Une variable aléatoire réel (v.a.r) X est une fonction de Ω (espace échantillon ou espace des épreuves) vers $\mathbb{R}$.

Variable aléatoire réel discrète : Définie par la fonction de masse p_X et la fonction de répartition F_X.

$p_X(k)=P(X=k)=\{\omega \in \Omega : X(\omega) = k\}$ La probabilité que la v.a.r X prend la valeur k.

Conditions à satisfaire pour une fonction de masse valide :

$$p_X(k) \geq 0 \ et \sum_{x \in D_X} p(x) = 1$$

$F_X(k) = P(X \leq k) = \sum_{x \in D_X}^{k} p(x)$ La probabilité que la v.a.r X prend une valeur inférieur ou égale à k.

$$E[X] = Moyenne\ de\ X = \sum_{x \in D_X} x\, p_X(x)$$

$$VAR[X] = comment\ X\ varie\ par\ rapport\ à\ la\ moyenne = \sum_{x \in D_X} (x - E[X])^2\, p_X(x)$$

$$VAR[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$E[X^2] = \sum_{x \in D_X} x^2\, p_X(x)$$

$$\sigma = ecart\ type\ (distance\ moyenne\ par\ rapport\ à\ la\ moyenne) = \sqrt{VAR[X]}$$

Exemple de variable aléatoire discrète :

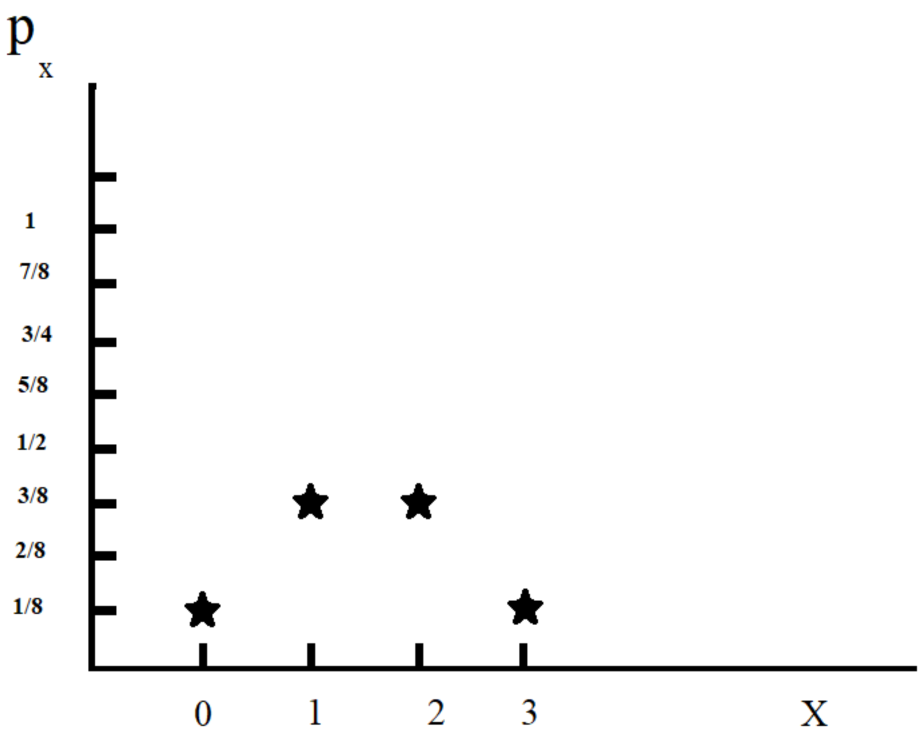
Soit une expérience aléatoire qui consiste à jeter une pièce monétaire 3 fois et d'enregistrer les résultats :

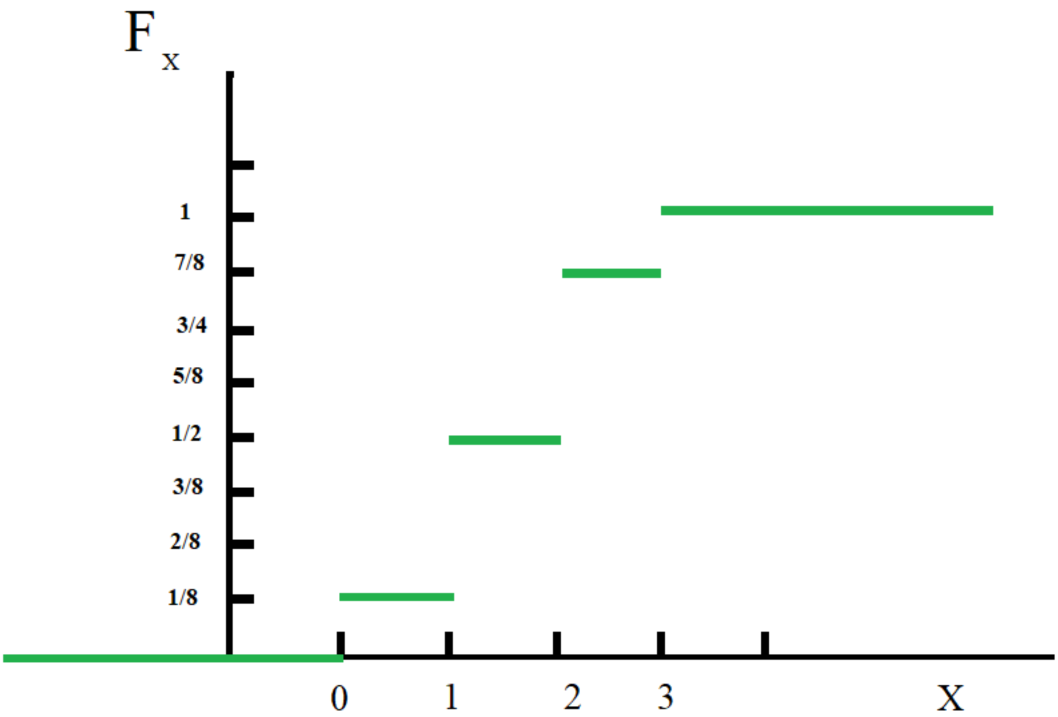
Ω ={ (P,P,P),(P,P,F),(P,F,P),(F,P,P),(F,F,P), (F,P,F), (P,F,F),(F,F,F) } P :Pile, F :Face

Soit X la v.a.r. qui donne le nombre de Faces obtenues lors des trois jets. Le support de X , D_X représente les valeurs possibles pour X :

$D_X=\{0,1,2,3\}$

k	X=k	X<=k	$F_x(k)$	$p_x(k)$
-1	ϕ	ϕ	0	0
0	{(P,P,P)}	{(P,P,P)}	1/8	1/8
1	{(P,P,F),(P,F,P),(F,P,P)}	{(P,P,P),(P,P,F),(P,F,P),(F,P,P)}	4/8 =1/2	3/8
2	{(P,F,F),(F,P,F),(F,F,P)}	{(P,P,P),(P,P,F),(P,F,P),(F,P,P), (P,F,F),(F,P,F),(F,F,P)}	7/8	3/8
3	{(F,F,F)}	{(P,P,P),(P,P,F),(P,F,P),(F,P,P),(F,F,P), (F,P,F), (P,F,F),(F,F,F) } (Ω)	1	1/8
4	ϕ	Ω	1	0





Variable aléatoire réel continue: Définie par la fonction de densité f_X et la fonction de répartition F_X.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

$$conditions: f_X(x) \geq 0 \; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$conditions: F_X \; est \; continue \; est \; croissante$$

$$F_X(+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx = 1$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \, p_X(x)$$

$$VAR[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^2 \, p_X(x)$$

$$VAR[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

Pour une v.a.r continue $P(X=x_0)=0$