対称移動による行列の積

担当:久保 康幸

実施日

M3:6/20(木) 3 コマ目 I3:6/25(火) 1 コマ目

S3:6/25(火) 3 コマ目

学習目標

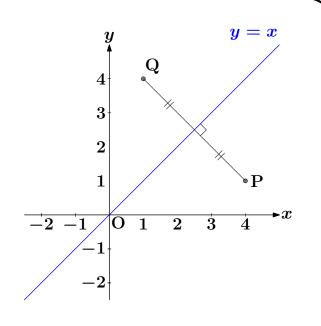
- ullet 直線 y=x に関する対称移動の式を求め,行列の積で表すことができる。
- ullet 直線 y=2x に関する対称移動の式の求め方を説明できる。

直線に関する対称移動

対称移動の式(問題1)

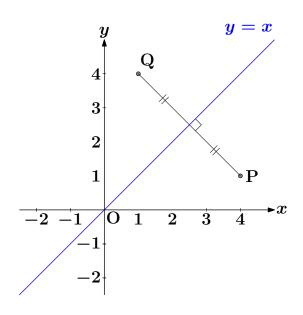
問題1

直線y=xに関する対称移動によって、点P(x,y)が点Q(x',y')へ移るとき、x',y'をx,yの式で表せ。



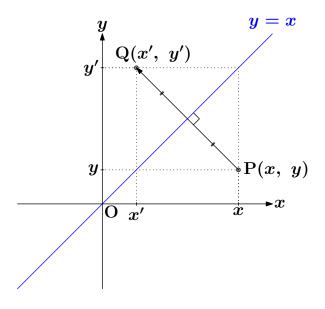
問題1の体験

リンク先の画像をクリックし, 点 P を動かしてみましょう。



問題1の解答

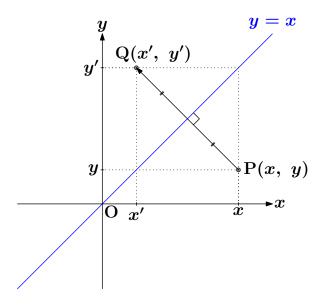
右図より,x',y'とx,yの関係は,



問題1の解答

右図より,x',y'とx,yの関係は,

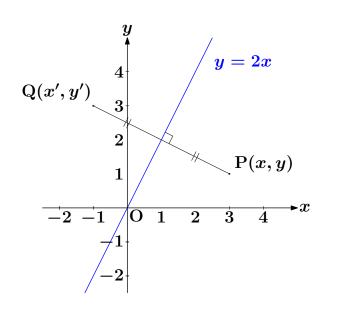
$$\left\{egin{array}{l} x'=y\ y'=x \end{array}
ight.$$



対称移動の式(問題2)

問題2

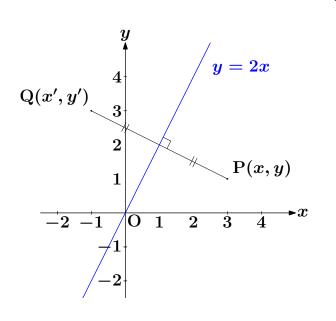
直線 y=2x に関する対称移動によって,点P(x,y) が点Q(x',y') へ移るとき,x',y'をx,yの式で表せ。



対称移動の式(問題2)

問題2

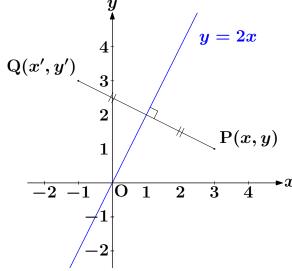
直線 y=2x に関する対称移動によって,点P(x,y) が点 Q(x',y') へ移るとき,x',y'をx,yの式で表せ。



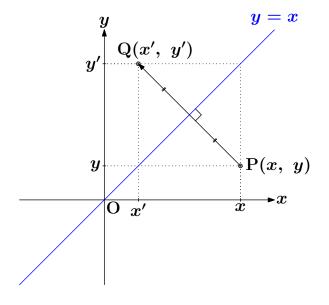
問題2は難しい!

問題2の体験

リンク先の2番目の画像をクリックし, 点Pを動かしてみましょう。



$$\left\{egin{array}{l} x'=y\ y'=x \end{array}
ight.$$

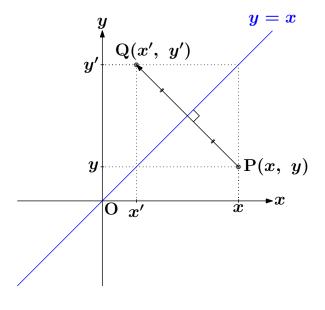


直線 y=x に関する対称移動は,次の関係式で表される:

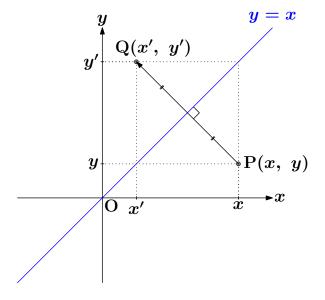
$$\left\{egin{array}{l} x'=y\ y'=x \end{array}
ight.$$

きちんと書くと

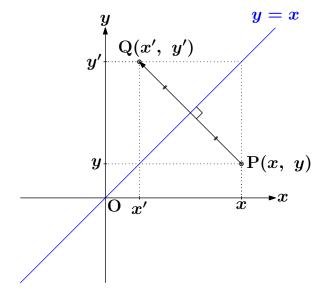
$$\left\{egin{array}{l} x'=0\cdot x+1\cdot y\ y'=1\cdot x+0\cdot y \end{array}
ight.$$



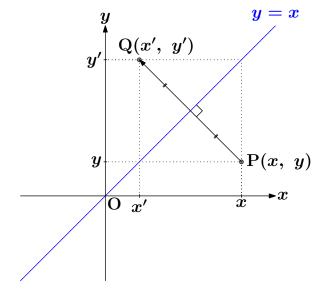
$$\left\{egin{array}{l} x'=0\cdot x+1\cdot y\ y'=1\cdot x+0\cdot y \end{array}
ight.$$



$$\left\{egin{array}{l} x'=0\cdot x+1\cdot y\ y'=1\cdot x+0\cdot y\ \end{array}
ight.$$
(ベクトルの内積)



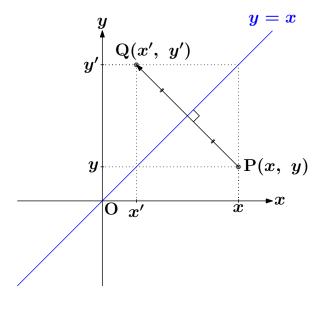
$$\left\{egin{array}{l} x'=0\cdot x+1\cdot y\ y'=1\cdot x+0\cdot y\ \end{array}
ight.$$
 $\left\{egin{array}{l} x'=(0,\ 1)ullet(x,\ y)\ y'=(1,\ 0)ullet(x,\ y)\ \end{array}
ight.$ (ベクトルの内積)



直線 y=x に関する対称移動は,次の関係式で表される:

$$\left\{egin{array}{ll} x'=(0,\ 1)ullet(x,\ y)\ y'=(1,\ 0)ullet(x,\ y)\ \end{array}
ight. \ \left\{egin{array}{ll} x'=(\ 0\ 1\)igg(x\ y)\ \end{array}
ight. \ \left\{egin{array}{ll} x'=(\ 1\ 0\)igg(x\ y)\ \end{array}
ight. \end{array}
ight.$$

(ベクトルの内積)

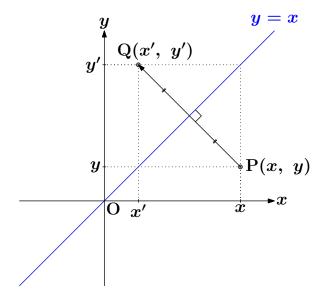


直線 y=x に関する対称移動は,次の関係式で表される:

$$\left\{egin{array}{ll} x'=\left(egin{array}{ccc} 0 & 1 \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} x \ y \end{array}
ight) \ y'=\left(egin{array}{ccc} 1 & 0 \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} x \ y \end{array}
ight) \end{array}
ight.$$

2つの式を1つにまとめると

$$\left(egin{array}{c} x' \ y' \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} 0 & 1 \ 1 & 0 \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} x \ y \end{array}
ight)$$

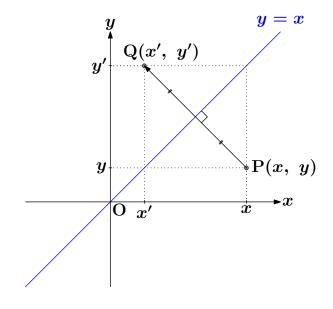


直線 y=x に関する対称移動は,次の関係式で表される:

$$\left(egin{array}{c} x' \ y' \end{array}
ight) = \left(egin{array}{cc} 0 & 1 \ 1 & 0 \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} x \ y \end{array}
ight)$$

点Pの位置ベクトル $\left(egin{array}{c} x \\ y \end{array}
ight)$ に対称

移動を表す行列 $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$ をかける



と,点 $\, \mathrm{Q}\,$ の位置ベクトル $\left(egin{array}{c} x' \ y' \end{array}
ight)$ になることを意味する.

$$A=\left(egin{array}{c}a&b\c&d\end{array}
ight)$$
のとき,

$$A = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$
のとき,点 (x,y) の移動先は,

$$A=egin{pmatrix} a&b\ c&d \end{pmatrix}$$
のとき,点 (x,y) の移動先は, $egin{pmatrix} a&b\ c&d \end{pmatrix}egin{pmatrix} x\ y\end{pmatrix}=egin{pmatrix} ax+by\ cx+dy \end{pmatrix}$ なので,

$$A=egin{pmatrix} a&b\c&d\end{pmatrix}$$
のとき,点 (x,y) の移動先は, $egin{pmatrix} a&b\c&d\end{pmatrix}egin{pmatrix} x\c&d\end{pmatrix}egin{pmatrix} ax+by\cx+dy\end{pmatrix}$ なので, $egin{pmatrix} a&b\c&d\end{pmatrix}egin{pmatrix} 1\c&d\end{pmatrix} = egin{pmatrix} ax+by\cx+dy\end{pmatrix}$

$$A=egin{pmatrix} a & b \ c & d \end{pmatrix}$$
のとき,点 (x,y) の移動先は, $egin{pmatrix} a & b \ c & d \end{pmatrix} egin{pmatrix} x \ c & d \end{pmatrix} egin{pmatrix} a & b \ c & d \end{pmatrix} egin{pmatrix} 1 \ 0 \end{pmatrix} = egin{pmatrix} a \ c \ c \end{pmatrix}$ なので, $egin{pmatrix} a & b \ c & d \end{pmatrix} egin{pmatrix} 1 \ 0 \end{pmatrix} = egin{pmatrix} a \ c \ c \end{pmatrix}$

$$A=egin{pmatrix} a&b\ c&d \end{pmatrix}$$
のとき,点 (x,y) の移動先は, $egin{pmatrix} a&bigcep(x) & ig(ax+byig) \end{pmatrix}$

$$egin{pmatrix} egin{pmatrix} a & b \ c & d \end{pmatrix} egin{pmatrix} x \ y \end{pmatrix} = egin{pmatrix} ax + by \ cx + dy \end{pmatrix}$$
 for, $egin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} egin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} egin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} egin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$

$$\left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 1 \ 0 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a \ c \end{array}
ight) \,, \, \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 0 \ 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} a \ 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$

$$A = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$
のとき,点 $\left(x,y
ight)$ の移動先は,

$$egin{pmatrix} a & b \ c & d \end{pmatrix} egin{pmatrix} x \ y \end{pmatrix} = egin{pmatrix} ax + by \ cx + dy \end{pmatrix}$$
 なので,

$$\left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 1 \ 0 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a \ c \end{array}
ight) \,, \, \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 0 \ 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} b \ d \end{array}
ight)$$

$$A = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$
のとき,点 $\left(x,y
ight)$ の移動先は,

$$egin{pmatrix} a \ c \ d \end{pmatrix} egin{pmatrix} x \ y \end{pmatrix} = egin{pmatrix} ax + by \ cx + dy \end{pmatrix}$$
 なので,

$$\left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 1 \ 0 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a \ c \end{array}
ight) \,, \, \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 0 \ 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} b \ d \end{array}
ight)$$

2つを横に並べると,

$$A = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$
のとき,点 $\left(x,y
ight)$ の移動先は,

$$egin{pmatrix} a \ c \ d \end{pmatrix} egin{pmatrix} x \ y \end{pmatrix} = egin{pmatrix} ax + by \ cx + dy \end{pmatrix}$$
 なので,

$$\left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 1 \ 0 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a \ c \end{array}
ight) \,, \, \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 0 \ 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} b \ d \end{array}
ight)$$

2つを横に並べると,

$$\left(egin{array}{c|c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c|c} 1 & 0 \ 0 & 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c|c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$

$$A = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$
のとき,点 $\left(x,y
ight)$ の移動先は,

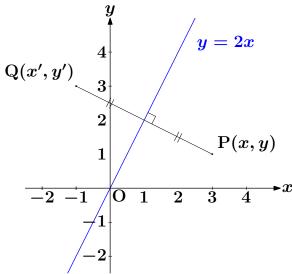
$$egin{pmatrix} a \ c \ d \end{pmatrix} egin{pmatrix} x \ y \end{pmatrix} = egin{pmatrix} ax + by \ cx + dy \end{pmatrix}$$
 なので,

$$\left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 1 \ 0 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a \ c \end{array}
ight) \,, \, \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 0 \ 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} b \ d \end{array}
ight)$$

2つを横に並べると,

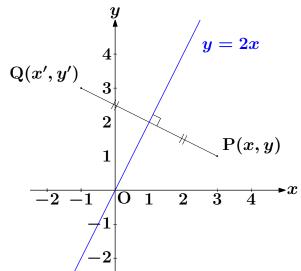
$$\left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight) \left(egin{array}{c} 1 & 0 \ 0 & 1 \end{array}
ight) = \left(egin{array}{c} a & b \ c & d \end{array}
ight)$$

平面上の点 P(x,y) が直線 y=2x に関する対称移動した点を Q(x',y') とするとき,x',y' を x,y の式で表せ。 (答)



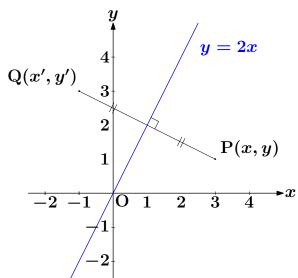
平面上の点 P(x,y) が直線 y=2x に関する対称移動した点を Q(x',y') とするとき,x',y' を x,y の式で表せ。 (答)

リンク先の画像をクリックし, 点 P を動かしてみましょう。



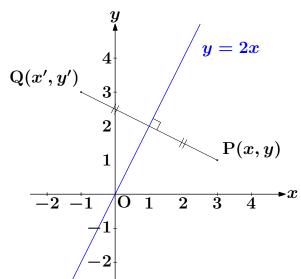
平面上の点 P(x,y) が直線 y=2x に関する対称移動した点を Q(x',y') とするとき,x',y' を x,y の式で表せ。 (答)

リンク先の画像をクリックし, 点 P を動かしてみましょう。 どんな点 P を考えるといいかな。



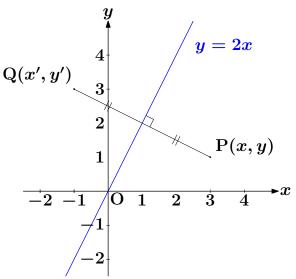
平面上の点 P(x,y) が直線 y=2x に関する対称移動した点を Q(x',y') とするとき,x',y' を x,y の式で表せ。 (答)

リンク先の画像をクリックし, 点Pを動かしてみましょう。 どんな点Pを考えるといいかな。 点Pとして,点 (1,0)と点 (0,1) を選んで,点 Qを見てみよう。



平面上の点 P(x,y) が直線 y=2x に関する対称移動した点を Q(x',y') とするとき,x',y' を x,y の式で表せ。 (答)

$$\left\{egin{array}{l} x'=-rac{3}{5}x+rac{4}{5}y\ y'=rac{4}{5}x+rac{3}{5}y \end{array}
ight.$$



- 直線 y=x に関する対称移動の式を求め,行列の積で表すと,どうなりましたか。
- ullet 直線 y=2x に関する対称移動の式を求めるには,どうすればいいでしょうか。

- 直線 y=x に関する対称移動の式を求め,行列の積で表すと,どうなりましたか。
- ullet 直線 y=2x に関する対称移動の式を求めるには,どうすればいいでしょうか。

- 直線 y=x に関する対称移動の式を求め,行列の積で表すと,どうなりましたか。
- ullet 直線 y=2x に関する対称移動の式を求めるには,どうすればいいでしょうか。

- 直線 y=x に関する対称移動の式を求め,行列の積で表すと,どうなりましたか。
- ullet 直線 y=2x に関する対称移動の式を求めるには,どうすればいいでしょうか。