MI - SPOL - 19 (MI-SPI)

Markovské řetězce se spojitým časem. Souvislost s markovskými řetězci s diskrétním časem a s Poissonovým procesem.

- používáme několik matic místo jedné

P_t - matice psl. přechodu ze stavu i do stavu j v čase t - časovaná Poissonovým procesem
- prvky matice jsou funkce - řádky $\Sigma = 1$

Kolmogorovova rovnice

$$\begin{pmatrix} P_t' = Q \cdot P_t \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} P_t' = P_t \cdot Q \end{pmatrix}$$

Q - matice skokových intenzit
- prvky matice jsou lambdy - intenzity přechodu $q(i,j)$
- řádky se musí rovnat 0, na diagonále záporné prvky

U - matice diskrétních přechodových pravděpodobností v náhodném čase t
- odpovídá přechodové matici P z diskrétního procesu

$$u_{ij} = (U)_{ij} = \begin{cases} \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{max}} & \text{pro } i \neq j \\ 1 + \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{max}} & \text{pro } i = j \end{cases}$$

do kam mor mam

- rozšiřujeme DMŘ o to, že nevíme jak dlouho zůstaneme v daném stavu
- tzn. řešíme dvě věci 1, za jak dlouho změním stav (intenzita přechodu)
  2, kam půjdu (přechodová pravděpodobnost jako u DMŘ)

Homogenní řetězec: $\forall t, s \geq 0$
$$P(t, t+s) = P(0, s) = P(s)$$

pro Poissonovský proces:

$$Q = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \dots \end{array} \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -\lambda & \lambda & 0 & \\ 0 & 0 & -\lambda & \lambda & \\ \dots & & & & \end{pmatrix}$$

~~Chapman~~ Kolmogorovova rovnice ...

<u>Exponenciální závody</u> (spíše další vložka)

- exponenciální hodiny serveru $S \sim Exp(\mu)$

  fronty $T \sim Exp(\lambda)$

- závod skončí v náhodném čase $J = \min(S,T)$

$X_{t+r} = n-1$ - tj. vyhraje server X $X_{t+r} = n+1$ - vyhraje fronta

$Z := \min\{T,S\} = Exp(\mu+\lambda)$ - pro nezávislé μ & λ

→ výběr exp. závodů:

$$P(T<S) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \qquad P(S<T) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

- pro nezávislé jevy $T \sim Exp(\lambda)$ a $S \sim Exp(\mu)$ navíc platí:

pro $u \geq 0$ platí, že jevy $\{\min\{T,S\} > u\}$ a $\{T<S\}$ jsou nezávislé

pro systém hromadné obsluhy: 

matice skokových intenzit:

$$Q = \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \; \dots \\ \hline 0 & -\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ 1 & \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda & 0 \\ 2 & 0 & \mu & -(\lambda+\mu) & \mu \; \dots \\ \vdots & & & & \end{array}$$