Politechnika Wrocławska

Wydział Podstawowych Problemów Techniki

Obliczenia naukowe

Sprawozdanie – Lista nr 5

Autor: Tomasz Kulik

Wrocław 2015r.

**Zadanie 1.**

1. **Opis problemu**

Napisać funkcję rozwiązującą układ metodą eliminacji Gaussa.

1. **Rozwiązanie**

function Gauss(A::Matrix{Float64},b::Vector{Float64},pivot::Bool)

Dane:

A - tablica zawierająca elementy macierzy A stopnia n

b - tablica zawierająca elementy wektora b stopnia n

pivot - zmienna o wartości true, jeżeli

rozwiązujemy metodą z częściowym wyborem i false przeciwnym razie

Wyniki:

(x,err) - para, gdzie

x - tablica zawierająca elementy wektora x stopnia n

err - wartość 1, jeżeli wartość bezwzględna któregoś z elementów głównych

jest < macheps i 0 w przeciwnym razie

**Zadanie 2.**

1. **Opis problemu**

Napisać funkcję wyznaczającą rozkład LU macierzy A metodą eliminacji Gaussa.

1. **Rozwiązanie**

function rozkladLU(A::Matrix{Float64}, pivot::Bool)

Dane:

A - tablicza zawierająca elementy macierzy A stopnia n

pivot - zmienna o wartości true, jeżeli

rozkład LU wyznaczamy metodą z

częściowym wyborem i false przeciwnym razie

Wyniki:

(lu,ipvt,err) - trójka, gdzie

lu - tablica n×n zawierająca elementy przekątniowe i

nadprzekątniowe macierzy trójkątnej górnej U i

elementy podprzekątniowe macierzy L

ipvt - tablica (Array(Int, n)) zawierająca numery wierszy określające kolejność

przestawień wierszy macierzy A

err - wartość 1, jeżeli wartość bezwzględna któregoś z elementów głównych

jest < macheps i 0 w przeciwnym razie

**Zadanie 3.**

1. **Opis problemu**

Napisać funkcję rozwiązującą układ równań Ax = b jeśli wcześniej został już wyznaczony

rozkład LU.

1. **Rozwiązanie**

function LUxb(lu::Matrix{Float64}, pivot::Bool, b::Vector{Float64}, ipvt::Vector{Int})

Obliczenia naukowe – Paweł Zieliński 2

*Dane:*

lu - tablica n×n zawierająca rozkład LU tj.

elementy przekątniowe i nadprzekątniowe macierzy trójkątnej gornej U i

elementy podprzekątniowe macierzy L

pivot - zmienna o wartości true, jeżeli

rozkład LU był wyznaczany metodą z częściowym wyborem i false przeciwnym razie

ipvt - tablica zawierająca numery wierszy określające kolejność

przestawień wierszy macierzy A

b - tablica zawierająca elementy wektora b stopnia n

Wyniki:

x - tablica zawierająca elementy wektora x stopnia n

**Zadanie 4.**

1. **Opis problemu**

Przetestować napisane funkcje dla danych:

1. ;
2. ;
3. ;

Rozwiązać układ (**Gauss (A,b,pivot)**), rozwiązać układ dwuetapowo, tj. (**rozkladLU(A, pivot)**), następnie (**LUxb (lu, pivot, b, ipvt)**). Obliczyć błędy względne .

1. **Rozwiązanie**

Wywołanie kolejno funkcji Gauss, rozkladLU oraz Luxb podstawiając za odpowiednie argumenty macierze z danych wejściowych. Wartość pivot jest ustawiona na true.

1. **Wynik**

Błędy względne w tym zadaniu wynoszą w każdym przypadku 0. To znaczy, że wynik pokrywa się z wartością dokładną, oczekiwaną odpowiedzią.

1. **Wnioski**

Dane wejściowe zostały odpowiednio dobrane, by zminimalizować (zlikwidować) ewentualne błędy typowe dla arytmetyki zmiennoprzecinkowej Float64. Dane są dobrze uwarunkowane.

**Zadanie 5.**

1. **Opis problemu**

Dla danych

Rozwiązać układ (**Gauss (A,b,pivot)**), rozwiązać układ dwuetapowo, tj. (**rozkladLU(A, pivot)**), następnie (**LUxb (lu, pivot, b, ipvt)**). Obliczyć błędy względne .

1. **Rozwiązanie**

Wywołanie kolejno funkcji Gauss, rozkladLU oraz Luxb podstawiając za odpowiednie argumenty macierze z danych wejściowych. Wartość pivot jest ustawiona na true.

1. **Wynik**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **n** | **c** | **x1** | **x2** |
| 5 | 10^0 | 1.4895204919483638e-16 | 1.4895204919483638e-16 |
| 10^1 | 2.220446049250313e-16 | 2.220446049250313e-16 |
| 10^3 | 2.268840646962639e-14 | 2.268840646962639e-14 |
| 10^7 | 2.782590218687816e-10 | 2.782590218687816e-10 |
| 10^12 | 1.1446484430796863e-5 | 1.1446484430796863e-5 |
| 10^16 | 0.14104199377988888 | 0.14104199377988888 |
| 10 | 10^0 | 3.7155169009665004e-16 | 3.7155169009665004e-16 |
| 10^1 | 4.482332113961174e-16 | 4.482332113961174e-16 |
| 10^3 | 2.113233046875756e-14 | 2.113233046875756e-14 |
| 10^7 | 2.934408274508152e-10 | 2.934408274508152e-10 |
| 10^12 | 2.1415745793648227e-5 | 2.1415745793648227e-5 |
| 10^16 | 0.4203611203963673 | 0.4203611203963673 |
| 20 | 10^0 | 3.845925372767128e-16 | 3.845925372767128e-16 |
| 10^1 | 8.805125543753056e-16 | 8.805125543753056e-16 |
| 10^3 | 5.4254873762653345e-14 | 5.4254873762653345e-14 |
| 10^7 | 5.5438159574269625e-11 | 5.5438159574269625e-11 |
| 10^12 | 5.684346372406861e-6 | 5.684346372406861e-6 |
| 10^16 | 0.31462735951261855 | 0.31462735951261855 |

1. **Wnioski**

Wraz z pogarszaniem się uwarunkowania macierzy wejściowych rośnie błąd względny między wynikiem a dokładną wartością oczekiwaną. Również zwiększanie się liczby elementów macierzy wpływa na zmniejszenie się dokładności obliczeń, co wynika z nakładania się błędów zaokrągleń coraz to większej ilości liczb. Oba sposoby pokazały identyczne wyniki.

**Zadanie 6.**

1. **Opis problemu**

Przetestować napisane funkcje dla danych:

;

Rozwiązać układ (**Gauss (A,b,pivot)**), rozwiązać układ dwuetapowo, tj. (**rozkladLU(A, pivot)**), następnie (**LUxb (lu, pivot, b, ipvt)**). Obliczyć błędy względne .

1. **Rozwiązanie**

Wywołanie kolejno funkcji Gauss, rozkladLU oraz Luxb podstawiając za odpowiednie argumenty macierze z danych wejściowych. Wartość pivot jest ustawiona na true.

1. **Wynik**

Obliczenie wyników dwoma powyższymi sposobami pokazało ten sam wynik:

X =

Błąd względny wyniósł 7.793680933748821e-7.

1. **Wnioski**

Obie metody pokazały ten sam wynik, który ma stosunkowo mały błąd względny.