

Part A

free variable

Q1 $(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x (\lambda w. wz) (yz)) (\lambda z. zz) (\lambda x. xy) y$

① $(\lambda y. \lambda z. (\lambda a. aa) (\lambda w. wz) (yz)) (\lambda x. xy) y$

② $(\lambda z. (\lambda a. aa) (\lambda w. wz) ((\lambda x. xy) z)) y$

③ $(\lambda a. aa) (\lambda w. wy) ((\lambda x. xy) y)$

④ $(\lambda w. wy) (\lambda w. wy) ((\lambda x. xy) y)$

⑤ $(\lambda w. wy) y ((\lambda x. xy) y)$

⑥ $y y ((\lambda x. xy) y)$

⑦ $y y (y y)$

Total 9 marks \Rightarrow 2 marks deduction for each mistake

Q2 $(\lambda a. \lambda b. a (b (\lambda a. aa))) (\lambda x. xz) (\lambda y. yy) (\lambda z. z)$

free variable
↑

① $(\lambda b. (\lambda x. xz) (b (\lambda a. aa))) (\lambda y. yy) (\lambda z. z)$

② $(\lambda x. xz) ((\lambda y. yy) (\lambda a. aa)) (\lambda z. z)$

③ $((\lambda y. yy) (\lambda a. aa)) z (\lambda z. z)$

④ $(\lambda a. aa) (\lambda a. aa) z (\lambda z. z)$

⑤ Beta normal form not possible due to infinite recursion

Total 7.5 marks \Rightarrow 2 marks deduction for each mistake

Q3

free variable

$$(\lambda z. \lambda y. y (\underline{x} (\lambda z. z w))) (\lambda z. z z) (\lambda w. w w) w$$

① $(\lambda y. y ((\lambda z. z z) (\lambda z. z w))) (\lambda w. w w) w$

② $((\lambda w. w w) ((\lambda z. z z) (\lambda z. z w))) w$

③ $((\lambda w. w w) ((\lambda z. z w) (\lambda z. z w))) w$

④ $((\lambda w. w w) ((\lambda z. z w) w)) w$

⑤ $(\lambda w. w w) (w w) w$

⑥ $(w w) (w w) w$

Total 9 marks \Rightarrow 2 marks deduction
for each mistake

Q4 $(\lambda x. \lambda y. x \left(\underbrace{(\lambda z. z x)}_{\text{free variables}} \underbrace{(\lambda x. x z)}_{\text{free variables}} \right)) (\lambda a. ab) (\lambda b. bb) b$

① $(\lambda x. \lambda y. x \left(\underbrace{(\lambda x. x z)}_{\text{free variables}} x \right)) (\lambda a. ab) (\lambda b. bb) b$

② $(\lambda x. \lambda y. \underbrace{x (x z)}_{\text{free variables}}) (\lambda a. ab) (\lambda b. bb) b$

③ $(\lambda y. (\lambda a. ab) (\lambda a. ab) z) (\lambda b. bb) b$

④ $(\lambda a. ab) (\lambda a. ab) z) b$

⑤ $(\lambda a. ab) (z b) b$

⑥ $(z b) b) b$

Total 9 marks \Rightarrow 2 marks deduction for each mistake