

模擬與統計 HW5

電機所 N26120870 林耕澤

HOMEWORK (NORMAL RANDOM NUMBER GENERATOR)

- 1. Change Example 5f to generate a standard normal random variable $Z \sim (\mu=0, \sigma=1)$
- 2. Based on the result of 1, generate a normal random variable Y to represent student test scores ($\mu=70, \sigma=5$)
- 3. To let the score reasonable, the max. value of Y is 100, and the min. value of Y is 0.
- 4. Plot the distribution of Y , and check the empirical rule (68-95-99.7 rule).

24

1. 程式碼:

```
def expRV_generator(rate):
    U = random.random()
    X = - math.log(U) / rate
    return X

def normalRV_generator(mean, std, real = False):
    commit = False
    while commit == False:
        Y = expRV_generator(1)
        U = random.random()
        c = (2 * math.exp(1) / math.pi) ** 2
        if U < (2 / math.pi) ** 2 * math.exp(Y - (Y ** 2 / 2)) / c:
            commit = True

    Y = random.choice([Y, -Y])
    Y = std * Y + mean

    if real:
        if Y > 100:
            Y = 100
        elif Y < 0:
            Y = 0
    return Y
```

Figure 1, 程式碼

expRV_generator: exponential random variable generator.

normalRV_generator: normal random variable generator using exponential random variable.

模擬結果：normalRV_generator(0,1)

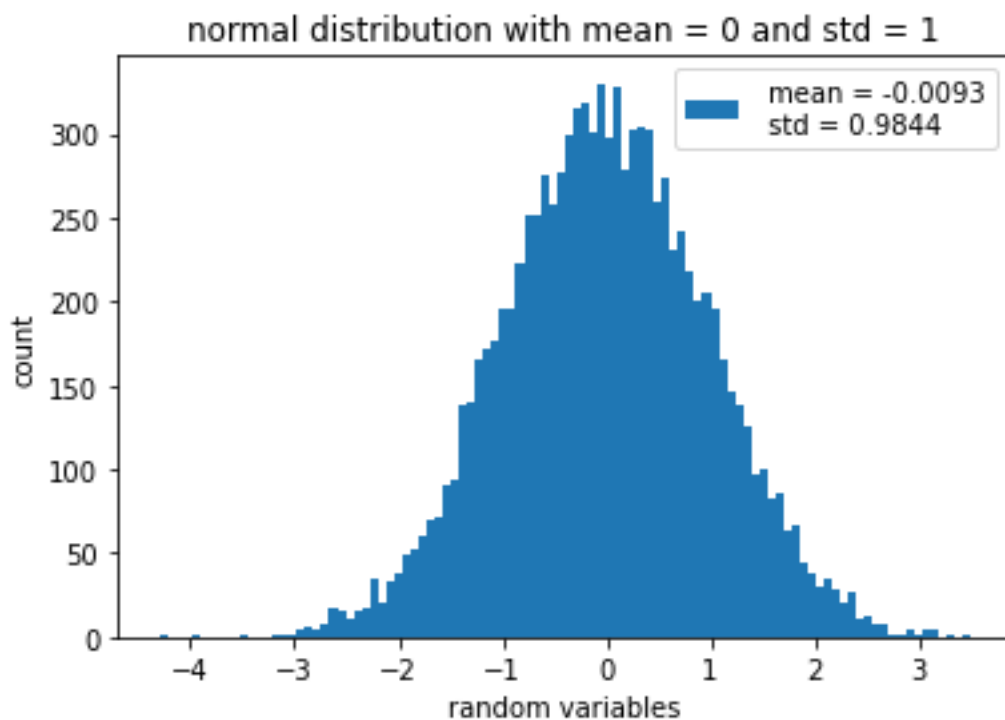


Figure 2, 10000 次隨機變數生成分布

2. 因為要模擬平均為 70 分、標準差 5 的考試成績分布，因此可以基於原本平均為 0、標準差為 1 生成的隨機變數做修改，可以根據以下特性修改：

$$X = \sigma Z + \mu$$

$$Y = \text{std} * Y + \text{mean}$$

Figure 3, 隨機變數與平均及標準差關係

3. 為了要符合實際情況成績的 range，因此要將生成的隨機變數限制在 0 與 100 之間，因此我在程式碼的後半段多加了判斷式加以修正：

```
if real:
    if Y > 100:
        Y = 100
    elif Y < 0:
        Y = 0
```

Figure 4, 判斷式

4. 模擬結果: `normalRV_generator(70, 5, True)`，10000 個學生的成績分布。

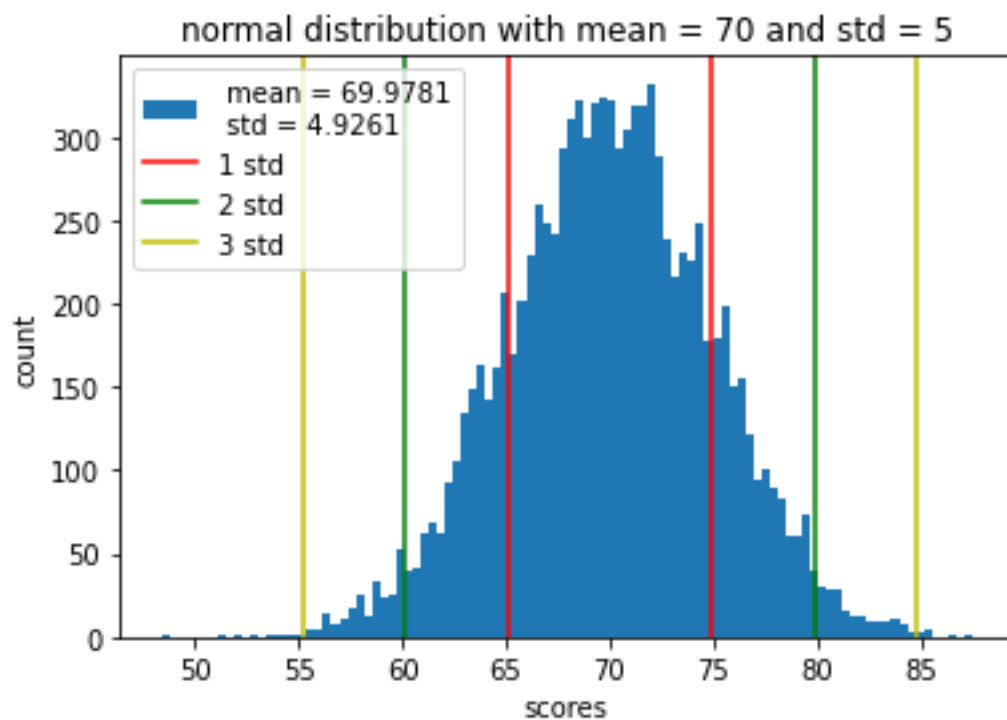


Figure 5, 成績分布

模擬結果與 empirical rule 比較:

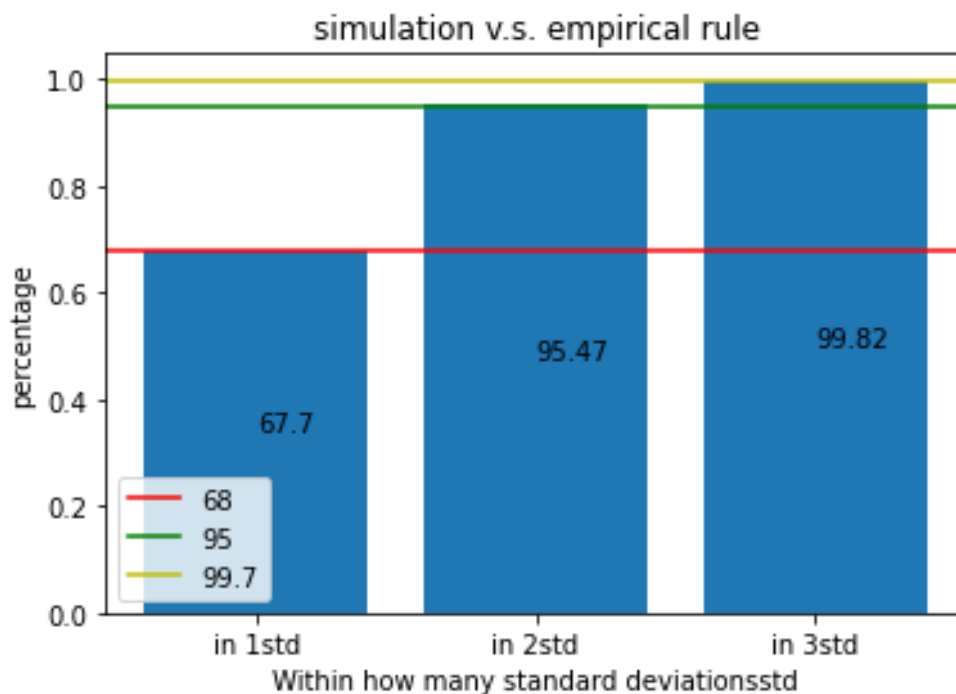


Figure 6, 直方圖為標準差內比例、水平線為 empirical rule 理論值

由上面兩張圖可以得知模擬結果非常接近理論值，也由此可知使用 exponential random variable 以及 Accept-Reject Method 是可行的。