

2012/7/12

問 1.  $\mathbb{R}$  上の一様に有界な可測関数列  $f_n$  が関数  $f$  に各点収束する状況を考える。関数  $f_n, f$  による掛け算作用素を  $T_n, T : L^2(\mathbb{R}) \rightarrow L^2(\mathbb{R})$  で表すとき、作用素列  $T_n$  は  $T$  に強位相で収束することを示せ。また、 $\|T_n - T\| \rightarrow 0$  とならない例を作れ。

問 2. 正数  $a$  に対して、 $\varphi(k) = e^{-a|k|}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) は、群  $\mathbb{Z}$  上の正定値関数であることを示せ。