MI-SPOL-20 (MI-SPI)

Systémy hromadné obsluhy a jejich limitní vlastnosti. Souvislost s Markovskými řetězci se spojitým časem.

= teorie front → teorie hromadné obsluhy

vstupní tok požadavků → fronta → obsluha → výstupní tok požadavků

Klasifikace: Kendallova notace $A/B/X/Y/Z$

A - rozdělení příchodu jednotek = vstupní tok

B - střední počet obsloužených jednotek v čase

X - počet paralelních serverů

Y - kapacita fronty (implicitně ∞)

Z - chování fronty (implicitně FCFS) FCFS - first-come-first-served

(+ N - velikost populace (implicitně ∞))

exponenciální rozdělení

$M|M|1$ - příchody a čas obsluhy se řídí Pois. procesem s par. λ a μ

→ homogenní Mar. řetězec se stavy $\{0, 1, 2, \dots\}$

$\lambda_n = \lambda \qquad \mu_n = \mu$ -- proces zrodu a zániku

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \cdots \\ \mu & -(\mu+\lambda) & \lambda & 0 & \\ 0 & \mu & -(\mu+\lambda) & \lambda & \\ \vdots & & & & \ddots \end{pmatrix}$$

stacionární rozdělení: $\rho = \lambda/\mu$

- $\rho < 1$: existuje jednoznačné stac. rozdělení π pro všechna n, platí:

$$P(X_t = n) \to \pi_n = (1-\rho)\rho^n$$

- $\rho \geq 1$ stacionární rozdělení neexistuje a platí $\forall n$

$$P(X_t = n) \to \pi_n = 0$$

$M|M|\infty$ ...

$M|M|c$ ...

intenzita procesu příchodu

<u>Littleho věta</u>: $\mathbb{E}N = \lambda \cdot \mathbb{E}T$

doba strávená v systému

počet zákazníků v systému

příklad: $M(\lambda)|M(\mu)|1$

$$\mathbb{E}N = \mathbb{E}_\pi X_t = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}}$$

→ dle věty platí: $\mathbb{E}T = \dfrac{\mathbb{E}N}{\lambda} = \dfrac{1}{\mu-\lambda}$