

ГРУППЫ 20.Б12, 20.С02
VI семестр, 2022/2023 уч. год
Задание №1

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Пусть дано алгебраическое или трансцендентное уравнение вида

$$f(x)=0, \quad (1)$$

причем, известно, что все интересующие вычислителя корни находятся на отрезке $[A, B]$, на котором функция $f(x)$ определена и непрерывна.

Требуется найти все корни уравнения (1) на $[A, B]$ нечетной кратности (здесь $A, B, f(x)$ – параметры задачи).

Решение задачи разбить на два этапа:

1. Процедура отделения корней уравнения (1) на отрезке $[A, B]$;
2. Уточнение корней уравнения (1) на отрезках перемены знака вида $[a_i, b_i]$
 - a. Методом половинного деления (методом бисекции);
 - b. Методом Ньютона (методом касательных);
 - c. Модифицированным методом Ньютона;
 - d. Методом секущих

с заданной точностью $\varepsilon > 0$ (ε – параметр задачи).

Примечания:

- 1) Требования к оформлению задачи: вывести на печать название темы, исходные параметры задачи: A, B , вид функции $f(x)$, ε .
- 2) Отделение корней произвести способом табулирования $[A, B]$ с шагом $h > 0$ (где $h = (B-A)/N$, $N \geq 2$ – параметр задачи). При реализации выбирать достаточно малые значения h . Результатом решения задачи отделения корней является последовательный вывод отрезков перемены знака функции $f(x)$ вида $[a_i, b_i]$ из $[A, B]$, а также указание их количества.
- 3) При уточнении корней на каждом из отрезков $[a_i, b_i]$ указанными методами, выводить на печать (для каждого метода)
 - название метода (для порядка);
 - начальное(ые) приближение(я) к корню;
 - количество шагов m (в каждом методе своё) для достижения точности ε , такой что $|x_m - x_{m-1}| < \varepsilon$;
 - приближенное решение x_m уравнения (1), найденное каждым из упомянутых методов с точностью ε ;
 - $|x_m - x_{m-1}|$ (в методе бисекции выводить длину последнего отрезка);
 - абсолютную величину невязки для пригл. решения x_m : $|f(x_m) - 0|$.

Тестовые задачи:

1. $f(x) = x - 10 \cdot \sin(x)$ $[A, B] = [-5; 3]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
2. $f(x) = 2^{-x} - \sin(x)$ $[A, B] = [-5; 10]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
3. $f(x) = 2^x - 2 \cos(x)$ $[A, B] = [-8; 10]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
4. $f(x) = \sqrt{4x+7} - 3 \cdot \cos(x)$ $[A, B] = [-1,5; 2]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
5. $f(x) = x \cdot \sin(x) - 1$ $[A, B] = [-10; 2]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
6. $f(x) = 8 \cdot \cos(x) - x - 6$ $[A, B] = [-9; 1]$ $\varepsilon = 10^{-7}$
7. $f(x) = 10 \cdot \cos(x) - 0,1 \cdot x^2$ $[A, B] = [-8; 2]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
8. $f(x) = 4 \cdot \cos(x) + 0,3 \cdot x$ $[A, B] = [-15; 5]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
9. $f(x) = 5 \cdot \sin(2x) - \sqrt{1-x}$ $[A, B] = [-15; -10]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
10. $f(x) = 1,2 \cdot x^4 + 2 \cdot x^3 - 13 \cdot x^2 - 14,2 \cdot x - 24,1$ $[A, B] = [-5; 5]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
11. $f(x) = 2 \cdot x^2 - 2^x - 5$ $[A, B] = [-3; 7]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
12. $f(x) = 2^{-x} + 0,5 \cdot x^2 - 10$ $[A, B] = [-3; 5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
13. $f(x) = \sin(x) + x^3 - 9x + 3$ $[A, B] = [-5; 4]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
14. $f(x) = x - \cos^2(\pi x)$ $[A, B] = [-1; 2]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
15. $f(x) = (x-1)^2 - \exp(-x)$ $[A, B] = [-1; 3]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
16. $f(x) = \sin(5x) + x^2 - 1$ $[A, B] = [-3; 3]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
17. $f(x) = \cos(3x) - x^3$ $[A, B] = [-2; 1]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
18. $f(x) = x^2 - \sin(5x)$ $[A, B] = [-2; 1]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
19. $f(x) = 1,8 \cdot x^2 - \sin(10x)$ $[A, B] = [-1; 1]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
20. $f(x) = \sqrt{x} - 2 \cdot \cos(\pi x/2)$ $[A, B] = [0; 4,5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
21. $f(x) = x - 3 \cos^2(1,04x)$ $[A, B] = [0; 3,5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$