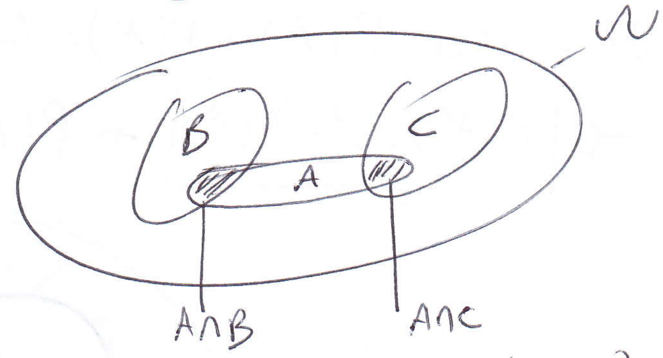
Corrigé TD 1 :

Exo 1 :



$P(A)=P(B)=\frac{1}{4}$

$P(C)=\frac{1}{3}$

$P(A\cap B)=\frac{1}{8}$

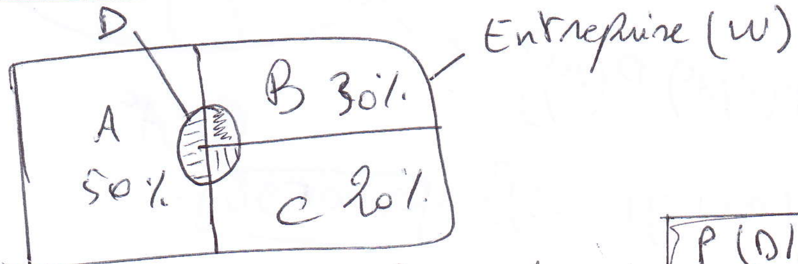
$P(A\cap C)=\frac{1}{6}$

$P(B\cap C)=0.$

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)+\underbrace{P(A\cap B\cap C)}_{0}$$

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{8}-\frac{1}{6}+0.=\boxed{\frac{13}{24}}$$

Exo 2 :



$P(A)=0{,}5$

$P(B)=0{,}3$

$P(C)=0{,}2$

$P(D/A)=0{,}02$	$P(D/C)=0{,}01$
$P(D/B)=0{,}05$	

D : Un événement " Composant défectueux "

D : l'ensemble des composants défectueux produits par les 3 usines (A, B, C)

① $D=\{(D\cap A)\cup(D\cap B)\cup(D\cap C)\}.$

$$\Rightarrow P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap B)+P(D\cap C)$$

$$=[P(D/A).(P(A))]+[P(D/B).P(B)]+[P(D/C).P(C)].$$

$$=(0{,}02)(0{,}5)+(0{,}05)(0{,}3)+(0{,}01)(0{,}2)=\boxed{0{,}027}.$$

② $P(\cdot/D)$? .... $P(B/D)$?

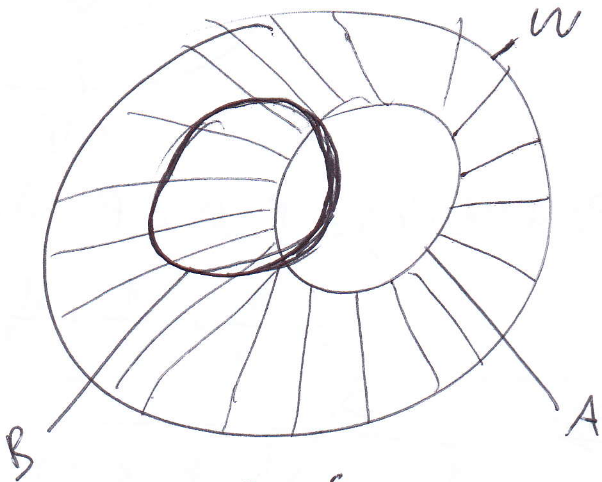
$$P(B/D)=\frac{P(B\cap D)}{P(D)}=\frac{P(D/B).P(B)}{P(D)}=\frac{(0{,}05)(0{,}3)}{(0{,}027)}=\boxed{0{,}556}$$

Ex 4 : $P(B/A)=0,99$; $P(B/A^c)=0,005$; $P(A)=0,001$

- Sachant que : $A \cup A^c = \Omega \Rightarrow P(A)+P(A^c)=1$

$$\Rightarrow \boxed{P(A^c)=1-P(A)} \Rightarrow P(A^c)=1-0,001=\boxed{0,999}$$

① $P(B)$?



: A^c

Méthode 1 :

$$B=\{(A\cap B)\cup(A^c\cap B)\}$$

$$P(B)=P(A\cap B)+P(A^c\cap B).$$

$$=[P(B/A).P(A)]+[P(B/A^c).P(A^c)]$$

$$=[(0,99)(0,001)]+[(0,005)(0,99)]=\boxed{0,00594}$$

Méthode 2 :

A et A^c forment une Partition de Ω (A et A^c sont incompatibles) ($A\cap A^c=\phi$ et $A\cup A^c=\Omega$) alors :

On sait que : $P(B)=P\left(\bigcup_{i=1}^{n} B\cap A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(B\cap A_i)$

Donc : $P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap A^c)$

$$=[P(B/A).P(A)]+[P(B/A^c).P(A^c)]=$$

$$=[(0,99)(0,001)]+[(0,005)(0,99)]=\boxed{0,00594}$$

②

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B/A).P(A)}{P(B)}=\frac{(0,99)(0,001)}{(0,00594)}=\boxed{0,1674}$$

• Distinction entre évènements indépendants et évènements incompatibles.

Evenements Indépendants	vs	Evenements incompatibles
• B ne dépend plus de A :		• $A \cap B = \phi$
↳ $P(A) = P(A/B)$		↳ $\nexists$ un element qui vérifie A et B simultanément
↳ $P(B) = P(B/A)$		• $P(A \cap B) = 0$
• A et B sont indépendants ssi : $\boxed{P(A \cap B) = P(A) . P(B)}$		• $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.