

- 1 x, y に学生番号の末尾の数字 2 つを代入して、次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} x+1 & y-3 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & -2 \\ -5 & 6 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

計算方法は様々考えられるので略す（実際の答案では略してはいけない！）が、結果は $10x + y$ となる。

2

- (i) 3 次行列式の幾何学的意味について説明せよ。
 (ii) 座標空間内の 4 点 $(1, 1, 1)$, $(1, 2, t)$, $(2, t, 1)$, $(t, 1, 2)$ を頂点とする 4 面体（三角錐）の体積が $1/6$ となるように実数 t を定めよ。

[解] (i) 3 次行列式 $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ は、3 つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を稜 (edge) にもつ、平行 6 面体の体積に \pm の符号をつけたものに一致する。ただし符号は、ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ の位置関係が、座標の基本ベクトル i, j, k のそれと同等であるときに $+$ を、そうでないときに $-$ をつけるものとする。

(ii) 点 $(1, 1, 1)$ を通り $(0, 1, t-1)$, $(1, t-1, 0)$, $(t-1, 0, 1)$ を稜ベクトルとする平行 6 面体の体積は

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & t-1 \\ 1 & t-1 & 0 \\ t-1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ t-1 & 1 \end{vmatrix} + (t-1) \begin{vmatrix} 1 & t-1 \\ t-1 & 0 \end{vmatrix} = -1 - (t-1)^3$$

の絶対値で、それが 1 であることから、方程式 $-1 - (t-1)^3 = \pm 1$ を解いて、 $t = 1$ または $t = 1 - 2^{1/3}$ を得る。