

Algorytmy filtrowania w programowaniu ograniczeń

autor: Tomasz Kulik
promotor: dr Przemysław Kobylański

Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechnika Wrocławska
Polska

2019

Zakres pracy

- Wprowadzenie do programowania z ograniczeniami
- Omówienie podstawowych pojęć związanych z językami regularnymi
- Wprowadzenie nowego algorytmu propagującego ograniczenia
- Przedstawienie wyników pracy

Narzędzia

- C++11 z wykorzystaniem biblioteki standardowej
- IBM ILOG CPLEX CP Optimizer

Programowanie z ograniczeniami

Paradygmat pozwalający na modelowanie:

- systemów wspomagających podejmowanie decyzji
- problemów kombinatorycznych
- problemów planistycznych (logistycznych)
- problemów optymalizacyjnych

Problem spełnienia ograniczeń

Formalnie problem spełnienia ograniczeń P to trójka (X, D, C) , gdzie:

- X - n -elementowa krotka (X_1, X_2, \dots, X_n) zmiennych,
- D - n -elementowa krotka (D_1, D_2, \dots, D_n) zbiorów stanowiących dziedziny odpowiadających zmiennych z krotki X , tj. $X_i \in D_i$,
- C - t -elementowa krotka (C_1, C_2, \dots, C_t) ograniczeń narzuconych na zmienne z krotki X .

Przykład

Example

Problem spełnienia ograniczeń:

$$\begin{cases} X = (A, B, C), \\ D = (\{2, 3\}, \{3, 4\}, \{8, 16, 32\}) \end{cases} \quad (1)$$

Ograniczenia:

$$\begin{cases} 3A > C \\ 3B > C \\ A \neq B, \end{cases} \quad (2)$$

Rozwiązanie: $(A = 3, B = 4, C = 8)$.

Przeszukiwanie, propagacja ograniczeń

Algorytmy poszukujące rozwiązań problemów programowania z ograniczeniami posługują się dwoma podstawowymi technikami:

- Przeszukiwanie drzewa rozwiązań
- Iteracyjna propagacja ograniczeń na dziedzinach zmiennych

Ograniczenia globalne

- Globalne ograniczenia są to takie ograniczenia, które wiążą ze sobą dowolną liczbę zmiennych.
- Globalne ograniczenia pozwalają na wprowadzenie skuteczniejszych metod propagowania ograniczeń dla konkretnych problemów
- Sztandarowy przykład: **AllDifferent**(X_1, X_2, \dots, X_k)

Następny rozdział

- 1 Wstęp
- 2 Programowanie z ograniczeniami
- 3 Języki regularne**
- 4 Algorytm filtrujący
- 5 Złożoność obliczeniowa
- 6 Zastosowanie
- 7 Podsumowanie

Formalna definicja

Języki rozstrzygalne przez automaty skończone.

Każdy automat skończony można przedstawić w formie gramatyki regularnej.

Dwa rodzaje automatów skończonych:

- Deterministyczne Automaty Skończone (*ang. DFA*)
- Niedeterministyczne Automaty Skończone (*ang. NFA*)

Każdemu niedeterministycznemu automатовi skończonemu odpowiada deterministyczny automat skończony akceptujący dokładnie te same słowa. Relacja działa również w przeciwną stronę.

Wyrażenia regularne

Wyrażenia regularne powstałe przy użyciu poniższych operatorów opisują gramatyki regularne:

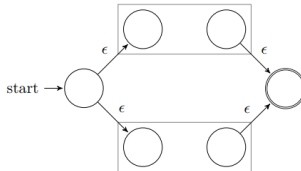
- Konkatenacja (AB)
- Alternatywa ($A|B$)
- Domknięcie Kleene'ego (A^*)

Następny rozdział

- 1 Wstęp
- 2 Programowanie z ograniczeniami
- 3 Języki regularne
- 4 Algorytm filtrujący**
- 5 Złożoność obliczeniowa
- 6 Zastosowanie
- 7 Podsumowanie

Metoda Thompsona

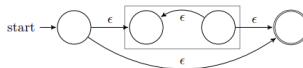
Metoda pozwalająca na translację wyrażeń regularnych na automaty *NFA*.



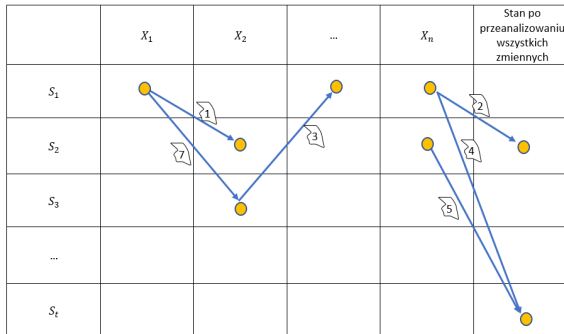
(a) Konstrukcja alternatywy.



(b) Konstrukcja konkatencji.



Metoda RegexFiltering



Metoda RegexFiltering

- Dla każdej zmiennej stwórz pusty kontener
- Na podstawie struktury wypełnionej ścieżkami pomiędzy stanami automatów należy przejść przez wszystkie ścieżki wychodzące ze stanu akceptującego (zaczynając w stanie akceptującym od ostatniej zmiennej)
- Przechodząc przez ścieżki należy dodawać do kontenerów każdej zmiennej wartości zaakceptowane przez automat.

Zbiór wypełnionych kontenerów stanowi nowy zbiór dziedzin dla analizowanych zmiennych.

Następny rozdział

- 1 Wstęp
- 2 Programowanie z ograniczeniami
- 3 Języki regularne
- 4 Algorytm filtrujący
- 5 Złożoność obliczeniowa**
- 6 Zastosowanie
- 7 Podsumowanie

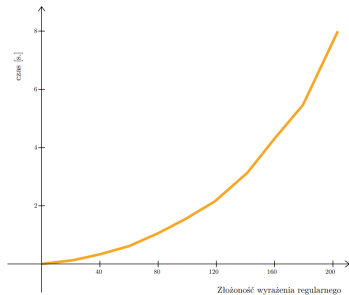
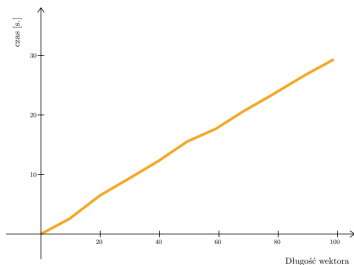
Złożoność Obliczeniowa

- Złożoność czasowa wynosi $O(nk^2)$
- Złożoność pamięciowa wynosi $O(nk)$

n - liczba zmiennych w wektorze wejściowym

k - liczba stanów automatu wygenerowanego na podstawie wyrażenia regularnego

Eksperymenty



Następny rozdział

- 1 Wstęp
- 2 Programowanie z ograniczeniami
- 3 Języki regularne
- 4 Algorytm filtrujący
- 5 Złożoność obliczeniowa
- 6 Zastosowanie**
- 7 Podsumowanie

Rozmieszczanie odcinków

- Rozmieszczanie odcinków w wektorze zmiennych
- Łączenie z innymi ograniczeniami (np. w celu narzucania zadanej liczby przebiegów funkcji)
- Rozwiązywanie zagadek typu *Nonograms*

Przykład nonogramu



Porównanie z SWI-Prolog

Rozmiar obrazka	SWI-Prolog	<i>RegexConstraint</i>
6×6	0.022 s.	ok. 0.00 s.
10×10	0.056 s.	0.01 s.
20×20	0.235 s.	0.02 s.
50×50	4.79 s.	0.42 s.

Następny rozdział

- 1 Wstęp
- 2 Programowanie z ograniczeniami
- 3 Języki regularne
- 4 Algorytm filtrujący
- 5 Złożoność obliczeniowa
- 6 Zastosowanie
- 7 Podsumowanie**

Dalszy rozwój

- Wprowadzenie bogatszej gramatyki wyrażeń regularnych
- Rozszerzenie algorytmu o obsługę liczników (możliwość modelowania szerszej klasy problemów)

Wstęp
Programowanie z ograniczeniami
Języki regularne
Algorytm filtrujący
Złożoność obliczeniowa
Zastosowanie
Podsumowanie

Dziękuję za uwagę!