Politechnika Wrocławska

Wydział Podstawowych Problemów Techniki

Metody optymalizacji

Sprawozdanie – Lista nr 1

Autor: Tomasz Kulik

Wrocław 2017r.

**Zadanie 1.**

1. **Opis problemu**

Należy zbadać dokładność obliczeń solverów GLPKSolverLP i CLPSolver dla macierzy Hilberta oraz podać maksymalną wielkość macierzy dla których model zachowuje dokładność do dwóch cyfr po przecinku.

1. **Rozwiązanie**

W celu zbadania dokładności w sposób iteracyjny zwiększano wielkość macierzy i sprawdzano odchylenie standardowe kolejnych wartości wektora wynikowego. Maksymalne odchylenie determinowało dokładność danego rozwiązania.

1. **Wynik**

W kolumnach pod nazwami solverów umieszczono dokładność z jaką dany solver wygenerował wynik

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | GLPKSolverLP | CLPSolver |
| n=1 | 0.0 | 0.0 |
| n=2 | 6.661338147750939e-16 | 2.220446049250313e-16 |
| n=3 | 1.0880185641326534e-14 | 2.120525977034049e-14 |
| n=4 | 5.52891066263328e-13 | 7.416289804496046e-14 |
| n=5 | 4.57656135210982e-12 | 1.658539972027029e-11 |
| n=6 | 5.043034878582375e-10 | 4.927220853545577e-10 |
| n=7 | 1.0 | 1.0 |

1. **Wnioski**

Z powyższej tabeli można jednoznacznie określić, że dla obu solverów maksymalny rozmiar macierzy Hilberta, którą można policzyć z dokładnością do dwóch cyfr po przecinku wynosi 6. Wyniki obu solverów są do siebie mocno zbliżone.

**Zadanie 2.**

1. **Opis problemu**

Należy rozwiązać problem zbalansowania ilości dźwigów w podanych miastach południowo-zachodniej części Polski. Dane do zadania to niedobór oraz nadmiar dźwigów dwóch typów w każdym z podanych miast oraz odległości między każdymi dwoma danymi miastami. Koszt transportu dźwigów jest proporcjonalny do odległości oraz koszt transportu dźwigu typu II jest o 20% większy od kosztu transportu dźwigu typu I. Dodatkowo dźwig typu I może zostać zastąpiony przez dźwig typu II, ale nie na odwrót.

1. **Rozwiązanie**

Rozwiązanie tego problemu sprowadza się do skonstruowania modelu programowania liniowego, w którym za ograniczenia przyjmie się spełnienie założeń:

Dla miasta j-tego:

Powyższe ograniczenia zapewnią, że w każdym mieście musi zostać zaspokojony niedobór dźwigów obu typów oraz, że dźwigi drugiego typu z powodzeniem mogą zastąpić dźwigi typu pierwszego. Funkcją celu będzie minimalizacja sumy wymnożonych kosztów transportu danego typu dźwigu na danej trasie przez ilość przetransportowanych dźwigów.

1. **Wynik**

* Z Opole do Brzeg wysłano 4 dźwigi typu 1
* Z Opole do Koźle wysłano 3 dźwigi typu 1
* Z Nysa do Opole wysłano 2 dźwigi typu 2
* Z Nysa do Brzeg wysłano 5 dźwigów typu 1
* Z Nysa do Prudnik wysłano 1 dźwig typu 1
* Z Prudnik do Strzelce Opolskie wysłano 4 dźwigi typu 2
* Z Prudnik do Koźle wysłano 2 dźwigi typu 2
* Z Prudnik do Racibórz wysłano 1 dźwig typu 2
* Z Strzelce Opolskie do Koźle wysłano 5 dźwigów typu 1

Koszt całej operacji wyniósł: 1385.80 \* koszt transportu dźwigu typu I.

1. **Wnioski**

Możliwe jest zaspokojenie niedoborów na dźwigi w każdym z podanych miast przy powyższych założeniach. Przewiezionych zostało 27 dźwigów. Każda ilość dźwigów jaką należy przetransportować została obliczona jako liczba całkowita pomimo użycia solvera programowania liniowego, w którym zmienne są typu rzeczywistego.

**Zadanie 3**

1. **Opis problemu**

W podanym zadaniu należy przedstawić w postaci modelu programowania liniowego problem optymalizacji kosztów pewnej rafinerii. Rozwiązanie takiego modelu powinno jednoznacznie określić w jakiej ilości należy zakupić ropę typu B1 oraz ropę typu B2, ile poszczególnych jej składników przeznaczyć do jednostki krakowania katalitycznego oraz w jaki sposób rozmieścić powstałe substancje w jednym z trzech możliwych produktów: paliwa silnikowego, oleju domowego oraz oleju ciężkiego. Rafineria w zadanym okresie ma wyprodukować co najmniej 200 000 t paliw silnikowych, 400 000 t domowego paliwa olejowego i 250 000 t ciężkiego paliwa olejowego.

1. **Rozwiązanie**

Należy prowadzić następujące zmienne rzeczywiste nieujemne:

Następujące współczynniki przedstawiają efektywność poszczególnych komponentów modelu:

Ograniczenia wynikające z powiązań między komponentami w podanej rafinerii można ująć jako zbiór trzech nierówności oraz czwarta nierówność ograniczająca zawartość siarki w oleju domowym:

Należy wprowadzić zależności dla zmiennych pomocniczych:

Funkcja celu służy zminimalizowaniu kosztów produkcji:

, gdzie:

* 1310.00 to koszt kupna oraz przetworzenia t ropy typu B1 w jednostce destylacji
* 1510.00 to koszt kupna oraz przetworzenia t ropy typu B2 w jednostce destylacji
* 20.00 to koszt przetworzenia destylatu z ropy B1 w jednostce krakowania katalitycznego
* 20.00 to koszt przetworzenia destylatu z ropy B2 w jednostce krakowania katalitycznego

1. **Wynik**

Należy kupić 1'026'030.368 jednostek ropy typu B1 oraz nie inwestować w ropę typu B2. Następnie należy przetworzyć 92190.88 jednostek powstałego destylatu w jednostce krakowania katalitycznego, a 61713.66 na olej ciężki. 381561.82 jednostek powstałego po destylacji oleju należy przeznaczyć na olej domowy, a 28850.32 na olej ciężki.

Koszt całego procesu powinien wynieść ok. 1'345'943'600,86$

1. **Wnioski**

Kupno ropy B2 okazało się być nieopłacalne.

**Zadanie 4**

1. **Opis problemu**

Zadany jest problem optymalnego doboru grup zajęciowych z podanego planu zajęć pewnego studenta. Każda grupa jest oceniona w skali od 1 do 10. Dodatkowo student chce trenować co najmniej raz w tygodniu spośród trzech treningów, które jednak kolidują z zajęciami uczelnianymi. Należy jeszcze uwzględnić fakt, że student chce mieć godzinną przerwę pomiędzy godziną 12 a 14.

1. **Rozwiązanie**

Problem należy przedstawić w postaci modelu programowania całkowitoliczbowego. Każdą z grup zajęciowych (łącznie z treningami) należy potraktować jako zmienną boolowską, której wartość 1 odpowiada temu, że student włączył dane zajęcie do swojego planu tygodnia. Następnie należy nałożyć ograniczenia, by żadne dwa zajęcia nie kolidowały ze sobą (sprawdzając każdą parę zajęć i tworząc dla kolidujących ograniczenia). Wymóg dotyczący odbywania treningów można wprowadzić jako dodatkowe ograniczenie mówiące, że liczba treningów ma być większa lub równa od zadanej, lub oceniając treningi punktami z ponad skali zajęć uczelnianych (np. 11 punktów).

1. **Wynik**

Rozwiązaniem modelu jest następujący plan zajęć:

* Algebra#3
* Analiza#4
* Fizyka#4
* Chemia mineralna#1
* Chemia organiczna#2
* Trening#1
* Trening#3

Punkty zdobyte przez podany plan to 39.0 (po odjęciu 2\*11 punktów za dwa treningi)

1. **Wnioski**

Modele programowania całkowitoliczbowego wymagają innego podejścia do tłumaczenia ich na formalny język modelowania. Powyższy model potrzebował liniowej do liczby zajęć liczby zmiennych decyzyjnych z wartościami ze zbioru {0, 1}.