

Barrowman Method を用いた解析について

佐藤 空馬 (14 期代空力班長)

1 はじめに

Barrowman Method[?] は、ロケットの空力解析を簡便に行うための解析的・経験的手法である。また、同様の手法としては OpenRocket のドキュメント[?] も詳しく、Barrowman Method を中心に据えて種々の補正を取り入れている。本稿は、両者を中心にロケットの空力諸元の導出をまとめるものである。

以下、式番号において、Barrowman[?] と同一のものは (B.0.0)、OpenRocket[?] と同一のものは (OR.0.0) と表記する。

1.1 Barrowman Method

Barrowman Method においては、以下の仮定がなされていることに注意が必要である：

- 迎角は非常に小さい
- 流れは定常 (steady) かつ渦なし (irrotational) (つまりポテンシャル流 (potential flow))
- 機体は剛体
- ノーズコーンの先端は尖っている

OpenRocket では特にモデルロケットのようなケースを想定しているため、落下時のような迎角が大きい場合についても言及されているが、本稿ではこの仮定の下で議論を進める。

2 ノーズコーン/ボディ/テールの法線力・圧力中心

ノーズコーンやボディ、テールは軸対称であるため本質的には同様に扱うことができる。
ここでは議論が比較的見通しやすい Barrowman の方を中心に説明する。

2.1 亜音速において

細長く軸対称な物体においては、単位長さあたり揚力は以下のように表される：

$$n(x) = \rho V \frac{\partial}{\partial x} [A(x)w(x)] \quad (\text{B.3.57})$$

ここで, $A(x)$ は断面積, $w(x)$ は機軸に対して垂直な方向の速度成分で, 位置 x には依存せず,

$$w(x) = V \sin \alpha \approx V\alpha.$$

したがって,

$$n(x) = \rho V^2 \alpha \frac{dA(x)}{dx} \quad (\text{B.3.59})$$

となる. これからただちに径が変化しないボディ部にはたらく揚力は $\mathbf{0}$ となることが分かる.

機体径は滑らかに変化するという仮定の下に, これを全体にわたって積分すると法線力 N は^{*1},

$$N = \int_0^l n(x) dx = \rho V^2 \alpha [A(l) - A(0)] \quad (1)$$

となる (ここで l は対象とするコンポーネント長さ). したがって, 法線力係数は,

$$C_N = \frac{N}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_{\text{ref}}} = 2 \frac{A(l) - A(0)}{A_{\text{ref}}} \alpha \quad (2)$$

例えば, ノーズコーンなら, $A(0) = 0, A(l) = A_{\text{ref}}$ より,

$$C_{N,\text{nose}} = 2\alpha^{*2} \quad (3)$$

テールコーンなら, $A(0) = A_{\text{ref}}, A(l) = 0$ より,

$$C_{N,\text{tail}} = -2 \left(1 - \frac{A(l)}{A_{\text{ref}}} \right) \alpha \quad (4)$$

となる.

法線力係数傾斜についてはこれより,

$$C_{N\alpha} = \left. \frac{\partial C_N}{\partial \alpha} \right|_{\alpha \rightarrow 0} = 2 \frac{A(l) - A(0)}{A_{\text{ref}}} \quad (\text{B.3.65})$$

つまり, ノーズ法線力係数傾斜は,

$$C_{N\alpha,\text{nose}} = 2 \quad (5)$$

テール法線力係数傾斜については,

$$C_{N\alpha,\text{tail}} = -2 \left(1 - \frac{A(l)}{A_{\text{ref}}} \right) \quad (6)$$

となる. ここで, このことから, テールが生み出す法線力は負であることがわかる.

また, 圧力中心位置については,

$$X_{\text{cp}} = \frac{\int_0^l xn(x) dx}{\int_0^l n(x) dx} = \frac{[xA(x)]_0^l - \int_0^l A(x) dx}{[A(x)]_0^l} = \frac{lA(l) - \text{Vol}}{A(l) - A(0)} \quad (\text{OP.3.28})$$

^{*1} ここから Barrowman の議論とは少し異なるが本質的に同じである.

^{*2} なお, この結果は複素ポテンシャルによって計算された玉木 [?] 式 (5・6) の結果とも一致する.

ここで、 $\text{Vol} = \int_0^l A(x) dx$ はコンポーネント体積であって、ここでは式の形を OpenRocket に合わせている。

つまり、このことから機体全長に対するノーズコーンの圧力中心位置は、

$$\frac{X_{cp,nose}}{l} = 1 - \frac{\text{Vol}}{A(l)l} * 3 \quad (7)$$

のように表される（テールコーンについてはほぼ同じなので省略）。

2.1.1 超音速において

工事中。

いつかかく。

2.2 フィンの法線力・圧力中心

ここでは、OpenRocket を参考に説明する。

1枚のフィンが生み出す法線力係数傾斜は Diederich の半経験的式によって与えられる：

$$(C_{N\alpha})_1 = \frac{C_{N\alpha 0} F_D \left(\frac{A_{fin}}{A_{ref}} \cos \Gamma_c \right)}{2 + F_D \sqrt{1 + \frac{4}{F_D^2}}} \quad (\text{OR.3.37})$$

ここで、

- $C_{N\alpha 0}$: 2次元平板の法線力係数
- F_D : Diederich の形状補正係数
- A_{fin} : フィン面積
- Γ_c : 中点の角度 (図 1 参照)

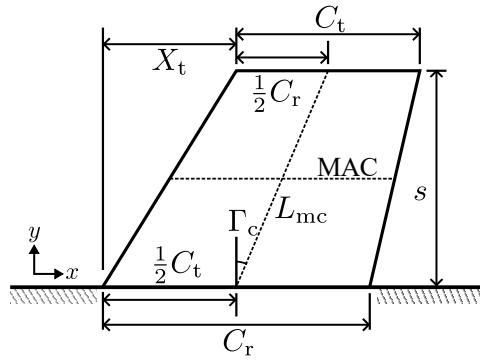


図 1: フィンの幾何学的パラメータ。

^{*3} この表式は玉木??式 (5・7) に合わせた。

ポテンシャル流から求められる 2 次元平板の法線力係数 2π に、圧縮性流体に対する補正 (Prandtl-Glauert 補正) を施して、

$$C_{N_{\alpha 0}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - M^2}} = \frac{2\pi}{\beta} \quad (\text{OR.3.38})$$

である。

また、Diederich の形状補正係数 F_D は、次で与えられる：

$$F_D = \frac{\mathcal{R}}{\frac{1}{2} C_{N_{\alpha 0}} \cos \Gamma_c} \quad (\text{OR.3.39})$$

ここで、 \mathcal{R} はフィンのアスペクト比であって、 $\mathcal{R} \equiv 2s^2/A_{\text{fin}}$ である。

以上の式を用いて整理すると、

$$(C_{N_\alpha})_1 = \frac{2\pi \frac{s^2}{A_{\text{ref}}}}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\beta s^2}{A_{\text{fin}} \cos \Gamma_c} \right)^2}} \quad (\text{OR.3.40})$$

なお、F.T.E. の審査書でよく使う形式では、 $A_{\text{fin}} = \pi d^2/4$, $s/\cos \Gamma_c = L_{\text{mc}}$ (中点長。図 1 参照), $A_{\text{fin}} = (L_t + L_r)s/2$ (台形フィンの場合) として、

$$(C_{N_\alpha})_1 = \frac{8 \left(\frac{L_{\text{mc}}}{d} \right)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2L_{\text{mc}}}{(L_t + L_r)} \right)^2}} \quad (\text{OR.3.41})$$

次に、フィンが N 枚ある場合を考える。このとき、図 2 に示すように、横風に対してそれぞれ

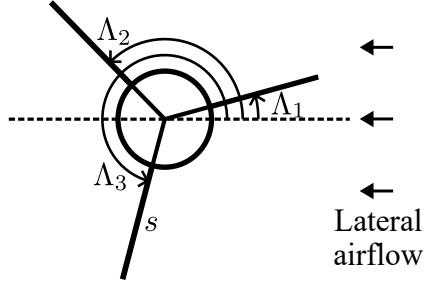


図 2: フィンの迎角と横風成分。

の迎角は $\alpha_i = \alpha \sin \Lambda_i$ となるから、法線力係数 $(C_{N_\alpha})_{\Lambda_i}$ は、

$$(C_{N_\alpha})_{\Lambda_i} = (C_{N_\alpha})_1 \sin^2 \Lambda_i \quad (\text{OR.3.51})$$

となる (横風に対して垂直な法線方向の力を考へるので、 $\sin \Lambda_i$ がさらにかけられていることに注意)。

したがって、 n 枚のフィン全体での法線力係数傾斜は、

$$(C_{N_\alpha})_N = \sum_{i=1}^n (C_{N_\alpha})_{\Lambda_i} = (C_{N_\alpha})_1 \sum_{i=1}^n \sin^2 \Lambda_i \quad (\text{OR.3.52})$$

ここで, \sin^2 の和について,

$$\sum_{i=1}^n \sin^2 \Lambda_i = \frac{n}{2} \quad (\text{OR.3.53})$$

が成り立つので, 最終的にフィン全体の法線力係数傾斜は,

$$(C_{N_\alpha})_N = \frac{n}{2} (C_{N_\alpha})_1 \quad (8)$$

となる.

なお, 多数のフィン ($n > 4$) の場合はフィン同士の干渉によって必ずしも $n/2$ のファクターで法線力は増加しない. 詳細については OpenRocket[?] を参照されたい.

最後に, フィン-ボディ間の干渉効果を考慮する. これは, 以下のような形で近似される:

$$(C_{N_\alpha})_{T(B)} = K_{T(B)} (C_{N_\alpha})_N = \left(1 + \frac{r}{s+r}\right) (C_{N_\alpha})_N \quad (\text{OR.3.56})$$

もちろん, 1枚フィンあたりの法線力係数傾斜 $(C_{N_\alpha})_1$ についても同様に補正される.

次に, 圧力中心について考える.

台形フィンの場合, 気軸方向の圧力中心は, MAC (Mean Aerodynamic Chord) 上の前方から 25% の位置にあるとされる. したがって,

$$X_{\text{cp,fin}} = \frac{X_t}{3} \frac{C_r + 2C_t}{C_r + C_t} + \frac{1}{6} \frac{C_r^2 + C_t^2 + C_r C_t}{C_r + C_t} \quad (\text{OR.3.34})$$

これは, フィン根本前端位置からの距離であるので, 機体先端からの距離に変換するには, フィン根本前端位置を加える必要があることに注意されたい.