БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МОУ: кафедра методов оптимального управления

МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПО ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ

Кулешов Владислав Вячеславович

Содержание

- Определния
- Теорема
- Задача с терминальными ограничениями
- Алгоритм
- Пример
- Результаты

Определение

$\{x_k\}_{k=0}^{N-1}$ с $x_k \in \mathbb{R}^n$ *постоянно возбуждающая порядка L, если* $\operatorname{rank}(H_L(x)) = nL$.

Определение

Пара $(u^s, y^s) \in \mathbb{R}^{m+p}$ *– положение равновесия линейной стационарной системой* G, *если последовательность* $\{\overline{u}_k, \overline{y}_k\}_{k=0}^{n-1}$ *с* $(\overline{u}_k, \overline{y}_k) = (u^s, y^s)$ $\forall k \in \mathbb{I}[0, n-1]$ *– траектория* G.

Теорема

Теорема

Предположим, что $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ *– траектория линейной стационарной системы* G*, где* u *– постоянно возбуждающее управление порядка* $L+n$*.*
Тогда $\{\overline{u}_k, \overline{y}_k\}_{k=0}^{L-1}$ *– траектория* G*, тогда и только тогда, когда* $\exists \alpha \in \mathbb{R}^{N-L+1}$ *такое, что*

$$\begin{bmatrix} H_L(u^d) \\ H_L(y^d) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \overline{u} \\ \overline{y} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Задача с терминальными ограничениями

$$J_L^*(u_{[t-n,t-1]}, y_{[t-n,t-1]}) = \min_{\alpha(t)} \min_{\overline{u}(t),\overline{y}(t)} \sum_{k=0}^{L-1} \ell(\overline{u}_k(t), \overline{y}_k(t)) \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u}_{[-n,-L-1]}(t) \\ \overline{y}_{[-n,-L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(y^d) \end{bmatrix} \alpha(t), \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u}_{[-n,-1]}(t) \\ \overline{y}_{[-n,-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n,t-1]} \\ y_{[t-n,t-1]} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u}_{[L-n,L-1]}(t) \\ \overline{y}_{[L-n,L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}, \tag{5}$$

$$\ell(\overline{u}, \overline{y}) = \|\overline{u} - u^s\|_R^2 + \|\overline{y} - y^s\|_Q^2, \; Q, R \succ 0. \tag{6}$$

$$\overline{u}_k(t) \in \mathbb{U}, \overline{y}_k(t) \in \mathbb{Y}, k \in \mathbb{I}_{[0,L-1]}. \tag{7}$$

Задача с терминальными ограничениями

$$J_L^*(u_{[t-n,t-1]}, \widetilde{y}_{[t-n,t-1]}) = \min_{\alpha(t),\overline{u}(t),\overline{y}(t),\sigma(t)} \sum_{k=0}^{L-1} \ell(\overline{u}_k(t), \overline{y}_k(t)) +$$
$$+ \lambda_\alpha \overline{\varepsilon} \|\alpha(t)\|_2^2 + \lambda_\sigma \|\sigma(t)\|_2^2 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u}(t) \\ \overline{y}(t) + \sigma(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(\widetilde{y}^d) \end{bmatrix} \alpha(t), \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u}_{[-n,-1]}(t) \\ \overline{y}_{[-n,-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n,t-1]} \\ y_{[t-n,t-1]} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u}_{[L-n,L-1]}(t) \\ \overline{y}_{[L-n,L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}, \overline{u}_k \in \mathbb{U} \quad (11)$$

$$\|\sigma_k(t)\|_\infty \leq \overline{\varepsilon}(1 + \|\alpha(t)\|_1), k \in \mathbb{I}_{[}0, L-1] \quad (12)$$

Алгоритм 1

Алгоритм

(Схема управления на основе MPC)

1. *В момент времени t взять прошлые n измерений $u_{[t-n,t-1]}, y_{[t-n,t-1]}$ и решить задачу.*
2. *Взять за управление $u_t = \overline{u}_0^*(t)$*
3. *Установить $t = t+1$ и вернуться к пункту 1).*

Алгоритм 2

Алгоритм

(n-Шаговая схема управления на основе MPC)

1. *В момент времени* t *взять прошлые* n *измерений* $u_{[t-n,t-1]}, \widetilde{y}_{[t-n,t-1]}$ *и решить задачу (,,).*
2. *Взять за управление* $u_{[t,t+n-1]} = \overline{u}^*_{[t,n-1]}(t)$
3. *Установить* $t = t + n$ *и вернуться к пункту 1).*

Пример

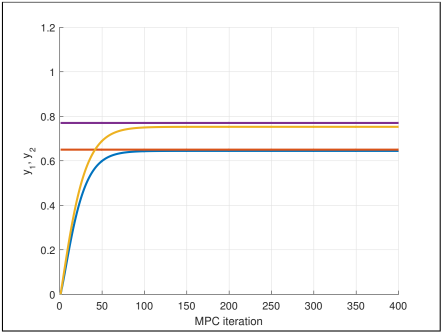
$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.921 & 0 & 0.041 & 0 \\ 0 & 0.918 & 0 & 0.033 \\ 0 & 0 & 0.924 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.937 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.017 & 0.001 \\ 0.001 & 0.023 \\ 0 & 0.061 \\ 0.072 & 0 \end{bmatrix} u_k,$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k.$$

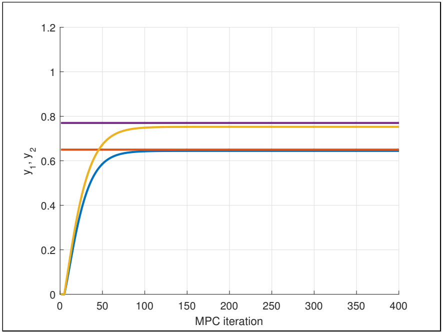
$$(u^s, y^s) = (\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.77 \end{bmatrix}).$$

Предположим, что системные матрицы неизвестны, но доступна одна траектория $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ длины $N = 400$, которая генерируется путем равномерной выборки u_k^d из $[-1, 1]^2$. Горизонт прогнозирования установим в $L = 30$, и следующие параметры $Q = 3 \cdot E_2$, $R = 10^{-4} \cdot E_2, \lambda_\sigma = 1000, \lambda_\alpha \bar{\varepsilon} = 0.1$.

Результаты



1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
y_1, y_2
0
50
100
150
200
250
300
350
400
MPC iteration



1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
y_1, y_2
0
50
100
150
200
250
300
350
400
MPC iteration

Концовка

Спасибо за внимание!