Graded homework

1) Arithmetic series:

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

Verankerung:

$n=0 \Rightarrow 0 = \frac{0(0+1)}{2}$

$\Rightarrow 0 = 0$ ✓ (Stimmt)

Induktionsvoraussetzung:

Annahme dass P(n) richtig ist.

$n+(n-1)+(n-2)+\ldots+(n-n) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$

$n+(n-1)+(n-2)+\ldots+(n-n) = \frac{n^2+n}{2}$

Vererbung

Beweisen, dass P(n+1) richtig ist:

$(n+1)+(n)+(n-1)+(n-2)+\ldots+(n-n) = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + (n+1)$ // erweitern

$\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$

$\Rightarrow \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2}$

$\Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)}{2}$

$\Rightarrow \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ // n+2 mit n+1 ausdrücken

$\Rightarrow \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$

2) Geometric series

$$\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{x^{n+1}-1}{x-1} \qquad x \neq 1$$

Verankerung

$$n=0 \Rightarrow 1 = \frac{x^{0+1}-1}{x-1}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

$\Rightarrow$ Stimmt ✓

Induktionsvoraussetzung

Annahme dass P(n) richtig ist

$$x^n + x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^{\overbrace{n-n}^{0}} = \boxed{\frac{x^{n+1}-1}{x-1}}$$

Vererbung

$$x^{n+1} + x^n + x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^0 = \frac{x^{n+2}-1}{x-1}$$

$$\boxed{\frac{x^{n+1}-1}{x-1}} + x^{n+1} = \frac{x^{n+2}-1}{x-1} \quad \text{//erweitern}$$

$$\frac{x^{n+1}-1}{x-1} + \frac{(x-1)\,x^{n+1}}{x-1} = \frac{x^{n+2}-1}{x-1}$$

$$\frac{x^{n+1}-1}{x-1} + \frac{x^{n+2}-x^{n+1}}{x-1} = \frac{x^{n+2}-1}{x-1} \quad \text{//addieren}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{x^{n+2}-1}{x-1} = \frac{x^{n+2}-1}{x-1}}}$$