Solution Exercice

Rotation du triangle [a b c] autour du point P (3, 5) d'un angle de 30°, avec: a [7 5], b [9 5] et c [7 8]

1) Translation du triangle [a b c] et du point (3, 5) du point (3, 5) vers l'origine $(donc\ M=-3,\ N=-5)$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} * M_{Trans} = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 9 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix}$$

2) Rotation du triangle [a' b' c'] d'un angle de 30° (cos 30°= $\sqrt{3}$ /2, sin 30°=1/2)

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix} * M_{Rotat} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos 30 & \sin 30 & 0 \\ -\sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix} * M_{Rotat} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & 2 & 1 \\ 3\sqrt{3} & 3 & 1 \\ 2\sqrt{3} - 3/2 & 2 + 3\sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix} == \begin{bmatrix} a'' \\ b'' \\ c'' \end{bmatrix}$$

3) Translation inverse du triangle [a" b" c"] de l'origine vers le point P (3, 5) (donc M= +3, N=+5)

$$\begin{bmatrix} a^{"} \\ b^{"} \\ c^{"} \end{bmatrix} * M_{Tr_Inv} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & 2 & 1 \\ 3\sqrt{3} & 3 & 1 \\ 2\sqrt{3} - 3/2 & 2 + 3\sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ +3 & +5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} + 3 & 7 & 1 \\ 3\sqrt{3} + 3 & 8 & 1 \\ 2\sqrt{3} + 3/2 & 7 + 3\sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a'' \\ b'' \\ c'' \end{bmatrix} * M_{Tr_Inv} = \begin{bmatrix} 6.464 & 7 & 1 \\ 2.196 & 8 & 1 \\ 4.964 & 9.598 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{final} \\ b_{final} \\ c_{final} \end{bmatrix}$$