

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И
ИНФОРМАТИКИ**

Кафедра методов оптимального управления

**МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПО ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ
МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ**

Курсовая работа (проект)

Кулешов Владислав Вячеславович
студента 3 курса,
специальность «прикладная
математика»

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук
доцент Н.М. Дмитрук

Минск, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

	С.
ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ	3
ВВЕДЕНИЕ.	4
ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	5
1.1 Теория управления по прогнозирующей модели.	5
1.2 Задачи оптимального управления	7
1.3 Представление входных и выходных сигналов дискретных стационарных линейных систем на основе матрицы Ганкеля	9
ГЛАВА 2 НАЗВАНИЕ ГЛАВЫ	10
2.1 Название раздела 1	10
2.2 Название раздела 2	10
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	12

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Магистерская диссертация, 16 с., XX рис., X табл., XX источников

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Цель работы и ее актуальность

Объектом исследования является

В процессе работы были получены следующие результаты

Новизна полученных результатов заключается в

Структура магистерской диссертации представлена тремя главами, где раскрываются

ВВЕДЕНИЕ

Объем введения для дипломных работ не менее 1 стр. Для магистерских диссертаций 2-3 стр.

Описать исследуемую в работе проблему, отметить актуальность и новизну задачи или подхода к ее решению.

Еще раз подчеркнуть цель работы (не повторять указанную в реферате).

Кратко изложить содержание работы, примерно в таком виде: В частности, в разд. 1 обосновано В разд. 2 исследуется В разд. 3 продолжается исследование задач В разд. 4 эффективность предложенных методов иллюстрируется численными примерами. . . В заключении приводятся краткие выводы по результатам проведенной работы и даются рекомендации о перспективах дальнейших исследований по исследуемой тематике.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Первая глава всегда посвящена обзору литературы. В начале каждой главы необходимо написать небольшую аннотацию о содержании главы (так называемая *врезка*). Например:

В настоящей главе формулируются основные понятия, используемые в диссертации. Приводится классификация (согласно работе [11]) принципов управления, используемых в современной теории управления. Объясняется принцип управления в режиме реального времени в применении к реализации оптимальных обратных связей в задачах оптимального управления с конечным горизонтом планирования [24] и в применении к задачам стабилизации нелинейных объектов согласно теории управления по прогнозирующей модели [51].

1.1 Теория управления по прогнозирующей модели

В западной литературе (см. [33, 44, 51]) управление в реальном времени представлено теорией управления по прогнозирующей модели — Model Predictive Control (МРС). Основными приложениями теории являются задачи стабилизации динамических систем. Современная теория нелинейного МРС предлагает основанные на решении задач оптимального управления методы построения обратных связей для нелинейных объектов.

Главная идея МРС — использование математической модели управляемого процесса в пространстве состояний для предсказания и оптимизации будущего поведения системы. Рассмотрим задачу стабилизации нелинейной системы

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)), \quad t = 0, 1, \dots, \quad (1.1)$$

где

$x = x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы в момент времени t ;

$u = u(t) \in \mathbb{R}^r$ — значение управляющего воздействия в момент времени t ;

$f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^n$ — заданная функция.

Пусть $f(0, 0) = 0$, следовательно точка равновесия системы находится в начале координат, и при тривиальном управлении $u \equiv 0$ система остаётся в состоянии покоя.

При заданном управлении $u(\cdot)$, траектория системы (1.1) обозначается как $x(t|0, z, u(\cdot))$, $t = 0, 1, \dots$, где начальное состояние системы в момент времени $t = 0$ задаётся условием $x(0) = z$.

Управление $u(\cdot)$ будем выбирать так, чтобы максимально приблизить траектории $x(t|0, x_0, u(\cdot))$, $t = 0, 1, \dots, N$, к началу координат.

Определение 1.1.1 Стоимость этапа - функция $l(x(t), u(t))$ вдоль траектории $x(\cdot)$ и управления $u(\cdot)$, с помощью которой для всех моментов времени $t = 0, 1, \dots$ оценивается качество выбранного управления $u(\cdot)$.

Чаще всего стоимость этапа l выбирается следующим образом:

1. Взвешенная сумма расстояний до начала координат:

$$l(x, u) = \|x\|^2 + \lambda \|u\|^2, \quad \lambda \geq 0 - \text{параметр, } \|\cdot\| - \text{евклидова норма.}$$

2. Квадратичные функции

$$l(x, u) = x'Qx + u'Ru, \quad R, Q > 0 - \text{положительно-определённые матрицы.}$$

Таким образом задача оптимального управления состоит в минимизации функционала, где минимум ищем вдоль траекторий $x(t|0, x^*(\tau), u(\cdot))$, $t = 0, 1, \dots, N - 1$, системы (1.1) с начальным состоянием, совпадающим с текущим состоянием объекта $x(0) = x^*(\tau)$ и при некоторых ограничениях:

$$J(x^*(\tau)) = \min_{u(\cdot)} \sum_{t=0}^{N-1} l(x(t|0, x^*(\tau), u(\cdot)), u(t)). \quad (1.2)$$

Ограничения (1.2) состоит из двух групп:

1. Физические ограничения системы (например, неотрицательность переменных, максимальное ограничение на управляющее воздействие и другие);
2. Ограничения накладываемые алгоритмом МРС (например, терминальное ограничение вида $x(N) = 0$ или принадлежность $x(N)$ множеству X_f).

Обозначим оптимальное программное решение задачи (1.15) через $u^0(\cdot|x^*(\tau))$. Для построения обратных связей будем считать, что на объект управления подано первое значение оптимальной программы

$$\mu(x^*(\tau)) = u^0(0|x^*(\tau)).$$

Далее в момент времени $\tau + 1$ процесс повторяется для состояния $x^*(\tau + 1)$. Тогда в этот момент времени решается задача о минимизации следующего функционала:

$$J(x^*(\tau + 1)) = \min_{u(\cdot)} \sum_{t=0}^{N-1} l(x(t|0, x^*(\tau + 1), u(\cdot)), u(t)).$$

При этом будет получено очередное значение обратной связи:

$$\mu(x^*(\tau + 1)) = u^0(0|x^*(\tau + 1)).$$

После процесс повторяется при $\tau + 2, \tau + 3$ и так далее. Таким образом, алгоритм управления по прогнозирующей модели, в каждый момент времени $\tau = 0, 1, \dots$ состоит из следующих шагов:

1. Измеряется в текущее состояние $x^*(\tau)$
2. Находится оптимальное программное решение $u^0 * t|x^*(\tau)$ задачи (1.2).
3. Подаётся на объект системы управляющее воздействие

$$\mu^*(\tau) \equiv \mu(x^*(\tau)) = \mu^0(0|x^*(\tau))$$

1.2 Задачи оптимального управления

1.2.1 Классификация задач оптимального управления

По времени

- непрерывным $t \in R$
- дискретным $k \in Z_+$

По промежутку управления

- конечный $t \in [t_0, t_f], t_0 < t_f$
- бесконечный $t \in [0, +\infty]$

По времени окончания процесса

- фиксированный t_f задан

- не фиксированный t_f не задан

По управлению

- кусочно-непрерывная функция
- измеримые функции
- дискретные функции
- релейное
- инерционное

1.2.2 Критерий качества

Критерий 1 (Терминальный критерий качества типа Майера)

$$J(u) = \varphi(x(t_f))$$

$$\varphi : R^n \rightarrow R.$$

Критерий 2 (Интегральный критерий типа Лагранжа)

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t) dt$$

$$f_0 : R^n * R^r * R \rightarrow R$$

Критерий 3 (Критерий качества типа Бальса)

$$J(u) = \varphi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t) dt$$

Критерий 4 (Критерий быстрдействия)

$$J(u) = t_f - t_0 \rightarrow \min$$

1.2.3 Принцип максимума Потрягина

Принцип максимума - классическое необходимое условие оптимальности для задач оптимального управления. Оно является самым сильным из известных необходимых условий оптимальности первого порядка.

1.3 Представление входных и выходных сигналов дискретных стационарных линейных систем на основе матрицы Ганкеля

1.3.1 Построение матрицы Ганкеля

Рассмотрим систему с $u(k) \in \mathbb{R}^l, y(k) \in \mathbb{R}^m, x(k) \in \mathbb{R}^n$:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ke(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) + e(k)$$

где $B \in \mathbb{R}^{n \times l}, C \in \mathbb{R}^{m \times n}, D \in \mathbb{R}^{m \times l}$ – матрицы системы. Траектория сигналов $z_d = z(1), \dots, z(k), \dots, z(T) \in (\mathbb{R}^z)^T$ линейной многомерной системы P .

Система P удовлетворяет $P \subset (\mathbb{R}^z)^T$ с сегментом ввода-вывода $z = \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} \in P$, где $u \in (\mathbb{R}^m)^N$ – ввод, $y \in (\mathbb{R}^l)^N$ – вывод.

Матрица Ганкеля $H(z_d)$ с N строками и $T - N$ столбцами составленная из ограниченного сигнала $z_d \in (\mathbb{R}^z)^T$ обозначается как:

$$H(z_d) = \begin{pmatrix} z(1) & z(2) & \dots & z(T - N + 1) \\ z(2) & z(3) & \dots & z(T - N + 2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ z(N) & z(N + 1) & \dots & z(T) \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Построенная матрица будет использоваться в МРС вместо модели без каких-либо промежуточных шагов.

ГЛАВА 2

НАЗВАНИЕ ГЛАВЫ

(Врезка) ...

2.1 Название раздела 1

.....

2.2 Название раздела 2

.....

Не забываем делать выводы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дипломной работе/ магистерской диссертации рассмотрена задача... .
Для исследуемой задачи сформулированы/доказаны/предложены... Проведен
анализ... Результаты проиллюстрированы численными экспериментами для
...

Привести краткие выводы и рекомендации по дальнейшему развитию
или использованию результатов.

Объем примерно 0,7-1 стр.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Агаев, Р.П. Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) / Р.П. Агаев, П.Ю. Чеботарев // УБС. – 2010. – Вып. 30.1. – С. 470–505.

2 Асеев С. М., Кряжимский А. В. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. – 2007. – Т. 257. – №. 0. – С. 3-271.

3 Балашевич, Н.В. Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. – Т. 44, № 2. – С. 265-286.

4 Балашевич, Н.В. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2000. – Т. 40, № 6. – С. 838-859.

5 Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Иностранная литература, 1960. – 400 с.

6 Данциг, Д. Линейное программирование, его применения и обобщения / Д. Данциг. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.

7 Дмитрук Н.М., Габасов Р., Калинин А.И. Децентрализованные стратегии в задачах оптимального управления и стабилизации взаимосвязанных динамических систем: отчет о НИР (заключительный) / НИИ ППМИ; науч. рук. Дмитрук, Н.М. – 71 с.

8 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление взаимосвязанными объектами // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 147-154.

9 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление мультиагентными динамическими системами в условиях неопределенности / Н.М. Дмитрук // Доклады НАН Беларуси. – 2014. – Т. 58, № 2. – С. 11-15.

10 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Во Тхи Тань Ха. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом // Автоматика и телемеханика. 2015. № 1. С. 121–135.

- 11 Габасов, Р. Принципы оптимального управления / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, № 1. – С. 15-18.
- 12 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2011. – Т. 51, № 7. – С. 1209-1227.
- 13 Габасов, Р. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Н.С. Павленок // Докл. Академии наук. – 2012. – Т. 444, № 4. – С. 371-375.
- 14 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление группой динамических объектов / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2008. – Т. 48, № 4. – С. 593-609.
- 15 Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М. Оптимизация линейных систем: Методы функционального анализа. – Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1973.
- 16 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний // Доклад Академии
- 17 Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени // Известия РАН. Техническая кибернетика. – 1992. – Т. 4. – С. 3-19.
- 18 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костина Е.А. Замыкаемые обратные связи по состоянию для оптимизации неопределенных систем управления // Автоматика и телемеханика, 1996
- 19 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное наблюдение за нестационарными системами // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3, 2002. С. 35 – 46.
- 20 Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принципы оптимального управления // Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48. – №. 1. – С. 15-18.
- 21 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Поясок Е.И. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448, № 3. С. 145–148.
- 22 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Труды Института математики и механики УрО РАН, Т.10, №2, 2004. С. 33-57.
- 23 Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы

коллективного управления в группах роботов // М.: Физматлит. – 2009. – Т. 280.

24 Кириллова, Ф.М. Синтез оптимальных систем – оптимальное управление в реальном времени / Ф.М. Кириллова, Н.М. Дмитрук, Р. Габасов // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 208-219

25 Кряжковский, А.В. Программный критерий разрешимости задачи позиционного наведения с неполной информацией. Линейные управляемые системы / А.В. Кряжковский, Н.В. Стрелковский // Труды Института математики и механики УрО РАН. – 2014. – Т.20, № 3. – С. 132–147.

26 Куржанский, А.Б. Задача управления групповым движением. Общие соотношения / А.Б. Куржанский // Доклады РАН. – 2009. – Т. 426, № 1. – С. 20–25.

27 Куржанский, А.Б. О задаче группового управления в условиях препятствий / А.Б. Куржанский // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург. – 2014. – Т. 20, № 3. – С. 166-179.

28 Малкин И.Г. Теория устойчивости движения – М., Наука, 1966

29 Петрикевич Я. И. Линейные алгоритмы управления геометрическим расположением объектов в многоагентной системе // Управление большими системами: сборник трудов. – 2010. – №. 30-1.

30 Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 392 с.

31 Сетевые модели в управлении / Сборник статей (под ред. Д.А. Новикова, О.П. Кузнецова, М.В. Губко). – М.: Эгвес, 2011. – 443 с.

32 Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. 1953. Т. 14, № 5. С. 712–728.

33 Constrained model predictive control: Stability and optimality / D.Q. Mayne [et. al] // Automatica. – 2000. – Vol. 36, no. 6. – P. 789-814.

34 Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions / P.D. Christofides [et. al] // Computers & Chemical Eng. – 2013. – Vol. 51. – P. 21–41.

35 Distributed model predictive control / E. Camponogara [et. al] // IEEE Control Systems Magazine. – 2002. – Vol. 22, no. 1. – P. 44-52.

- 36 Dmitruk, N.M. Optimal Measurement Feedback Control of Finite-time Continuous Linear Systems / N.M. Dmitruk, R. Findeisen, F. Allgöwer // 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008.
- 37 Dmitruk, N. Robust Optimal Control of Dynamically Decoupled Systems via Distributed Feedbacks / N. Dmitruk // Optimization in the Natural Sciences. Communications in Computer and Information Science. – Springer, 2015. – Vol. 499. – P. 95-106.
- 38 Farina, M. Distributed predictive control: A non-cooperative algorithm with neighbor-to-neighbor communication for linear systems / M. Farina, R. Scattolini // Automatica. – 2012. – Vol. 48, no. 6. – P. 1088-1096.
- 39 Grune L., Pannek J. Nonlinear model predictive control. – Springer London, 2011.
- 40 Gabasov R., Kirillova F. M., Prischepova S. V. Optimal feedback control. – Springer, 1995.
- 41 Hopkin A.M. A phase plan approach to the compensation of saturating servomechanisms // Trans. AIEE. 1951. Pt. 1, Vol. 70. P. 631–639.
- 42 Jia, D. Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication / D. Jia, B. Krogh // Proc. American Control Conference, 2002. – P. 4507-4512.
- 43 Karmarkar, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming / N. Karmarkar // Combinatorica. – 1984. – Vol. 4, no. 4. – P. 373-395.
- 44 Keerthi, S.S. Optimal, infinite horizon feedback laws for a general class of constrained discrete time systems: Stability and moving-horizon approximations / S.S. Keerthi, E.G. Gilbert // Journal of Optimization Theory and Application. – 1988. – Vol. 57, no. 2. – P. 265-293.
- 45 Keviczky, T. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems / T. Keviczky, F. Borrelli, G.J. Balas // Automatica. – 2006. – Vol. 42. – P. 2105-2115.
- 46 Kostina E., Kostyukova O. Worst-case control policies for (terminal) linear-quadratic control problems under disturbances // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2009
- 47 Magni, L. Stabilizing decentralized model predictive control of nonlinear systems / L. Magni, R. Scattolini // Automatica. – 2006. – Vol. 43, no. 7. – P. 1231–1236.
- 48 Mehrotra, S. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method / S. Mehrotra // SIAM Journal on Optimization. – 1992. – Vol. 2. – P. 575–601.

- 49 Müller, M.A. Cooperative control of dynamically decoupled systems via distributed model predictive control / M.A. Müller, M. Reble, F. Allgöwer // Internat. Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2012. – Vol. 22, no. 12. – P. 1376-1397.
- 50 Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S.J. Wright. – Springer Series in Operations Research, Springer Verlag, 2006.
- 51 Rawlings, J.B. Model Predictive Control: Theory and Design / J.B. Rawlings, D.Q. Mayne. – Madison: Nob Hill Publishing, 2009. – 576 p.
- 52 Richards, A. Robust distributed model predictive control / A. Richards, J.P. How // Internat. Journal of Control. – 2007. – Vol. 80, no. 9. – P. 1517-1531.
- 53 Scattolini, R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control — a review / R. Scattolini // Journal of Process Control. – 2009. – Vol. 19, no. 5. – P. 723-731.
- 54 Siljak, D.D. Decentralized control of complex systems / D.D. Siljak. – London: Academic Press, 1991. – 525 p.
- 55 Trodden, P. Cooperative distributed MPC of linear systems with coupled constraints / P. Trodden, A. Richards // Automatica. – Vol. 49, no. 2. – P. 479-487.
- 56 Trodden, P. Distributed model predictive control of linear systems with persistent disturbances / P. Trodden, A. Richards // Internat. Journal of Control. – 2010. – Vol. 83, no. 8. – P. 1653-1663.