Integration Par Partie :

$$(u.v)' = u'.v + v'.u$$

Le bouc al mettent la in Primitive → $u'.v = (u.v)' - u.v'$ / $u.v' = (u.v)' - u'.v$

$$\int u'.v = \int (u.v)' - \int u.v' \equiv \int u.v' = \int (u.v)' - \int u'.v$$

$$\boxed{\int u'.v = u.v - \int u.v'} \equiv \boxed{\int u.v' = u.v - \int u'.v}$$

Eg :

$$I = \int \ln x \, dx = \int 1 . \ln(x) \, dx$$

$u(x) = \ln(x)$ $\quad u'(x) = \frac{1}{x}$

$v'(x) = 1$ $\quad v(x) = x$

$$I = (u.v) - \int u'.v = \left((x)\ln(x)\right) - \int \underbrace{\frac{1}{x}.x}_{1} \, dx$$

$$= \boxed{x \ln x - x}$$

eg :

$$I = \int x . e^x \, dx$$

$u(x) = x$ $\quad u'(x) = 1$

$v'(x) = e^x$ $\quad v(x) = e^x$

$$I = u.v - \int u'.v = (x e^x) - \int e^x \, dx$$

$$= x e^x - e^x = \boxed{e^x (x-1)}$$

Ds certains situations On peut être amener à effectuer ce qu'on appelle Une double Integration Par partie

$$I = \int x^2 e^x dx \qquad u(x) = x^2 \quad u'(x) = 2x$$
$$v'(x) = e^x \quad v(x) = e^x$$

$$I = [x^2 e^x] - \underbrace{\int 2x\, e^x dx}_{I_1 : \text{ Une autre Integration Par Partie.}}$$

$$I_1 = \int 2x\, e^x dx \qquad u(x) = 2x \quad u'(x) = 2$$
$$I_1 = [2x e^x] - \int 2 e^x dx \qquad v'(x) = e^x \quad v(x) = e^x$$
$$= 2xe^x - 2e^x$$

$$\boxed{I = [x^2 e^x] - [2xe^x - 2e^x].}$$

3

Integration Par Partie ln:

$$I = \int (\ln(x))^2 dx$$

directement la Primitive de ln je ne la connais Pas Alors : u = ln
donc notre u c'est forcement ln

$$u(x) = (\ln(x))^2 \qquad u'(x) = 2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln x$$
$$v'(x) = 1 \qquad v(x) = x.$$

$$I = [\ln(x)]^2 \cdot x - \int 2 \cdot \frac{1}{x} \cdot x \cdot \ln x\, dx.$$
$$= x(\ln x)^2 - \int 2 \ln x\, dx = x(\ln(x))^2 - 2\underbrace{\int \ln(x)\, dx}_{\text{déjà calculer}}$$
$$= x(\ln(x))^2 - 2(x\ln(x) - x).$$

Ex Trigonométrique :

$$I = \int \sin(\ln(x))\, dx$$

$$I_1 : \quad u(x) = \sin(\ln(x)) \qquad u'(x) = \frac{1}{x} \cdot \cos(\ln(x))$$
$$v'(x) = 1 \qquad v(x) = x$$

$$I = [x \sin(\ln(x))] - \int x \cdot \frac{1}{x} \cdot \cos(\ln(x))\, dx$$ ← double Integration Par Partie

$I_1 = \int \cos(\ln x)\, dx$

$u_1(x) = \cos\ln(x) \qquad u_1'(x) = -\frac{1}{x} \sin \ln(x)$

$v_1'(x) = 1 \qquad v_1(x) = x$

$I_1 = [x \cos(\ln(x))] - \int -\frac{1}{x} \sin \ln(x) \cdot x \, dx$

$= [x \cos(\ln(x))] + \underline{\int \sin \ln(x)\, dx}$

$I_1 = x \cos(\ln(x)) + \underset{=}{I}$

Donc

$I = x \sin(\ln(x)) - [x \cos(\ln(x)) + I]$

$I = x \sin(\ln(x)) - x \cos(\ln(x)) - I$

$2I = x \sin(\ln(x)) - x \cos(\ln(x))$

$$\boxed{I = \frac{x(\sin(\ln(x)) - \cos(\ln(x))}{2}}$$

4

→ Par changement de variables :

$\int_0^x \underline{(3t^2 + 2t)}\, e^{\underline{t^3+t^2}}\, dt$

$u' e^u$ si on remarque ça, on va faire un changement de var.

c.v.d au lieu de travailler avec la var t on va poser :

$u = t^3 + t^2 ; \frac{du}{dt} = 3t^2 + 2t \Rightarrow du = 3t^2 + 2t\, dt$

$t = 0 \Rightarrow u = 0$

$t = x \Rightarrow u = x^3 + x^2$

donc : $\int_0^{x^3+x^2} e^u\, du = [e^u]_0^{x^3+x^2}$

$= (e^{x^3+x^2}) - \underset{1}{\underset{\shortparallel}{e^0}} = \boxed{e^{x^3+x^2} + C}$