Université Abou Bekr Belakaid
Faculté des Sciences
Département d'Informatique
Matière : Programmation Linéaire

TD2
Résolution Graphique d'un Programme Linéaire

Exercice 1

Un atelier de confection dispose de 70 mètres de coton, 52 mètres de laine et 35 mètres de soie. La fabrication d'un complet nécessite 1 mètre de coton, 1 mètre de laine et 0.25 mètre de soie. Celle d'une robe nécessite 1 mètre de coton, 0.5 mètre de laine et un mètre de soie. Un complet se vend 5000 DA et une robe 9000 DA.

1. Écrire le programme linéaire correspondant à la maximisation du revenu. On notera X_1 et X_2 respectivement, les nombres de complets et de robes que l'atelier produit.
2. Résoudre le programme linéaire graphiquement

Exercice 2

Un artisan menuisier fabrique des tables et des chaises à base du bois et d'un métal pour le compte d'un revendeur, il emploie deux jeunes stagiaires. Son stock pour la semaine à venir en bois est 60 m^2 et 30 mettre du métal. La fabrication d'une table nécessite 3h du travail et 5 m^2 du bois et 2m du métal, et pour fabriquer une chaise il faut 1.5 h du travail et 2 m^2 du bois et 1m du métal. Le menuisier et ses stagiaires travaillent 40 h par semaine, une table génère le profit de 2000 DA et une chaise dégage un profit de 1200 DA.

1. Modéliser ce problème sous forme d'un programme linéaire afin de maximiser le bénéfice hebdomadaire ?
2. Résoudre le programme linéaire graphiquement

Exercice 3

Un fabricant produit 2 variétés de biscuit, l'une à la noix de coco et l'autre au chocolat, selon le schéma suivant :

Biscuit	Ingrédient			Prix de vente
	Farine	Chocolat	Noix de coco	
A	1	0	3	6
B	1	5	0	5
Disponible	8	22	12	

1. Formuler le problème comme un PL
2. Résoudre le programme linéaire graphiquement

Université Abou Bekr Belakaid
Faculté des Sciences
Département d'Informatique
Matière : Programmation Linéaire

--------------------------------------***Solution***--

Exercice 1

Un atelier de confection dispose de 70 mètres de coton, 52 mètres de laine et 35 mètres de soie. La fabrication d'un complet nécessite 1 mètre de coton, 1 mètre de laine et 0.25 mètre de soie. Celle d'une robe nécessite 1 mètre de coton, 0.5 mètre de laine et un mètre de soie. Un complet se vend 5000 DA et une robe 9000 DA.

1. Écrire le programme linéaire correspondant à la maximisation du revenu. On notera X_1 et X_2 respectivement, les nombres de complets et de robes que l'atelier produit.
2. Résoudre le programme linéaire graphiquement

	Complet (X1)	Robe(X2)	Qte
Coton	1	1	70
Laine	1	0.5	52
Soie	0.25	1	35
Profit	5000	9000	

Programme linéaire

Max z= 5000 x1+ 9000 x2

s.c. x1 + x2 <= 70

x1 + 0.5 x2 <= 52

0.25 x1 + x2 <= 35

X1, x2 >=0

Résolution graphique

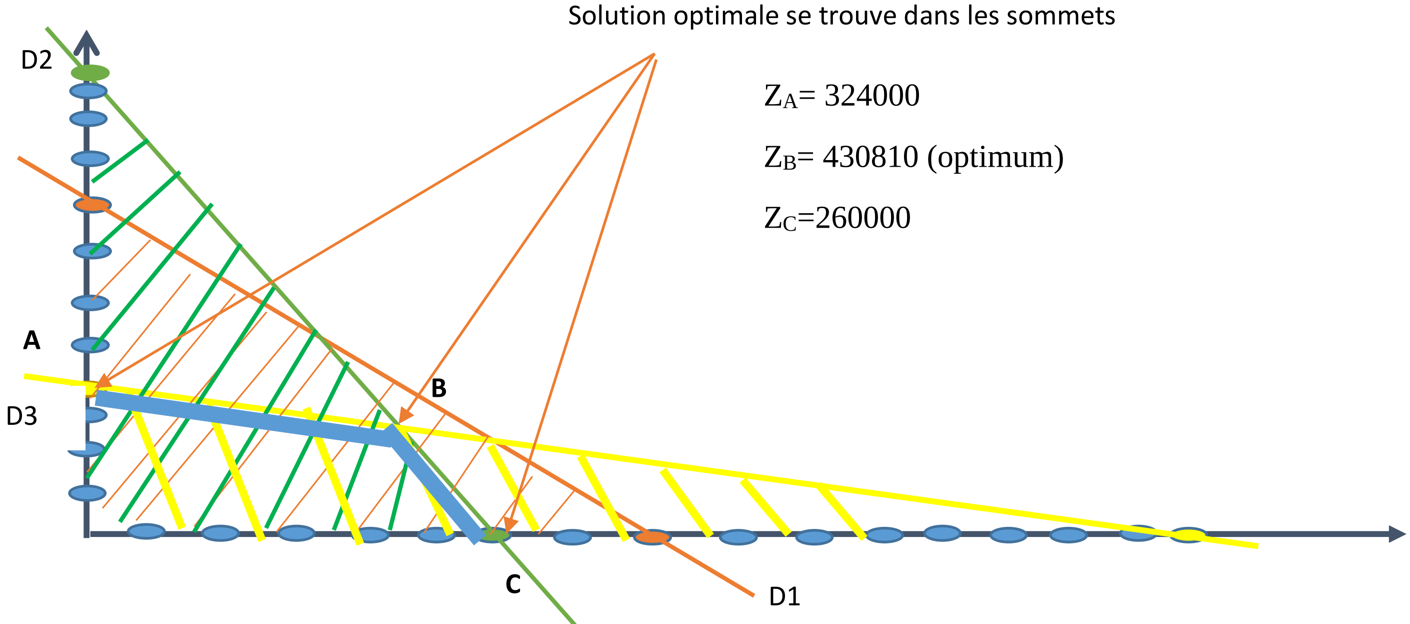
On trace les droites :

(D1) : x1+ x2 =70

(D2) : x1+ 0.5 x2= 52

(D3) : 0.25 x1+ x2= 36

Solution optimale se trouve dans les sommets



Z_A= 324000

Z_B= 430810 (optimum)

Z_C=260000

Point A(0, 36)

Z_A=5000* 0 + 9000 * 36=324.000DA

Point C(52, 0)

Z_C=5000*52 +9000*0=260.000DA

Point B(?, ?)

Le point B est l'intersection du deux droite (D2) et (D3)

(D2) : x1+ 0.5 x2= 52 (1)

(D3) : 0.25 x1+ x2= 36 (2)

(2) x 4 ➔ x1+ 4x2= 144 (3)

(3) – (1) ➔ 3.5 x2= 92 ➔ x2= 26.29

On remplace x2=26.29 dans (1) ou (2) on trouve x1=38.84

Z_B=5000*38.84+9000*26.29=430810DA

Donc le point B est la solution optimale

Exercice 2

Un artisan menuisier fabrique des tables et des chaises à base du bois et d'un métal pour le compte d'un revendeur, il emploie deux jeunes stagiaires. Son stock pour la semaine à venir en bois est 60 m^2 et 30 mettre du métal. La fabrication d'une table nécessite 3h du travail et 5 m^2 du bois et 2m du métal, et pour fabriquer une chaise il faut 1.5 h du travail et 2 m^2 du bois et 1m du métal. Le menuisier et ses stagiaires travaillent 40 h par semaine, une table génère le profit de 2000 DA et une chaise dégage un profit de 1200 DA.

1. Modéliser ce problème sous forme d'un programme linéaire afin de maximiser le bénéfice hebdomadaire ?
2. Résoudre le programme linéaire graphiquement

1- Modélisation du problème

Matière première	Table	Chaise	Quantité
Bois	5	2	60 m^2
Métal	2	1	30 m
Volume horaire	3	1.5	40 heures
Prix de vente	2000DA	1200DA	

On notera respectivement x_1 et x_2 le nombre de table et de chaise à fabriquer

Max Z= 2000 x_1 + 1200 x_2

s.c. $5x_1 + 2x_2 <= 60$

$2x_1 + x_2 <= 30$

$3x_1 + 1.5 x_2 <= 40$

$x_1, x_2 >= 0$

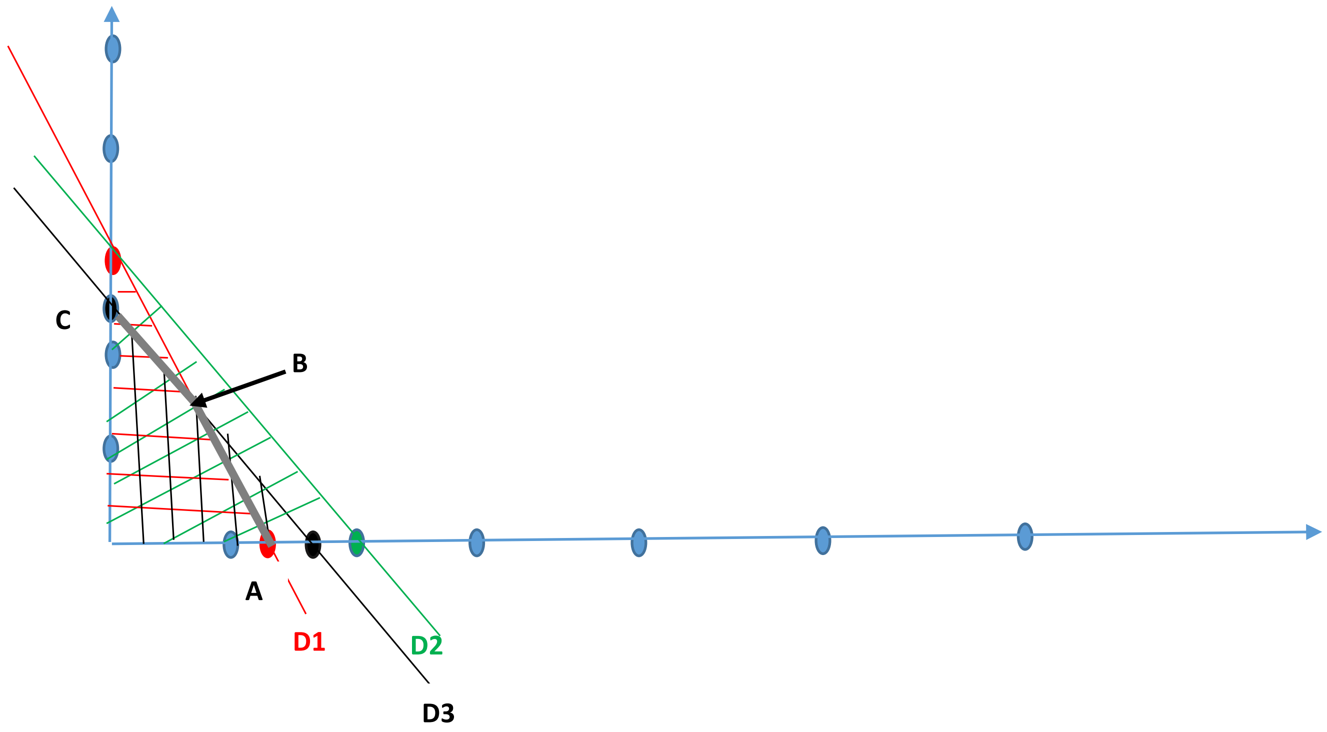
2- Résolution graphique

On trace les droites :

(D1) : $5x_1 + 2x_2 = 60$

(D2) : $2x_1 + x_2 = 30$

(D3) : $3x_1 + 1.5 x_2 = 40$



La solution optimale se trouve dans l'un des sommets A, B ou C

Sommet A(12 , 0)

Sommet C(0, 26.66)

Sommet B(?, ?)

Le sommet B est l'intersection du deux droite (D1) et (D3)

(D1) : $5x_1 + 2x_2 = 60$ -----------(1)

(D3) : $3x_1 + 1.5\, x_2 = 40$ -----------(2)

1.5* (1)- 2*(2) ➔ $1.5x_1 = 10 \Rightarrow x_1 = 6.66$

On remplace la valeur de x_1 dans (1) ou (2) et on calcule la valeur de x_2

$x_2 = 13.35$

Sommet B(6.66, 13.35)

Z_A=2000*12 + 1200*0=24000DA

Z_B=2000* 6.66+ 1200*13.35=173520DA   solution optimale

Z_C=2000*0 + 1200*26.66=31992DA