

WIZUALIZACJA TRANSMITANCJI SYSTEMÓW ANALOGOWYCH WRAZ Z ICH CHARAKTERYSTYKĄ CZĘSTOTLIWOŚCIOWĄ

MACIEJ KUCHARSKI, KAMIL RUSS

WSTĘP

Niniejszy projekt koncentruje się na analizie systemów analogowych, z naciskiem na transmitancję $H(s)$. Transmitancja, będąca funkcją zespoloną, jest kluczowym elementem w analizie systemów analogowych, dostarczając nam istotnych informacji na temat zachowania systemu w różnych częstotliwościach. Charakterystyka częstotliwościowa, będąca jednym z aspektów transmitancji, pozwala na zrozumienie, jak system odpowiada na różne częstotliwości sygnału wejściowego. Wizualizacja tych dwóch aspektów jest niezwykle ważna dla zrozumienia i interpretacji dynamiki systemu. W przypadku projektowania układów elektronicznych zakładamy iż s jest tylko wartościami zespolonymi $s = j\omega$, w rzeczywistości jednak wartości z całej płaszczyzny zespolonej mają wpływ na wynik. Dlatego wizualizacja transmitancji oraz kąta powinna być wykonana na płaszczyźnie zespolonej.

Celem naszego projektu jest analiza właściwości transmitancji na płaszczyźnie zespolonej. W tym celu zastosowaliśmy wizualizacji dwóch najważniejszych parametrów transmitancji:

a) Wizualizacja modułu transmitancji - Aby uwzględnić wszystkie zakresy wartości transmitancji, w tym te bliskie zeru, na osi z dokonujemy wizualizacji

$20 * \log_{10}|H(s)|$. Następnie przedstawiliśmy wyniki na płaszczyźnie zespolonej za pomocą wykresu powierzchniowego. Dodatkowo dla lepszego zrozumienia powstawania charakterystyk Bodego została zrzuconą powierzchnia tylko dla wartości urojonych ($\text{Re} = 0$). Odpowiada to charakterystyce wzmocnienia układu.

b) Wizualizacja fazy transmitancji - Fazę transmitancji wyrażoną w stopniach przedstawiliśmy również na płaszczyźnie zespolonej za pomocą wykresu punktowego.

Do każdego wykresu powierzchniowego dołączyliśmy wykres gęstości, aby łatwiej zaobserwować położenie występowania biegunów i zer transmitancji.

Aby program był bardziej uniwersalny w użyciu, zastosujemy parametry wejściowe takie jak: mianownik transmitancji, licznik transmitancji oraz granice generowania siatki punktów płaszczyzny zespolonej. Dzięki temu użytkownik nie będzie musiał każdorazowo zmieniać parametrów w kodzie.

METODOLOGIA

Deklaracja zmiennych użytkownika potrzebnych do wykonania wizualizacji:

```
%=====
% Definicja transmitancji operatorowej o podanych współczynnikach %

    licznik = [1];
    mianownik = [1 2 2 1];
    a = 2; % Zakres podawania wartości dla siatki punktów [-a, a]
%=====
```

Funkcje rysowania wykresu powierzchniowego oraz wykresu gęstości:

```
%=====
% Definicja zakresu zmiennej s
    s_re = linspace(-a,a,300); % Zakres części rzeczywistej s
    s_im = linspace(-a,a,300); % Zakres części urojonej s
    [S_re, S_im] = meshgrid(s_re, s_im); % Utworzenie siatki punktów
    S
    S = S_re + 1i*S_im; % Utworzenie zmiennej zespolonej s
%=====

% Obliczenie transmitancji H(s) dla każdego punktu s
    H = polyval(licznik, S) ./ polyval(mianownik, S); % Użycie
    funkcji polyval do obliczenia wartości wielomianu
%=====

% Obliczenie modułu i kąta transmitancji

    modul = abs(H); % Moduł transmitancji
    kat = r2d(angle(H)); % Faza transmitancji
%=====
```

Transmitancja $H(s)$ ma postać $H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$ gdzie współczynniki a oraz b zapisaliśmy w postaci wektora jako zmienne licznika i mianownika. W powyższym kodzie najpierw generujemy siatkę punktów płaszczyzny zespolonej, a następnie na jej podstawie generujemy zmienną S jako macierz liczb zespolonych gdzie każdy jej element jest podany równaniem

$S = S_{re} + iS_{im}$. Mając zmienną S reprezentującą liczbę zespoloną na całej płaszczyźnie obliczamy wartość transmitancji w każdym punkcie zdefiniowanej płaszczyzny. Zadanie ułatwia funkcja `polyval`, która wylicza wielomian o podanych współczynnikach w wektorze, za argument biorąc podaną zmienną. Mając wartości transmitancji wykonujemy obliczanie wzmocnienia jako moduł z transmitancji, która jest liczbą zespoloną. Analogicznie postępujemy z fazą która jest kątem między częścią urojoną a zespoloną transmitancji.

Funkcje rysowania wykresu powierzchniowego oraz wykresu gęstości:

```
%=====
% Rysowanie wykresu 3D dla modułu transmitancji
    figure(1);
    subplot(1,2,1); mesh(S_im, S_re, 20*log10(modul)); % Użycie funkcji mesh do
    narysowania wykresu powierzchniowego
    title('Moduł transmitancji na płaszczyźnie zespolonej');
    grid on;
    xlabel('Im(s)');
    ylabel('Re(s)');
    zlabel('|H(s)| [dB]');
    colorbar;

    s = s_im * 1i;
    H_1 = polyval(licznik,s) ./ polyval(mianownik,s);
    gain = abs(H_1);

    hold on
    plot3(S_im, zeros(length(S_re)), 20*log10(gain), "-r", 'LineWidth', 5);
    set(gca, 'view', [-210 30])
%=====
```

```
%=====
% Rysowanie wykresu dla gęstości modułu transmitancji
subplot(1,2,2);
contour(S_re, S_im, modul, 80);
title('Wykres gęstości modułu transmitancji');
hold on

for k = 1:length(r)
    x = r(k)*cos(theta);
    y = r(k)*sin(theta);
    plot(x, y, 'r');
    hold on
end

xlabel('Re(s)');
ylabel('Im(s)');
axis equal;
grid on;
```

Bloki kodu reprezentujące wyświetlanie wykresu powierzchniowego jak i wykresu gęstości są analogiczne dla modułu transmitancji jak i jego fazy zatem tylko dla tego pierwszego wykonamy analizę.

Dla wykresu powierzchniowego płaszczyźnie XY odpowiada płaszczyzna zespolona. Na osi Z jest natomiast wartość $H(s)$ wyrażana w decybelach. Do rzutowania płaszczyzny korzystamy tylko z wartości zespolonych zatem tylko te wykorzystujemy w funkcji „polyval”, do obliczenia wyniku, w każdym punkcie. Do wyświetlenia tego rzutu wykorzystujemy funkcję plot3, która w przeciwieństwie do funkcji mesh wyświetla tylko wartość funkcji w punkcie, a nie całą powierzchnię. Odpowiednio wykadrowaliśmy wykres funkcją set.

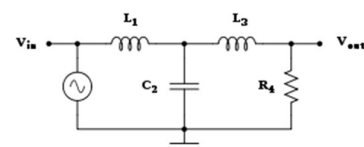
Dla gęstości skorzystaliśmy z funkcji contour, która na dwu wymiarowym wykresie płaszczyzny zespolonej, przedstawia wartość funkcji w odpowiedniej paletce kolorystycznej odpowiadającej tej z wykresu powierzchniowego. Dodatkowo w pętli for rysowane są okręgi, które pokrywają się z biegunami transmitancji.

OPIS WYNIKÓW

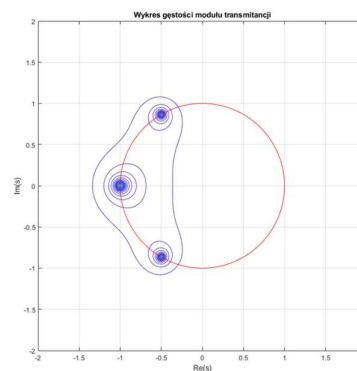
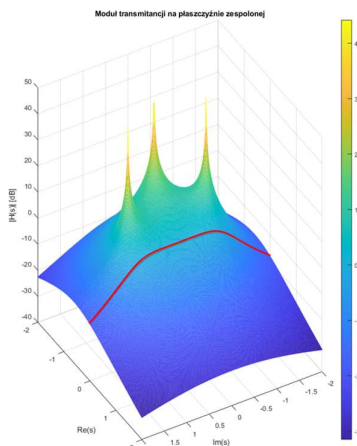
W naszym kodzie skupiliśmy się na analizie dopasowującej się do różnych systemów. Wymagana jest pełna wizualizacja na wykresie przestrzennym aby zaobserwować występowanie biegunów oraz zer, ponieważ charakterystyka Bodego nie można zaobserwować wszystkich informacji, które przekazuje transmitancja.

W celu sprawdzenia działania naszego kodu wpisaliśmy wartości licznika i mianownika odpowiadające wartościom dla filtru

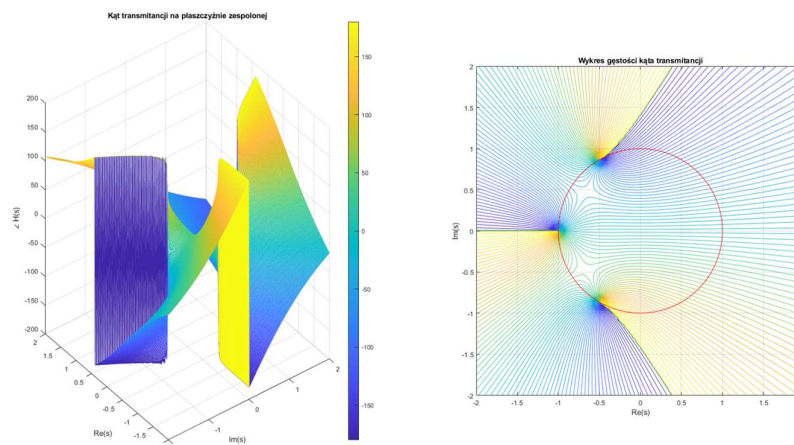
$$\text{Butterwortha trzeciego rzędu } H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}.$$



Przykładowy filtr Butterwortha 3-go rzędu



OPIS WYNIKÓW



Na wykresie modułu transmitancji możemy zaobserwować występowanie trzech biegunów. Dla lepszego zwizualizowanie występowania tych punktów, zostały one zmapowane na wykresie gęstości. Dla tego przypadku filtra dolnoprzepustowego trzy bieguny leżą na okręgu o promieniu jednostkowym w lewej półpłaszczyźnie.

Na pierwszym wykresie, czerwonym kolorem została zaznaczona charakterystyka Bodego podanego układu. Nie możemy z niej zaobserwować występowania wszystkich biegunów, jedynie te, które powodują załamanie charakterystyki, jednakże nawet te niewidoczne mają na nią widoczny wpływ.

Podane wykresy oraz zaznaczona na czerwono charakterystyka Bodego pokrywa się z założeniami filtra Butterwortha.

Celem naszego projektu było zastosowanie narzędzi matlaba oraz użycie wzorów stosowanych w elektronice do wizualizacji transmitancji operatorowej wraz z jej charakterystyką częstotliwościową. Otrzymane wyniki zostały przedstawione w formie trójwymiarowych wykresów modułu i kąta transmitancji na płaszczyźnie zespolonej. Naszym głównym zamierzeniem było stworzenie graficznych reprezentacji, które w przystępny sposób oddadzą matematyczne zależności i zachowania tego filtra.

Projekt pozwolił na zaobserwowanie w praktyce podstawowych narzędzi używanych do liczenia transmitancji. Użyte funkcje matlaba umożliwiły szybkie i łatwe obliczenia i wizualizacje transmitancji. Projekt ten może być rozwijany poprzez dodanie kolejnych przykładów systemów jak np. filtr Czebyszewa, eliptyczny, a także poprzez porównanie systemów analogowych z systemami cyfrowymi.

Bibliografia:

[1] Wikipedia: Butterworth filter, https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth_filter

PODSUMOWANIE