

Model ewolucyjny

w oparciu o Geometryczny Model Fishera (GMF)

Wprowadzenie

Pomimo nieustająco zachodzących zmian w szeroko rozumianym środowisku naturalnym często jesteśmy w stanie zaobserwować sukcesywną adaptację organizmów/populacji do nowych warunków. Taka dynamika jest wypadkową wielu złożonych procesów, które będziemy starali się uchwycić i zamodelować na najbliższych zajęciach. Celem tego ćwiczenia jest opisanie ewolucji populacji P , składającej się z osobników o opisanych ich genotypem składających się z n cech (tj. $P = \{o \in \mathbb{R}^n\}$) w zadanym, zmiennym środowisku.

Założenia

Populacja P składa się z N osobników o , opisanych ich **genotypem** $g \in \mathbb{R}^n$, który poprzez funkcję ekspresji genetycznej odwzorowuje się na **fenotyp** $p \in \mathbb{R}^n$.

- **Liczba osobników:** N (stała populacja).
- **Przestrzeń fenotypowa:** Każdy organizm ma fenotyp $p = f(g)$.
- **Mutacja:**
 - Prawdopodobieństwo mutacji w każdej generacji: μ .
 - Mutacja skutkuje zmianą fenotypu:

$$\Delta p = \mathcal{N}(0, \xi^2 I)$$

- **Funkcja fitness:**

$$\phi_\alpha(p) = \exp\left(-\frac{\|p - \alpha\|^2}{2\sigma^2}\right)$$

gdzie α to optymalny fenotyp, a σ^2 kontroluje siłę selekcji.

- **Zmiana środowiska:**

$$\alpha(t) = \alpha(t-1) + \mathcal{N}(c, \delta^2 I)$$

Populację P charakteryzują następujące cechy:

- liczebność: N ($|P| = N$)
- liczba cech genotypowych osobnika o : n (tj. $o \in \mathbb{R}^n$)
- prawdopodobieństwo wystąpienia losowej mutacji na pojedynczej cesze genotypowej: μ (tj. mutacja zachodzi gdy $x < \mu$, gdzie $x \sim \text{Uniform}(0, 1)$; jeśli mutacja zachodzi współrzędna mutowanej cechy jest losowana jednostajnie ze zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$)
- efekt mutacji: ξ^2 - wariancja rozkładu normalnego $\mathcal{N}(0, \xi^2)$ z którego losujemy wartość zachodzącej mutacji.

Populacja żyje w środowisku, które jest opisane następującymi regułami:

- w środowisku istnieje optymalny genotyp, który zmienia się w każdym pokoleniu $\alpha : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Przykładowym scenariuszem zmiany optymalnego genotypu jest ocieplenie klimatu, który zrealizujemy jako: $\alpha(t) = \alpha(t-1) + c$, gdzie $c \in \mathbb{R}^n$
- każdy osobnik o może zostać scharakteryzowany fenotypem w zadanym środowisku. Fenotyp organizmu opisuje funkcja fitness $\phi_\alpha : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ parametryzowana optymalnym genotypem α . Przykładem funkcji fitness jest funkcja gęstości rozkładu normalnego:

$$\phi_\alpha(o) = \exp\left(-\frac{\|o - \alpha\|^2}{2\sigma^2}\right)$$

o wartościach w $[0, 1]$, gdzie wariancja σ odzwierciedla funkcję selekcji (dla $\sigma \rightarrow \infty$ mechanizm selekcji zanika)

- prawdopodobieństwo posiadania potomstwa jest zależne od wartości fitness organizmu. Rozważając powyższą funkcję, prawdopodobieństwo jest określone w sposób bezpośredni.

Populacja ewoluuje w sposób iteracyjny. Każda iteracja składa się z czterech kroków ewolucyjnych.

- mutacja - każdy osobnik w populacji ulega losowym mutacjom zgodnie z przyjętymi założeniami;
- selekcja - każdy osobnik w populacji podlega selekcji w oparciu o jego miarę fitness;
- reprodukcja - każdy osobnik zgodnie z miarą fitness wprowadza osobników do następnego pokolenia;
- zmiana środowiska - zmiana optymalnego genotypu zgodnie z przyjętym scenariuszem

Charakterystyka (wciąż) zawiera wiele dowolności, choć częściowo dowolność ograniczyliśmy na ćwiczeniach.

- selekcja - przebiega dwuetapowo, po pierwsze środowisko eliminuje niektóre osobniki na podstawie ich miary fitness (ponownie jak poprzednio - ϕ_α dostarcza miary prawdopodobieństwa), a następnie jeśli rozmiar populacji przekracza N redukuje liczbę osobników do liczby N . Niekoniecznie muszą to być najsilniejsze jednostki, bo różnorodność genetyczna też jest ważna, a osobniki alfa mogą się eliminować na podstawie silnej konkurencji;
- reprodukcja - decyzja projektowa polega na rozstrzygnięciu czy chcemy opisywać populację płciową czy bezpłciową. W przypadku populacji bezpłciowej możemy przyjąć, że organizm rozmnaża się przez klonowanie. W przypadku rozmnażania płciowego wśród cech organizmu należy wyróżnić cechę płci (przyjmujemy, że nie podlega ona mutacji). Dodatkowo można rozważyć wprowadzenie diploidalności tj. $n = 2m$ i wprowadzić mechanizm crossing-over.
- zmiana środowiska - podstawowe scenariusze jakie chcielibyśmy rozważyć to: (i) uderzenie meteorytu: co T pokoleń następuje radykalna zmiana α ; (ii) globalne ocieplenie: w każdym pokoleniu α zmienia się o stałą, niską wartość.

Cele

Celem zadania jest analiza podstawowych własności ewolucyjno-adaptacyjnych populacji.

- Przy zadanym scenariuszu zmian środowiskowych (np. ocieplenie klimatu) jakie jest optymalne prawdopodobieństwo wystąpienia losowej mutacji oraz efekt mutacji, które pozwalają na adaptację rozważanej populacji?
- Wizualizacja ewolucji populacji w czasie. Można przygotować serię wykresów (np. co k pokoleń), która na płaszczyźnie 2D zobrazuje populację, optymalny genotyp w danym pokoleniu.
- Jak wpływa siła selekcji σ^2 na adaptację populacji? Co dzieje się w przypadku braku selekcji $\sigma \rightarrow \infty$?
- jakie mutacje się propagują? (Tutaj należy trzymać jakąś historię genetyczną osobnika, która będzie przechowywać wszelkie mutacje, które zostały odziedziczone z poprzednich pokoleń)
- Wszelkie inne pomysły na ocenę przebiegu ewolucji w kontekście przyjętych założeń/parametrów są mile widziane.