



БЕЛАРУССКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ



МОУ:

кафедра  
методов  
оптимального  
управления

# МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПО ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ

Кулешов Владислав Вячеславович

- Определения
- Теорема
- Задача с терминальными ограничениями: точные данные
- Задача с терминальными ограничениями: неточные данные
- Алгоритмы
- Пример
- Результаты

## Определение

$\{x_k\}_{k=0}^{N-1}$  с  $x_k \in \mathbb{R}^n$  постоянно возбуждающая порядка  $L$ , если  $\text{rank}(H_L(x)) = nL$ .

## Определение

Пара  $(u^s, y^s) \in \mathbb{R}^{m+p}$  – положение равновесия линейной стационарной системой  $G$ , если последовательность  $\{\bar{u}_k, \bar{y}_k\}_{k=0}^{n-1}$  с  $(\bar{u}_k, \bar{y}_k) = (u^s, y^s) \forall k \in \mathbb{I}[0, n - 1]$  – траектория  $G$ .

# Теорема

## Теорема

Предположим, что  $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$  – траектория линейной стационарной системы  $G$ , где  $u$  – постоянно возбуждающее управление порядка  $L+n$ .

Тогда  $\{\bar{u}_k, \bar{y}_k\}_{k=0}^{L-1}$  – траектория  $G$ , тогда и только тогда, когда  $\exists \alpha \in \mathbb{R}^{N-L+1}$  такое, что

$$\begin{bmatrix} H_L(u^d) \\ H_L(y^d) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{y} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

$$J_L^*(u_{[t-n,t-1]}, y_{[t-n,t-1]}) = \min_{\alpha(t)} \sum_{k=0}^{L-1} \ell(\bar{u}_k(t), \bar{y}_k(t)) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[-n,-L-1]}(t) \\ \bar{y}_{[-n,-L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(y^d) \end{bmatrix} \alpha(t), \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[-n,-1]}(t) \\ \bar{y}_{[-n,-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n,t-1]} \\ y_{[t-n,t-1]} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[L-n,L-1]}(t) \\ \bar{y}_{[L-n,L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\ell(\bar{u}, \bar{y}) = \|\bar{u} - u^s\|_R^2 + \|\bar{y} - y^s\|_Q^2, \quad Q, R \succ 0. \quad (6)$$

$$\bar{u}_k(t) \in \mathbb{U}, \bar{y}_k(t) \in \mathbb{Y}, k \in \mathbb{I}_{[0,L-1]}. \quad (7)$$

## Алгоритм

(Схема управления на основе MPC)

- ① В момент времени  $t$  взять прошлые  $n$  измерений  $[u_{[t-n,t-1]}, y_{[t-n,t-1]}]$  и решить задачу.
- ② Взять за управление  $u_t = \bar{u}_0^*(t)$
- ③ Установить  $t = t + 1$  и вернуться к пункту 1).

# Задача с терминальными ограничениями

$$J_L^*(u_{[t-n, t-1]}, \tilde{y}_{[t-n, t-1]}) = \min_{\alpha(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t), \sigma(t)} \sum_{k=0}^{L-1} \ell(\bar{u}_k(t), \bar{y}_k(t)) + \\ + \lambda_\alpha \bar{\varepsilon} \|\alpha(t)\|_2^2 + \lambda_\sigma \|\sigma(t)\|_2^2 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}(t) \\ \bar{y}(t) + \sigma(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(\tilde{y}^d) \end{bmatrix} \alpha(t), \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[-n, -1]}(t) \\ \bar{y}_{[-n, -1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n, t-1]} \\ y_{[t-n, t-1]} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{[L-n, L-1]}(t) \\ \bar{y}_{[L-n, L-1]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}, \bar{u}_k \in \mathbb{U}, \quad (11)$$

$$\|\sigma_k(t)\|_\infty \leq \bar{\varepsilon}(1 + \|\alpha(t)\|_1), k \in \mathbb{I}_{[0, L-1]}. \quad (12)$$

## Алгоритм

(*n*-Шаговая схема управления на основе MPC)

- ① В момент времени  $t$  взять прошлые  $n$  измерений  $[u_{[t-n,t-1]}, \tilde{y}_{[t-n,t-1]}]$  и решить задачу (8)-(12).
- ② Взять за управление  $u_{[t,t+n-1]} = \bar{u}_{[t,n-1]}^*(t)$
- ③ Установить  $t = t + n$  и вернуться к пункту 1).

## Пример

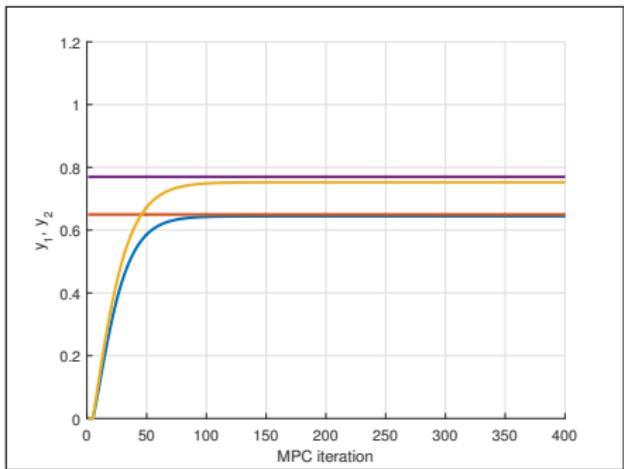
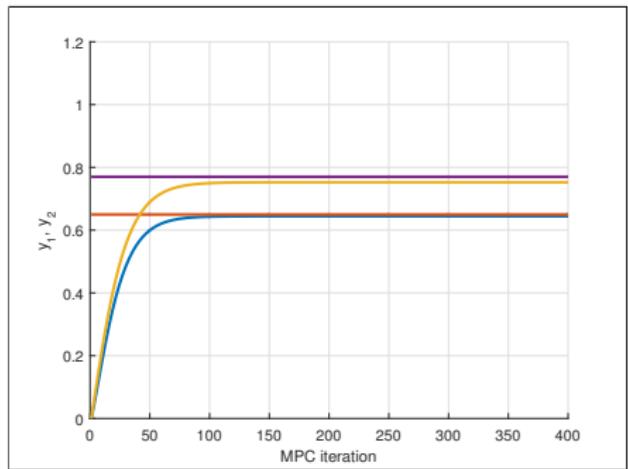
$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.921 & 0 & 0.041 & 0 \\ 0 & 0.918 & 0 & 0.033 \\ 0 & 0 & 0.924 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.937 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.017 & 0.001 \\ 0.001 & 0.023 \\ 0 & 0.061 \\ 0.072 & 0 \end{bmatrix} u_k,$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k.$$

$$(u^s, y^s) = \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.77 \end{bmatrix} \right).$$

Предположим, что системные матрицы неизвестны, но доступна одна траектория  $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$  длины  $N = 400$ , которая генерируется путем равномерной выборки  $u_k^d$  из  $[-1, 1]^2$ . Горизонт прогнозирования установим в  $L = 30$ , и следующие параметры  $Q = 3 \cdot E_2$ ,  $R = 10^{-4} \cdot E_2$ ,  $\lambda_\sigma = 1000$ ,  $\lambda_\alpha \bar{\varepsilon} = 0.1$ .

# Результаты



Спасибо за внимание!