

対称移動による行列の積

担当：久保 康幸

実施日

M3：6/20(木) 3 コマ目

S3：6/24(月) 2 コマ目(実施日変更！)

I3：6/25(火) 1 コマ目

<https://kubo-yuge.github.io/>

学習目標

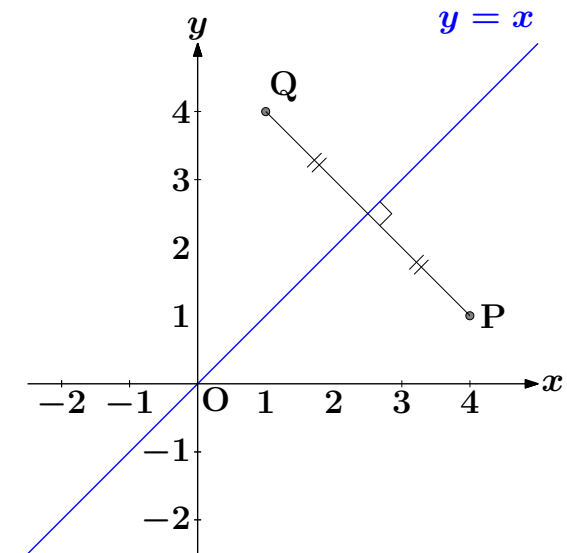
- 直線 $y = x$ に関する対称移動の式を求め、行列の積で表すことができる。
- 直線 $y = 2x$ に関する対称移動の式の求め方を説明できる。

直線に関する対称移動

対称移動の式 (問題 1)

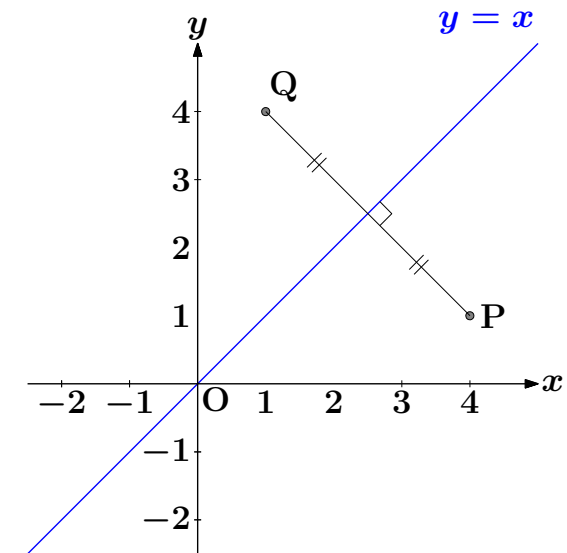
問題 1

直線 $y = x$ に関する対称移動によって、点 $P(x, y)$ が点 $Q(x', y')$ へ移るとき、 x', y' を x, y の式で表せ。



問題 1 の体験

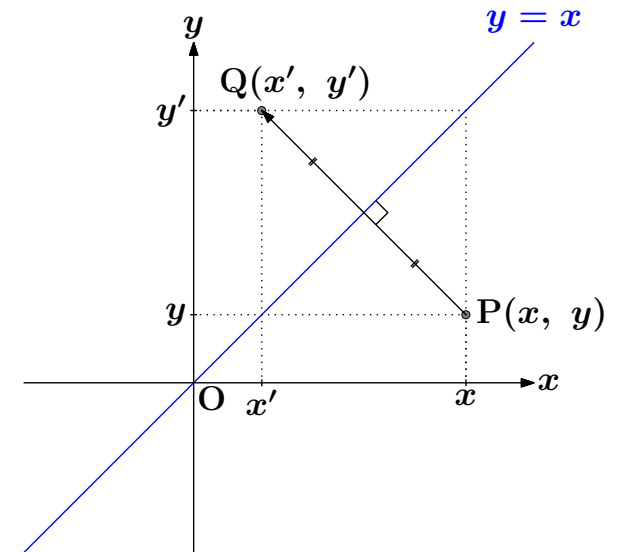
リンク先の画像をクリックし、
点 P を動かしてみましょう。



<https://kubo-yuge.github.io/>

問題 1 の解答

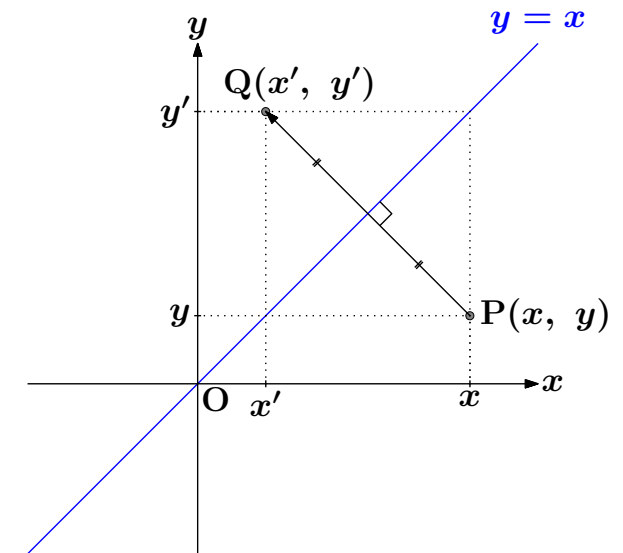
右図より， x', y' と x, y の関係は，



問題 1 の解答

右図より， x', y' と x, y の関係は，

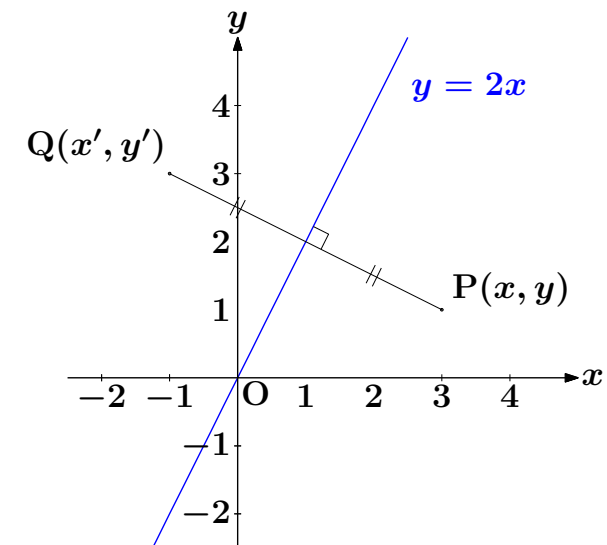
$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$



対称移動の式 (問題 2)

問題 2

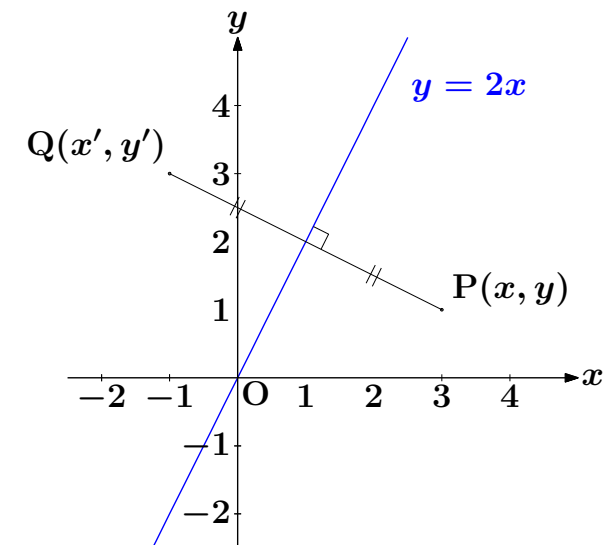
直線 $y=2x$ に関する対称移動によって、点 $P(x, y)$ が点 $Q(x', y')$ へ移るとき、 x', y' を x, y の式で表せ。



対称移動の式 (問題 2)

問題 2

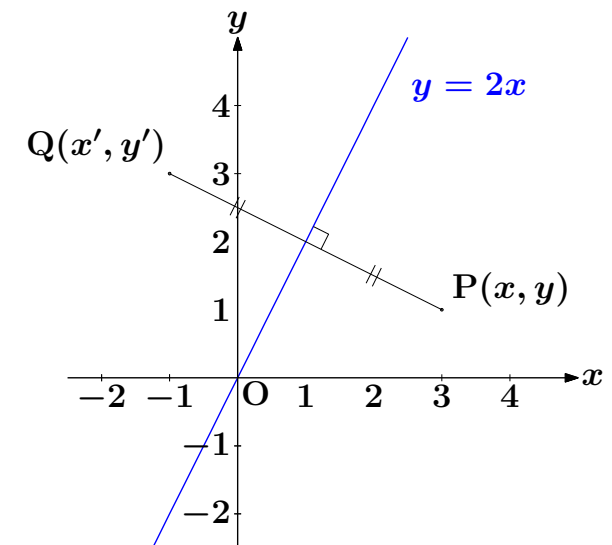
直線 $y=2x$ に関する対称移動によって、点 $P(x, y)$ が点 $Q(x', y')$ へ移るとき、 x', y' を x, y の式で表せ。



問題 2 は難しい！

問題 2 の体験

リンク先の 2 番目の画像をクリックし、
点 P を動かしてみましょう。

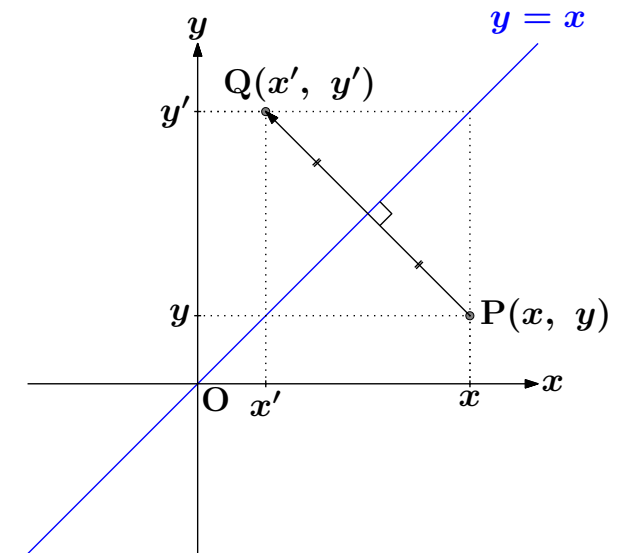


<https://kubo-yuge.github.io/>

問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は、次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$



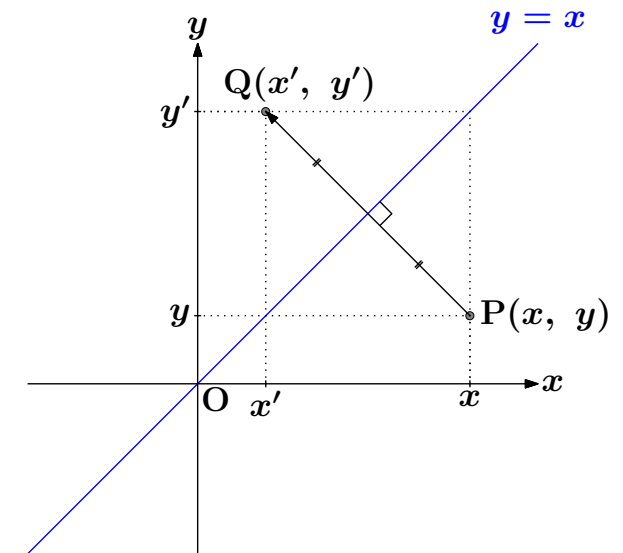
問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は、次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

きちんと書くと

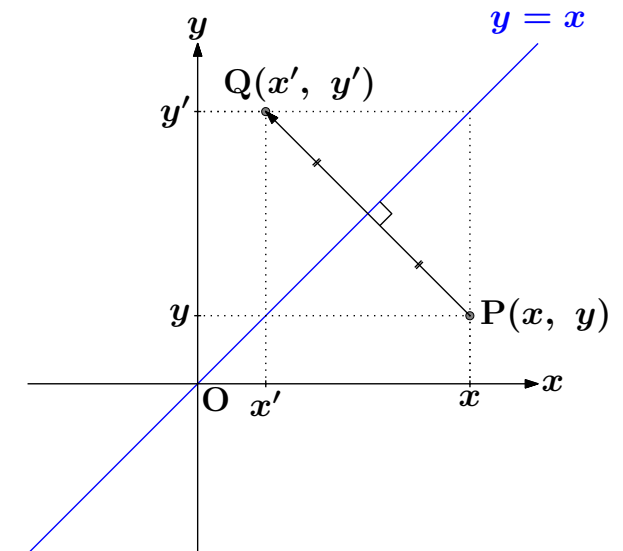
$$\begin{cases} x' = 0 \cdot x + 1 \cdot y \\ y' = 1 \cdot x + 0 \cdot y \end{cases}$$



問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は、次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = 0 \cdot x + 1 \cdot y \\ y' = 1 \cdot x + 0 \cdot y \end{cases}$$

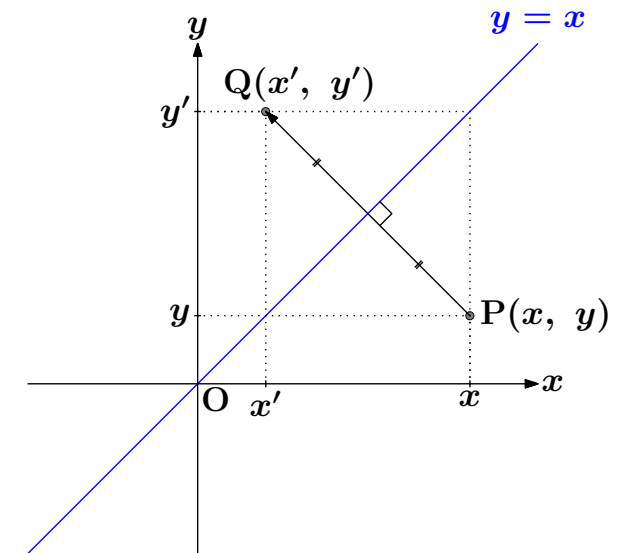


問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は、次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = 0 \cdot x + 1 \cdot y \\ y' = 1 \cdot x + 0 \cdot y \end{cases}$$

(ベクトルの内積)



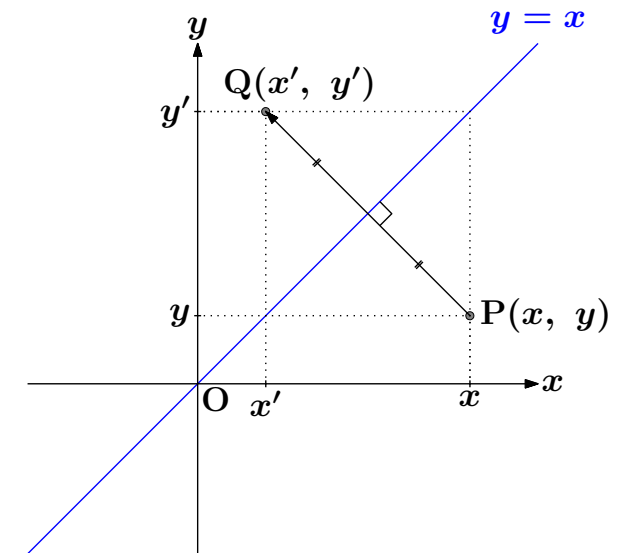
問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は、次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = 0 \cdot x + 1 \cdot y \\ y' = 1 \cdot x + 0 \cdot y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = (0, 1) \cdot (x, y) \\ y' = (1, 0) \cdot (x, y) \end{cases}$$

(ベクトルの内積)



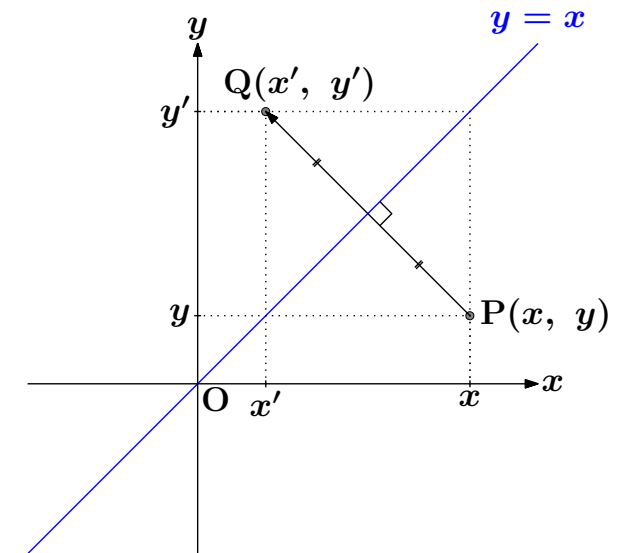
問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は，次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = (0, 1) \cdot (x, y) \\ y' = (1, 0) \cdot (x, y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ y' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{cases}$$

(ベクトルの内積)



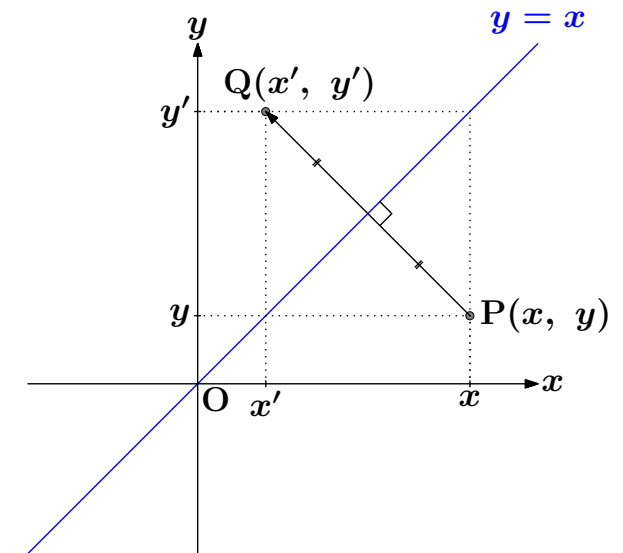
問題 1 の詳しい調査

直線 $y = x$ に関する対称移動
は，次の関係式で表される：

$$\begin{cases} x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ y' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{cases}$$

2つの式を1つにまとめると

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



問題 1 の詳しい調査

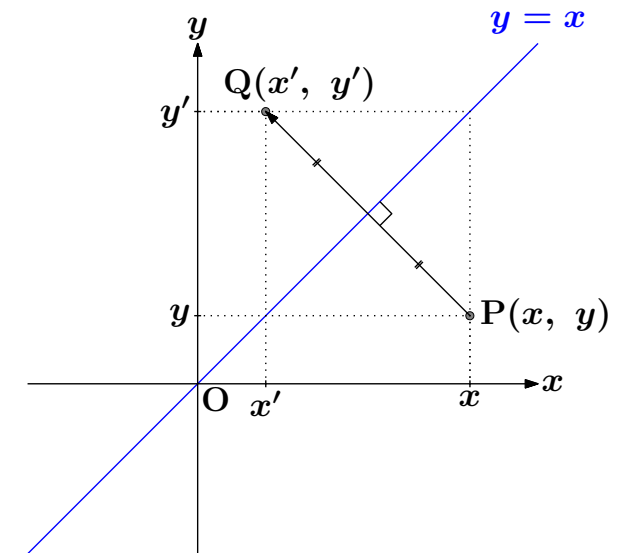
直線 $y = x$ に関する対称移動
は、次の関係式で表される：

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

点 P の位置ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対称

移動を表す行列 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ をかける

と、点 Q の位置ベクトル $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ になることを意味する．



移動を表す行列 A

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ のとき,}$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので、}$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので,}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので、}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので,}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので,}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので,}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

2つを横に並べると、

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので,}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

2つを横に並べると、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} a & b \\ c & d \end{array} \right)$$

移動を表す行列 A

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のとき、点 (x, y) の移動先は、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \quad \text{なので,}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

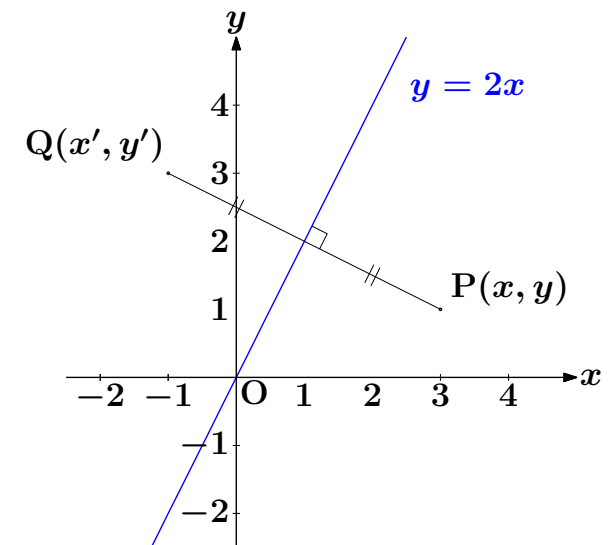
2つを横に並べると、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

問題 2 の解答

平面上の点 $P(x, y)$ が直線 $y = 2x$ に関する対称移動した点を $Q(x', y')$ とするとき, x', y' を x, y の式で表せ。

(答)

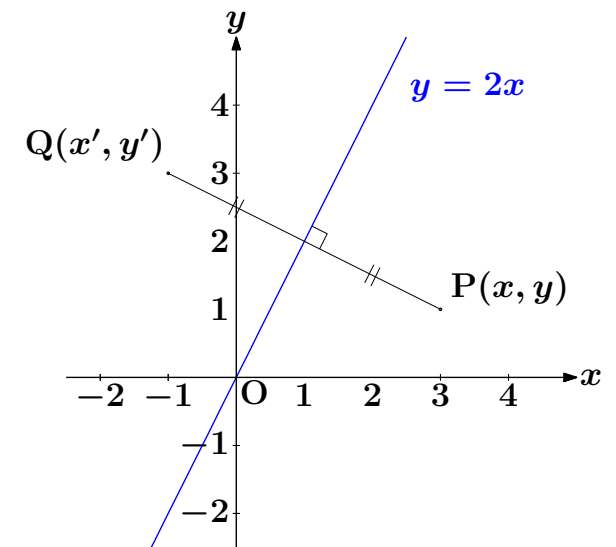


問題 2 の解答

平面上の点 $P(x, y)$ が直線 $y = 2x$ に関する対称移動した点を $Q(x', y')$ とするとき, x', y' を x, y の式で表せ。

(答)

リンク先の画像をクリックし,
点 P を動かしてみましょう。



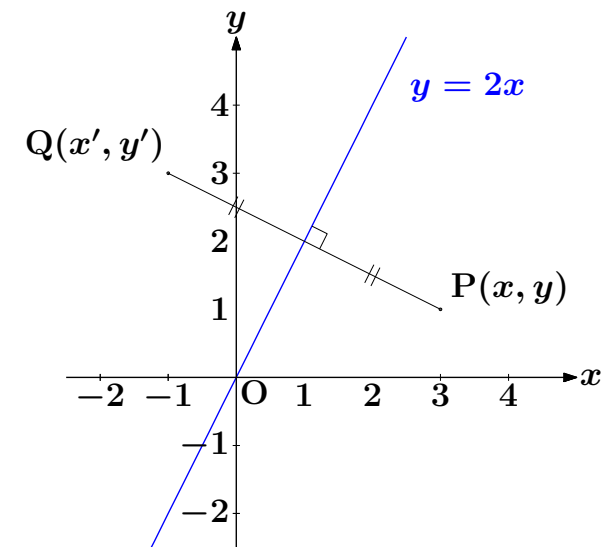
<https://kubo-yuge.github.io/>

問題 2 の解答

平面上の点 $P(x, y)$ が直線 $y = 2x$ に関する対称移動した点を $Q(x', y')$ とするとき, x', y' を x, y の式で表せ。

(答)

リンク先の画像をクリックし,
点 P を動かしてみましょう。
どんな点 P を考えるといいかな。



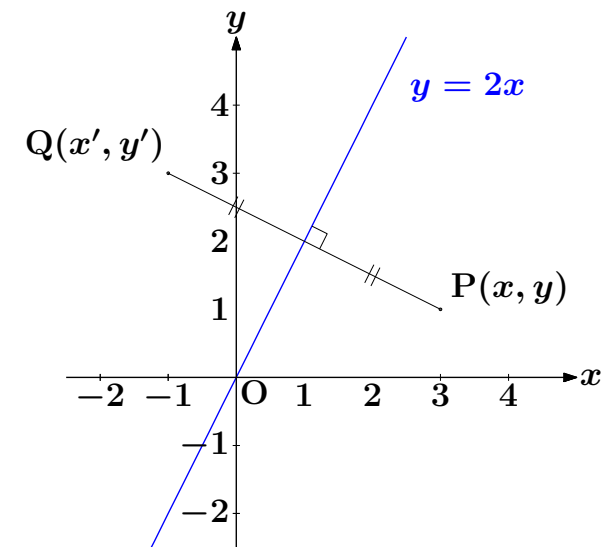
<https://kubo-yuge.github.io/>

問題 2 の解答

平面上の点 $P(x, y)$ が直線 $y = 2x$ に関する対称移動した点を $Q(x', y')$ とするとき, x', y' を x, y の式で表せ。

(答)

リンク先の画像をクリックし、
点 P を動かしてみましょう。
どんな点 P を考えるといいかな。
点 P として、点 $(1, 0)$ と点 $(0, 1)$
を選んで、点 Q を見てみよう。



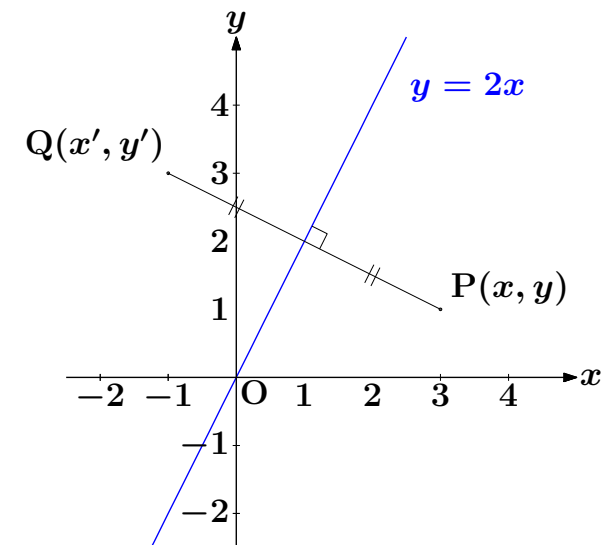
<https://kubo-yuge.github.io/>

問題 2 の解答

平面上の点 $P(x, y)$ が直線 $y = 2x$ に関する対称移動した点を $Q(x', y')$ とするとき, x', y' を x, y の式で表せ。

(答)

$$\begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y \end{cases}$$



まとめ

- 直線 $y = x$ に関する対称移動の式を求め、行列の積で表すと、どうになりましたか。
- 直線 $y = 2x$ に関する対称移動の式を求めるには、どうすればいいでしょうか。

まとめ

- 直線 $y = x$ に関する対称移動の式を求め、行列の積で表すと、どうになりましたか。
- 直線 $y = 2x$ に関する対称移動の式を求めるには、どうすればいいでしょうか。

まとめ

- 直線 $y = x$ に関する対称移動の式を求め、行列の積で表すと、どうになりましたか。
- 直線 $y = 2x$ に関する対称移動の式を求めるには、どうすればいいでしょうか。

まとめ

- 直線 $y = x$ に関する対称移動の式を求め、行列の積で表すと、どうになりましたか。
- 直線 $y = 2x$ に関する対称移動の式を求めるには、どうすればいいでしょうか。