

МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПО ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ

Кулешов Владислав Вячеславович

- Определения
- Теорема
- Задача с терминальными ограничениями: точные данные
- Задача с терминальными ограничениями: неточные данные
- Алгоритмы
- Пример
- Результаты

Определение

$\{x_k\}_{k=0}^{N-1}$ с $x_k \in \mathbb{R}^n$ постоянно возбуждающая порядка L , если $\text{rank}(H_L(x)) = nL$.

Определение

Пара $(u^s, y^s) \in \mathbb{R}^{m+p}$ – положение равновесия линейной стационарной системой G , если последовательность $\{\bar{u}_k, \bar{y}_k\}_{k=0}^{n-1}$ с $(\bar{u}_k, \bar{y}_k) = (u^s, y^s) \forall k \in \mathbb{I}[0, n-1]$ – траектория G .

Теорема

Предположим, что $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ – траектория линейной стационарной системы G , где u – постоянно возбуждающее управление порядка $L + n$.

Тогда $\{\bar{u}_k, \bar{y}_k\}_{k=0}^{L-1}$ – траектория G , тогда и только тогда, когда $\exists \alpha \in \mathbb{R}^{N-L+1}$ такое, что

$$\begin{bmatrix} H_L(u^d) \\ H_L(y^d) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{y} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

$$J_L^*(u_{[t-n,t-1]}, y_{[t-n,t-1]}) = \min_{\alpha(t)} \min_{\bar{u}(t), \bar{y}(t)} \sum_{k=0}^{L-1} \ell(\bar{u}_k(t), \bar{y}_k(t)) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[-n, -L-1]}(t) \\ \bar{y}_{[-n, -L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(y^d) \end{bmatrix} \alpha(t), \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[-n, -1]}(t) \\ \bar{y}_{[-n, -1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n, t-1]} \\ y_{[t-n, t-1]} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[L-n, L-1]}(t) \\ \bar{y}_{[L-n, L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\ell(\bar{u}, \bar{y}) = \|\bar{u} - u^s\|_R^2 + \|\bar{y} - y^s\|_Q^2, \quad Q, R \succ 0. \quad (6)$$

$$\bar{u}_k(t) \in \mathbb{U}, \bar{y}_k(t) \in \mathbb{Y}, k \in \mathbb{I}_{[0, L-1]}. \quad (7)$$

Алгоритм

(Схема управления на основе MPC)

- 1 В момент времени t взять прошлые n измерений $[u_{[t-n,t-1]}, y_{[t-n,t-1]}]$ и решить задачу.
- 2 Взять за управление $u_t = \bar{u}_0^*(t)$
- 3 Установить $t = t + 1$ и вернуться к пункту 1).

$$J_L^*(u_{[t-n, t-1]}, \tilde{y}_{[t-n, t-1]}) = \min_{\alpha(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t), \sigma(t)} \sum_{k=0}^{L-1} \ell(\bar{u}_k(t), \bar{y}_k(t)) + \\ + \lambda_\alpha \bar{\varepsilon} \|\alpha(t)\|_2^2 + \lambda_\sigma \|\sigma(t)\|_2^2 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}(t) \\ \bar{y}(t) + \sigma(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(\tilde{y}^d) \end{bmatrix} \alpha(t), \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[-n, -1]}(t) \\ \bar{y}_{[-n, -1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n, t-1]} \\ y_{[t-n, t-1]} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[L-n, L-1]}(t) \\ \bar{y}_{[L-n, L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}, \bar{u}_k \in \mathbb{U}, \quad (11)$$

$$\|\sigma_k(t)\|_\infty \leq \bar{\varepsilon}(1 + \|\alpha(t)\|_1), k \in \mathbb{I}_{[0, L-1]}. \quad (12)$$

Алгоритм

(n-Шаговая схема управления на основе MPC)

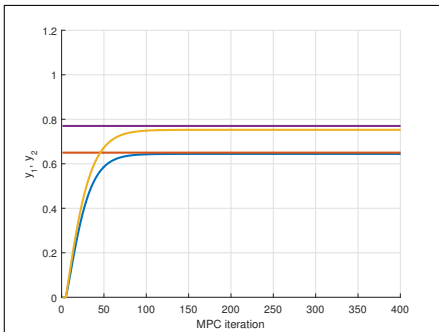
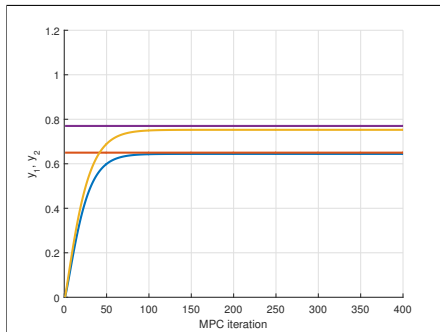
- ❶ *В момент времени t взять прошлые n измерений $[u_{[t-n,t-1]}, \tilde{y}_{[t-n,t-1]}]$ и решить задачу (8)-(12).*
- ❷ *Взять за управление $u_{[t,t+n-1]} = \bar{u}_{[t,n-1]}^*(t)$*
- ❸ *Установить $t = t + n$ и вернуться к пункту 1).*

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.921 & 0 & 0.041 & 0 \\ 0 & 0.918 & 0 & 0.033 \\ 0 & 0 & 0.924 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.937 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.017 & 0.001 \\ 0.001 & 0.023 \\ 0 & 0.061 \\ 0.072 & 0 \end{bmatrix} u_k,$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k.$$

$$(u^s, y^s) = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.77 \end{bmatrix} \right).$$

Предположим, что системные матрицы неизвестны, но доступна одна траектория $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ длины $N = 400$, которая генерируется путем равномерной выборки u_k^d из $[-1, 1]^2$. Горизонт прогнозирования установим в $L = 30$, и следующие параметры $Q = 3 \cdot E_2$, $R = 10^{-4} \cdot E_2$, $\lambda_\sigma = 1000$, $\lambda_\alpha \bar{\varepsilon} = 0.1$.



Спасибо за внимание!