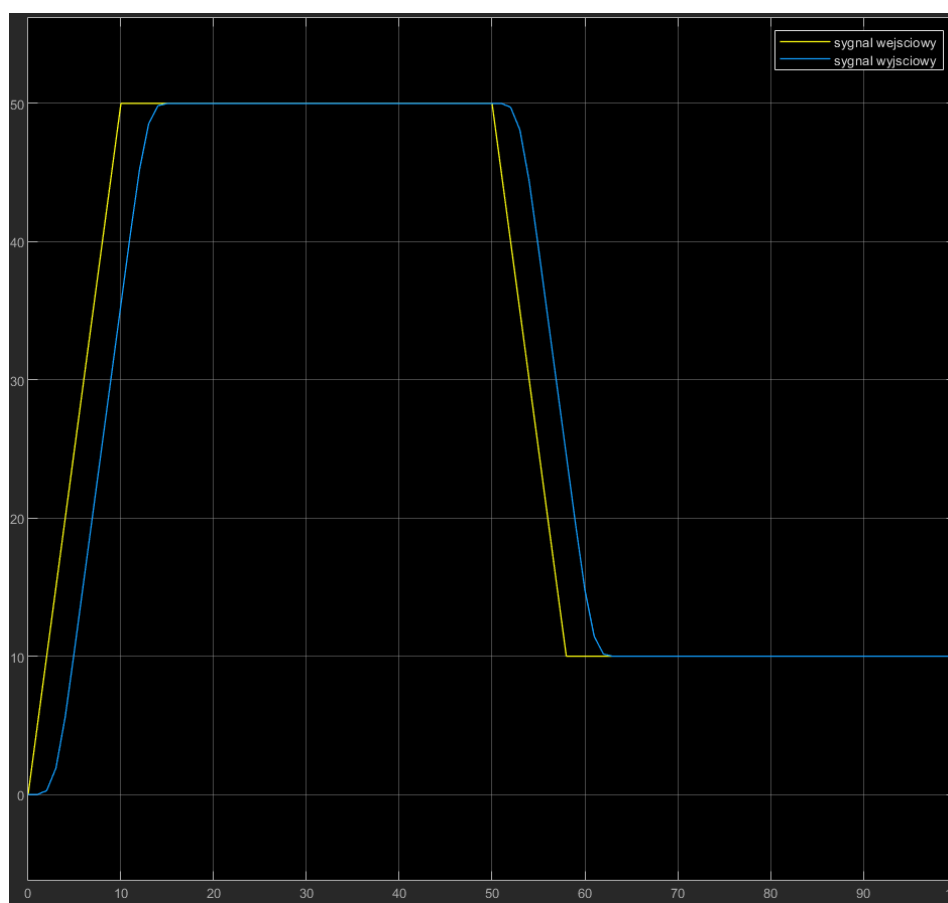
?

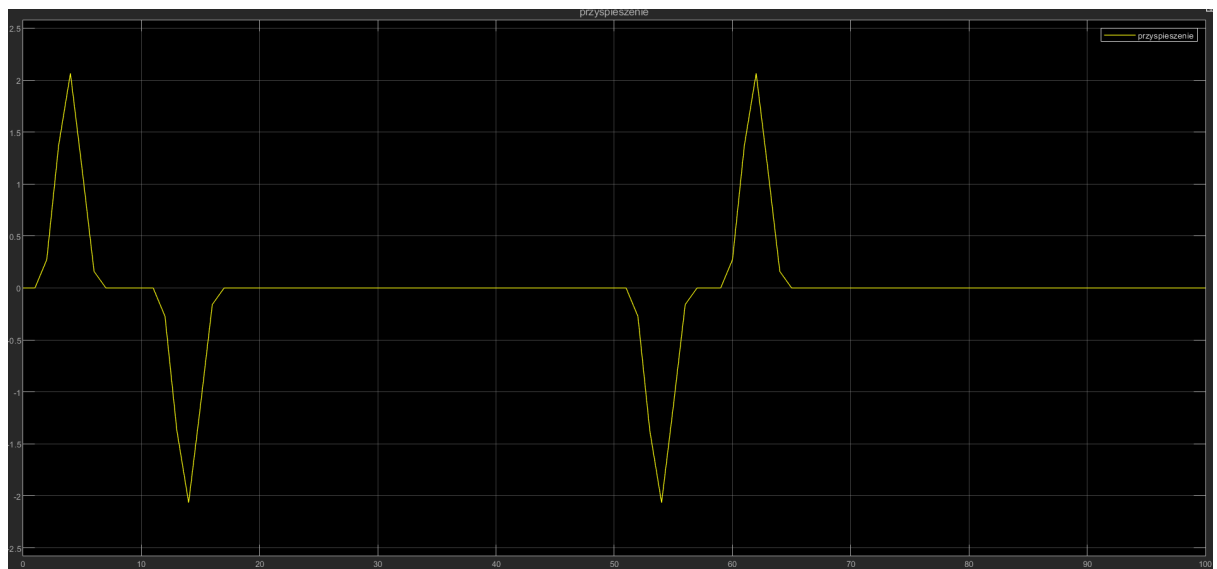
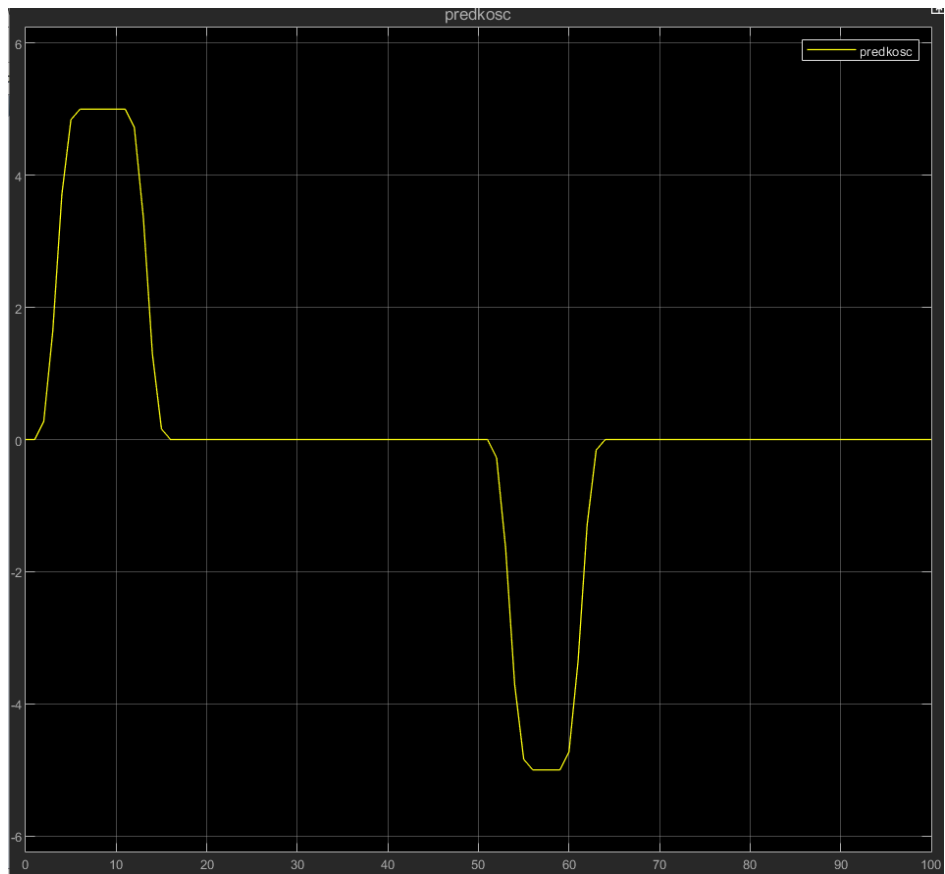
OK Cancel Help Apply





Z obciążeniem(500kg)





## 7. Wnioski

W przypadku regulatora PID Wyniki otrzymane metodą ZiegleraNicholsa są niedopuszczalne do realizacji rzeczywistej. Występuje przeregulowanie w sygnale przemieszczenia które miałyby negatywny wpływ na pracę windy. Prędkość została osiągnięta częściowo widzimy negatywna wartość prędkość w danej chwili przy uruchamianie windy co wpływa na zmianę ruchu podczas rozpędu a ten efekt źle wpływa na pracę windy.

Metoda autotune zadowalające wyniki osiągnięto małe przeregulowanie, prędkość mniejsza niż ustalona  $10[m/s]$ , oraz wykres przyspieszeń całkiem łagodny max wartość  $a < 1,5[m/s^2]$ .

Metoda czasu optymalnego pozwoliła uzyskać satysfakcjonujące wyniki z maksymalną prędkością około  $5 m/s$  i przyspieszeniem ok  $2 m/s^2$ .

Metoda deadbeat pozwoliła uzyskać wyniki w granicach prędkość w granicach  $4 m/s$  oraz przyspieszenie mniejsze niż  $2 m/s^2$ .

W obu tych metodach prędkości maksymalne wynoszą ok.  $5 m/s$  co jest wynikiem mieszczącym się w normie.

Metody czasooptymalna i deadbeat pozwalają osiągnąć zadane położenie znacznie szybciej niż pozostałe metody, pozwalają też one uniknąć oscylacji.