

問題 1 3 は解答用紙の表に、問題 2 4 はその裏に解答すること。

1 2点間の確率的移動について考える。点1にいたものが点2に移動する確率を $0 < a < 1$ 、点2にいたものが点1に移動する確率を $0 < b < 1$ とする。ある時点での点1, 点2における存在確率をそれぞれ p_0, q_0 ($p_0 + q_0 = 1$) とし、上記の移動操作を n 回繰り返した後の確率分布を p_n, q_n で表す。

- (i) $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} p_{n-1} \\ q_{n-1} \end{pmatrix}$ ($n \geq 1$) を満たす n によらない2次正方行列 A を求めよ。
- (ii) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (iii) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を求めよ。

2 ベクトルの列 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$ を Gram-Schmidt の方法で正規直交化せよ。

3 エルミート行列 $\sigma_1 \cos \theta + \sigma_2 \sin \theta$ ($\theta \in \mathbb{R}$) をユニタリー行列により対角化せよ。

4

- (i) \mathbb{R}^n の部分空間の定義を述べよ。
- (ii) 部分空間の基底と次元について説明せよ。