2019 年　後期中間試験（数学 1：久保）

クラス(　I2　)　No.(　　　)　氏名(　　　　　　　　　　　　)

$\boxed{1}$　右のパスカルの三角形を完成させて，$(x-1)^5$ の展開式を書け。　(7 点)

$n=1$　　／ 1 ＼ ／ 1 ＼

よって，

$(x-1)^5 =$

$\boxed{2}$　二項定理を利用して，$\left(x - \dfrac{1}{x^2}\right)^8$ の展開式における x^{-1} の係数を求めよ。　(5 点)

(答)＿＿＿＿＿＿

$\boxed{3}$　次の数列は等差数列とする。公差を求め，空欄に適切な数を入れよ。

(5 点 × 3 = 15 点)

(1)　1 ,　5 , (　　), (　　), (　　), …… 公差は (　　)

(2)　5 , (　　),　1 , (　　), (　　), …… 公差は (　　)

(3)　(　　),　2 , (　　), (　　),　11 , …… 公差は (　　)

$\boxed{4}$　次の数列は等比数列とする。公比を求め，空欄に適切な数を入れよ。

(5 点 × 3 = 15 点)

(1)　1 ,　2 , (　　), (　　), (　　), …… 公比は (　　)

(2)　-2 ,　2 , (　　), (　　), (　　), …… 公比は (　　)

(3)　(　　),　1 , (　　), (　　),　27 , …… 公比は (　　)

$\boxed{5}$　次の数列を第 5 項まで並べよ。　(5 点 × 3 = 15 点)

(1)　数列 $\{a_n\} = 13, 10, 15, 17, 11, 10, \ldots$ の階差数列 $\{b_n\}$

(2)　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n + 3\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$

(3)　$a_1 = 4,\ a_{n+1} = 2 \cdot a_n\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$

$\boxed{6}$　初項が 5, 項数が 20, 末項が 45 の等差数列の和を求めよ。　(7 点)

計算式：

(答)＿＿＿＿＿＿

$\boxed{7}$　次の計算をせよ。　(6 点 × 3 = 18 点)

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (4k-1) =$

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} =$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^k =$

$\boxed{8}$　次の極限を計算せよ。　(6 点 × 3 = 18 点)

(1)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n} + 1\right)\left(5 + \frac{1}{n^2}\right) =$

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{4n+9}{2n+3} =$

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{5^{n+1} - 7^{n+1}}{5^n + 7^n} =$

2019 年　後期中間試験（数学 1：久保）

クラス(　I2　) No.(　　　) 氏名(　　　解答例　　　)

$\boxed{1}$ 右のパスカルの三角形を完成させて，$(x-1)^5$ の展開式を書け。 (7 点)

パスカルの三角形は右のようになる

$n=1$　　1　1

$n=2$　　1　2　1

$n=3$　　1　3　3　1

$n=4$　　1　4　6　4　1

$n=5$　　1　5　10　10　5　1

よって，

$(x-1)^5 = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$

$\boxed{2}$ 二項定理を利用して，$\left(x - \dfrac{1}{x^2}\right)^8$ の展開式における x^{-1} の係数を求めよ。 (5 点)

それぞれの項は，${}_8C_r\, x^{8-r}\left(\dfrac{-1}{x}\right)^r$ なので，x の指数は，$8-3r$

よって，$8-3r=-1 \to r=3$

したがって，係数は，${}_8C_3(-1)^3 = -56$

(答)　-56

$\boxed{3}$ 次の数列は等差数列とする。公差を求め，空欄に適切な数を入れよ。

(5 点 × 3 = 15 点)

(1)　1，5，(9), (13), (17), …… 公差は (4)

(2)　5，(3), 1，(-1), (-3), …… 公差は (-2)

(3)　(-1), 2，(5), (8), 11，…… 公差は (3)

$\boxed{4}$ 次の数列は等比数列とする。公比を求め，空欄に適切な数を入れよ。

(5 点 × 3 = 15 点)

(1)　1，2，(4), (8), (16), …… 公比は (2)

(2)　-2，2，(-2), (2), (-2), …… 公比は (-1)

(3)　($\dfrac{1}{3}$), 1，(3), (9), 27，…… 公比は (3)

$\boxed{5}$ 次の数列を第 5 項まで並べよ。 (5 点 × 3 = 15 点)

(1)　数列 $\{a_n\} = 13, 10, 15, 17, 11, 10, \ldots$ の階差数列 $\{b_n\}$

-3，5，2，-6，-1

(2)　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n + 3\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$

2，5，8，11，14

(3)　$a_1 = 4,\ a_{n+1} = 2 \cdot a_n\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$

4，8，16，32，64

$\boxed{6}$ 初項が 5, 項数が 20, 末項が 45 の等差数列の和を求めよ。 (7 点)

計算式：$\dfrac{1}{2} \times 20 \times (5+45) = 500$

(答)　500

$\boxed{7}$ 次の計算をせよ。 (6 点 × 3 = 18 点)

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(4k-1) = 4\sum_{k=1}^{n}k - \sum_{k=1}^{n}1 = 2n(n+1) - n$

$= 2n^2 + n = n(2n+1)$

※ または，等差数列の和として計算してよい。

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$

$\displaystyle = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

$\displaystyle = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2^k = \sum_{k=1}^{n}2\cdot 2^{k-1} = \frac{2(2^n-1)}{2-1} = 2^{n+1} - 2$

(初項が 2，公比が 2 の等比数列の和)

$\boxed{8}$ 次の極限を計算せよ。 (6 点 × 3 = 18 点)

(1)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(5+\frac{1}{n^2}\right) = (0+1)(5+0) = 5$

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{4n+9}{2n+3} = \lim_{n\to\infty}\frac{4+\frac{9}{n}}{2+\frac{3}{n}} = \frac{4+0}{2+0} = 2$

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{5^{n+1}-7^{n+1}}{5^n+7^n} = \lim_{n\to\infty}\frac{2\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^n - 7}{\left(\frac{5}{7}\right)^n + 1} = \frac{0-7}{0+1} = -7$