

Методы численной оптимизации (задача без ограничений)

Условие.

1. Каждый студент получает индивидуальную задачу, используя свой порядковый номер в списке группы
2. Доказать, что в задаче имеется глобальный минимум. Найти его аналитически.
3. Проверить свои вычисления в Python, используя методы численной оптимизации. Реализовать следующие алгоритмы самостоятельно (*не надо использовать готовые методы, которые, конечно же, там есть, но можно использовать одномерную оптимизацию на шаге итерации*).

- Найти решение задачи методом наискорейшего спуска. Начальная точка дана в варианте. Точность вычислений $\varepsilon = 0,01$. Процесс последовательных приближений завершаем, если выполнено условие останова

$$\max_{1 \leq j \leq n} \left| \frac{\partial f_0(x^k)}{\partial x_j} \right| < \varepsilon$$

- Найти решение задачи методом сопряженных градиентов. Сколько шагов необходимо для определения решения? Какова погрешность?

NB. Перед определением каждой функции необходимо прокомментировать функционал ее действия. Например,

```
This function calculates the gradient.  
Input: coordinates (x,y)  
Output: vector of gradient at this point
```

Название функции должно отражать ее функционал. В случае обнаружения неподписанных / неосмысленных функций код проверяться не будет.

Структура сданного ipynb-файла следующая:

- В первой ячейке блокнота должны быть объявлены необходимые библиотеки и прописаны назначения этих библиотек
- Во второй ячейке необходимо инициализировать глобальные переменные:

функция $f(x, y)$, начальная точка (x_0, y_0) , погрешность ε

Например:

```
x, y = symbols('x, y')  
alpha = symbols('\u03B1')  
f = x^2 + y^2  
x0 = 1  
y0 = 1  
epsilon = 0.01
```

- В третьей ячейке должны быть определены все необходимые функции с описанием и понятными названиями
- В четвертой ячейке – их вызов. Допускается, чтобы в 4-ой ячейке был вызов функции, реализующей метод наискорейшего спуска, а в 5-ой – метод сопряженных градиентов.

NB. Вывод функции должен содержать:

- (a) Название метода
- (b) Номер итерации
- (c) Подписанные значения на данной итерации

Point: [x_k, y_k], Gradient: [1, 2]

- (d) Итоговое количество итераций
- (e) Точка численного глобального минимума

Отчетность.

Состоит из 2 частей:

- Бумажный отчет, который включает в себя доказательство существования решения в задаче и поиск решения аналитически. Сдать бумажный отчет необходимо лично семинаристу до 20 октября, а также прикрепить скан/фото в SmartLMS (до 20 октября).
- Файл с кодом (желательно, Python, но возможен любой язык программирования) разместить до 20 октября в Google-сервисе <https://colab.research.google.com/> (в своем google-аккаунте на miem.hse.ru). Разрешить редактирование пользователям Imanita@miem.hse.ru, vaignatovskaya@miem.hse.ru и svtummyantseva@miem.hse.ru.

NB. Все файлы в названии должны содержать M023-ДЗ1, номер группы и Вашу фамилию. Пример:

M023-ДЗ1-БПМ211-Игнатовская-Отчет.pdf

M023-ДЗ1-БПМ211-Игнатовская-Программа.ipynb

Ссылку на colab-файл прикрепить в комментариях к сданному в SmartLMS отчету.

Варианты. Каждая группа получит свои варианты в семинарских чатах.