

物理学実験 II レポート

課題 5 「電磁波の伝搬特性」

実験回： 第 x 回

氏名：

実験者番号：

共同実験者：

実験日：2025 年 x 月 x 日～ x 月 x 日

提出日：2025 年 x 月 x 日

レポートのコメントを希望します。

具体的には、○○について評価を下さい。

概要

このテンプレートにある指示文章は全て削除し、自分で書いた文章に差し替えること。残っていた場合は読みやすさを損ねるため減点とする。（概要ではレポートの概要を簡潔に記述せよ。例えば、以下のようなものである。）○○の目的のために、■■の実験を行った。その結果△△であることが確かめられた。

1 目的

高周波回路は現代の通信技術において重要な役割を果たすだけでなく、より高精度な実験・測定を行うための基礎技術でもある。本実験では、高周波領域で現れる電磁波の波動性に着目してその伝播特性を調べると共に、素子のインピーダンスやそれに起因する信号の反射を調べることを目的とする。

2 原理

2.1 電磁波

電磁波は、電場と磁場が互いに直交しながら進行する波動である。

Maxwell の方程式から、真空中の電磁波に対する波動方程式は次のように表される：

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{E} は電場ベクトル、 $c = 1/\sqrt{\epsilon\epsilon_0}$ は光速である。したがって、 x 方向に進行する電磁波は次のように表される：

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - kx)] \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{E}_0 は電場ベクトルの振幅、 k は波数、 ω は角周波数である。磁場の波 (磁波) についても同様の式が成り立つ。

より一般の誘電率 ϵ と透磁率 μ を持つ媒質中での伝播を考えると、電磁波は次式で表される：

$$\mathbf{E}_x = \mathbf{E}_0 \exp(-\alpha z) \exp[i(\omega t - \beta z)] \quad (3)$$

ここで、

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} - 1 \right)}, \quad (4)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} + 1 \right)}, \quad (5)$$

であり、 σ は導電率である。

一般に σ は十分大きいと仮定できるので, α は次のように近似できる:

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \varepsilon}{2} \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\rho}} \quad (6)$$

ここで, $\rho = 1/\sigma$ は導体の抵抗率である. したがって, 電磁波が媒質に侵入できる深さ (表皮深さ) δ は次のように表される:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega \mu}}. \quad (7)$$

次に, 伝送経路中を伝播する電磁波について述べる. ここでは平行導線 (レッヘル線) や同軸ケーブルといった, 比較的簡単で等価回路を用いて議論できる系について考える.

レッヘル線を模した平行導線とその等価回路の模式図を図 1 に示す.

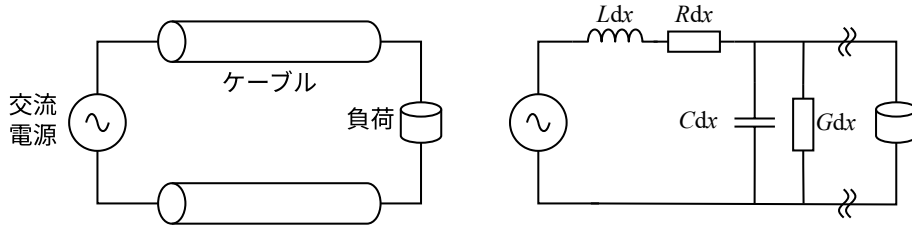


図 1 平行導線とその等価回路

等価回路に示したように, 平行導線には単位長さあたりの抵抗 R のほかに, 単位長さあたりのインダクタンス L , 2つの導線間の静電容量 C , コンダクタンス G が存在する. このとき, 直列インピーダンス Z は $Z = R + i\omega L$, 並アドミニスタンス Y は $Y = G + i\omega C$ と表される. 微小長さ dz 間で生じる電位差 dV と, 電流の変化 dI は次のように表される:

$$\frac{dV}{dx} = -ZI, \quad \frac{dI}{dx} = -YV. \quad (8)$$

ここから, 導線の特性インピーダンス Z_0 を求めると,

$$Z_0 = \frac{V}{I} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (9)$$

一般に高周波伝達線路での損失は小さいことから, $R \ll 1$, $G \ll 1$ と仮定できる. したがって, Z_0 は次のように近似できる:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{i\omega L}{i\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

また、このとき伝達経路中の伝送速度として、

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (11)$$

が成り立つ。

同軸ケーブルにおいては、単位長さあたりのインダクタンス L 、単位長さあたりの静電容量 C は次のように表される：

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(D/d), \quad C = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln(D/d)} \quad (12)$$

ここで、 D は同軸ケーブルの外径、 d は内径、 ϵ_r は外部導体と中心導体の間の比誘電率である。

したがって、同軸ケーブル中の伝送速度は次のように表される：

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \quad (13)$$

また、電磁波の特徴的な性質として、異なる媒質へ入射したときの反射と透過がある。

媒質 1 から媒質 2 へ入射したとき、反射率 Γ と透過率 T は次のように表される：

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad (14)$$

$$T = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (15)$$

ここで、 Z_1 は媒質 1 のインピーダンス、 Z_2 は媒質 2 のインピーダンスである。このことから、2 媒質のインピーダンスが異なるときには、必ず反射が生じることが分かる。

この結果として、信号線の末端に負荷を接続した場合においても、負荷のインピーダンスが信号線のインピーダンスと異なるときには反射が生じる。入力側のインピーダンスを Z_0 、負荷のインピーダンスを Z_L とするとき、反射係数 Γ は次のように式 (14) と同じ表式で表される：

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (16)$$

抵抗器のインピーダンスは抵抗値と等しいことから、末端を開放した際には $Z_L = \infty$ 、 $\Gamma = 1$ 、短絡した際には $Z_L = 0$ 、 $\Gamma = -1$ となる。また、負荷のインピーダンスが信号線のインピーダンスと等しい場合には、 $\Gamma = 0$ となり、反射は生じない。

負荷としてコイルやコンデンサを接続した場合には、そのインピーダンスは周波数に依存した複素数となることから、周波数に応じて位相差 σ が変化する。式 (16) から、

$$\text{コイル} \quad Z_L = i\omega L, \quad |\Gamma| = 1, \delta = 2 \arctan \left(\frac{Z_0}{\omega L} \right) \quad (17)$$

$$\text{コンデンサ} \quad Z_L = \frac{1}{i\omega C}, \quad |\Gamma| = 1, \delta = -2 \arctan (Z_0 \omega C) \quad (18)$$

となることわかる。

次に、 Z_L の負荷が線路の途中に接続されている場合について考える。この場合には、反射率は次のように表される：

$$\Gamma = -\frac{Z_0}{2Z_L + Z_0} \quad (19)$$

また、負荷の先の線路への透過率については、

$$T = \frac{2Z_L}{2Z_L + Z_0} \quad (20)$$

となる。すなわち、負荷がない場合 $Z_L = \infty$ では 反射率 $\Gamma = 0$ 、透過率 $T = 1$ となるが、負荷がある場合には透過率は 1 よりも小さくなることがわかる。

2.2 共振回路

回路の大きさが波長に比べて十分小さい集中定数回路においては、コイルやコンデンサを組み合わせることで共振回路を構成することができる。

LRC 直列回路においては、回路のインピーダンス Z が、

$$Z = R + i\omega L - \frac{i}{\omega C}, \quad |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (21)$$

であることから、 $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$ のとき、 $|Z|$ が最小となり、系に流れる電流は最大となる。この現象を共振と呼び、その周波数 (共振周波数) を f_0 とすると、

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (22)$$

となる。

回路の大きさが波長に比べて無視できないほど大きい場合には、分布定数回路と呼ばれる回路を考えることができる。

例えば、長さ d の伝送線路の先に反射率 Γ の負荷を接続した場合、距離 d 間での位相変化を無視できないことから、入力側からみた回路の特性インピーダンスは、

$$Z_d = \frac{1 + \Gamma \exp(-2ikd)}{1 - \Gamma \exp(-2ikd)} Z_0 \quad (23)$$

と表され、 Γ が正の実数であるとき、 $|Z_d|$ が最小となるのは、

$$d = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (24)$$

となるときである。これは自由端-固定端の共鳴と同じである。

2.3 ヘテロダイン検波

高周波 (搬送波) を別の周波数の信号と混合することで、情報を伝達することができる。混合の手法には、搬送波の振幅を変化させる振幅変調 (AM)、搬送波の周波数や位相を変化させる周波数変調 (FM) や位相変調がある

ヘテロダイン検波とは、搬送波と信号を混合することで、信号の周波数を変化させる手法である。本実験ではダブルバランスドミキサ (DBM) を用いて、周波数混合を行った。周波数 f 、位相 δ の高周波信号を DBM の RF 端子へ入力し、LO 端子には高周波信号と僅かに異なる周波数 f_L の高精度局所信号を入力することで、IF 端子には信号の積として、

$$\begin{aligned} E_{\text{IF}} &\propto E_{\text{RF}} E_{\text{LO}} \\ &\propto \cos(2\pi f t + \delta) \cos(2\pi f_L t) \\ &\propto \cos(2\pi(f + f_L)t + \delta) + \cos(2\pi(f - f_L)t + \delta) \end{aligned} \quad (25)$$

なる、高周波成分 $f + f_L$ と低周波成分 $f - f_L$ の混ざった信号が得られる。この信号をローパスフィルタで低周波成分 (中間周波数) のみを取り出すことで、高周波信号の振幅に比例し、位相情報を含む信号 (ダウンコンバート信号) を得ることができる。

2.4 ダイポールアンテナ

電流が時間的に変化する導体の周りには、電場と磁場が発生する。また逆に、電場と磁場の時間変化によって電流が生じる。これを利用して、電磁波を放射・受信する素子をアンテナと呼ぶ。ここでは、図??ダイポールアンテナについて考える。

ダイポールアンテナの電流分布は次のように表される:

$$I(x) = I_0 \left(1 - \frac{|z|}{d}\right) \sin(\omega t) \quad (26)$$

ここで, ω は印加する交流電源の角周波数である. このとき, 保存の式から電荷密度について次のように表される:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial z} = \pm \frac{I_0}{d} \sin(\omega t) \quad (27)$$

したがって,

$$\rho = \mp \frac{I_0}{\omega d} \cos(\omega t) \quad (28)$$

このとき, 双極子モーメント \mathbf{p} は次のように表される:

$$\mathbf{p} = \int \rho \mathbf{r} dV = \mp \frac{I_0}{\omega d} \int \cos(\omega t) \mathbf{r} dV = -\frac{I_0 d}{\omega} \cos(\omega t) \mathbf{e}_z. \quad (29)$$

ここで, 双極子から十分離れた点 \mathbf{r} でのポインティングベクトル \mathbf{S} は次のように表される:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \frac{\mu_0}{(4\pi)^2 c} \frac{\ddot{\mathbf{p}}(t) \sin^2 \theta}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (30)$$

ここで, θ は位置 \mathbf{r} と双極子 \mathbf{p} のなす角度であり, \mathbf{e}_r は位置ベクトルの単位ベクトルである. したがって, 電磁波のエネルギー流束は次のように表される:

$$\mathbf{S} = \frac{\mu_0}{(4\pi)^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} (I_0 d \omega)^2 \cos^2(\omega t) \mathbf{e}_r \quad (31)$$

時間平均をとると,

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{\mu_0}{(4\pi)^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} (I_0 d \omega)^2 \frac{1}{2} \mathbf{e}_r \quad (32)$$

となる.

したがって, 距離 r 離れた点で受信するとき, 受信側で得られる電力 P は次のように表される:

$$P \propto |\langle \mathbf{S} \rangle| \propto \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \quad (33)$$

3 課題 1: 高周波信号測定の基礎

3.1 オシロスコープによる測定

3.1.1 方法

実験に用いた回路はテキスト図 16 (p. 141) のように, ファンクションジェネレータで発生させた信号をパワーディバイダによって分割し, 1 [m] の同軸ケーブルを介して, オシロスコープに接続させた.

このとき, まず初めにオシロスコープで測定された信号振幅からパワーディバイダが信号を均等に分割できていることを確かめた. ただし, 測定のしやすさから, 以降断りのない限りは Peak to Peak (PP) 値を用いる.

そのうえで, オシロスコープの Ch.2 の入力カップリングを DC 50 Ω から DC 1M Ω に変更し, Ch.1 と Ch.2 の信号波形を比較した. また, Ch.2 に 50 [Ω] の貫通ターミネータを接続し, 信号波形の変化を観察した.

次に, Ch.2 の入力カップリングを DC 50 Ω に戻した上で, ファンクションジェネレータの出力部分に 6 dB の減衰器を接続し, Ch.1 と Ch.2 の信号波形を比較するとともに, 信号の減衰を測定した. さらに, Ch.2 に接続する同軸ケーブルの長さを 10 [m] に変更し, Ch.1 と Ch.2 の信号の位相差 (立上りの時間差) を測定し, これによって信号の伝達速度を求めた.

3.1.2 結果

入力カップリング 50 Ω において Ch.1 と Ch.2 の信号波形を比較した結果の Ch.1, Ch.2 の信号振幅を表 1 に示す. Ch.1 の信号振幅は 920 [mV], Ch.2 の信号振幅は 860 [mV] で

表 1 オシロスコープの Ch.1, Ch.2 の信号振幅.

信号振幅 [mV]	
Ch.1	920
Ch.2	860

あり, 2 つの信号はほぼ同じ振幅であることがわかる.

次に, Ch.2 の入力カップリングを DC 1M Ω に変更した場合の信号波形を比較した結果の Ch.1, Ch.2 の信号振幅を表 2 に示す. 図に示したように, 入力カップリングを DC

表 2 入力カップリングを DC 1M Ω に設定したときのオシロスコープの Ch.1, Ch.2 の信号振幅.

	信号振幅 [V]	貫通ターミネータ接続後 [mV]
Ch.1	1.35	920
Ch.2	1.76	890

1M Ω に変更することで、観測された信号振幅の増大が確認できた. また図 2 に示すように、貫通ターミネータを接続した場合の信号振幅は Ch.1 が 920 [mV], Ch.2 が 890 [mV] であり、いずれも元の状態に戻ったことがわかる.

次に、Ch.2 の入力カップリングを DC 50 Ω に戻した上で、ファンクションジェネレータの出力部分に 6 dB の減衰器を接続し、Ch.1 と Ch.2 の信号波形を比較した結果の Ch.1, Ch.2 の信号振幅を表 3 に示す. Ch.1 の信号振幅は 468 [mV], Ch.2 の信号振幅は 437

表 3 オシロスコープの Ch.1, Ch.2 の信号振幅.

	信号振幅 [mV]	減衰率 [dB]
Ch.1	468	5.87
Ch.2	437	5.88

[mV] であり、最初の状態からの減衰率は dB で表すとそれぞれ 5.87 [dB], 5.88 [dB] であった. これは、減衰器の減衰率が 6 [dB] であることから、減衰器の設計値とほぼ一致していることがわかる.

最後に、Ch.2 に接続する同軸ケーブルの長さを 10 [m] に変更し、Ch.1 と Ch.2 の信号の位相差を測定した結果、 $\Delta t = 45.6$ [ns] であった. このとき、信号中を伝達する電磁波の伝達速度 c_{cable} は、

$$c_{\text{cable}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{9 [\text{m}]}{45.6 \times 10^{-9} [\text{s}]} \approx 2.0 \times 10^8 [\text{m/s}] \quad (34)$$

と求まる.

3.1.3 考察

原理の節の式?? に示したように、誘電体中における光速は真空中の光速 c よりも遅くなる. したがって、測定された伝達速度 c_{cable} から、同軸ケーブルの誘電率 ϵ_{cable} を求めることができる:

$$\epsilon_{\text{cable}} = \left(\frac{c}{c_{\text{cable}}} \right)^2 \approx \left(\frac{3.0 \times 10^8 [\text{m/s}]}{2.0 \times 10^8 [\text{m/s}]} \right)^2 \approx 2.3 \quad (35)$$

これは、同軸ケーブルによく用いられる誘電体であるポリエチレンの誘電率 $\varepsilon_{PE} \approx 2.3$ とよく一致していることが分かる。

3.2 オシロスコープによる測定

3.2.1 方法

まず始めに、同軸ケーブルにおける信号の減衰を測定するために、テキスト図 17 のように標準信号発生器からの信号をパワーディバイダで分割し、1 [m] と 10 [m] の同軸ケーブルを介してパワーメータの A, B 端子に接続した。パワーメータでは、A 端子の電力および A, B 端子の電力比を測定することができる。標準信号発生器から出力 0 [dBm] の正弦波を発生させ、その周波数を変えることで A 端子の信号電力と A, B 端子の電力比の周波数依存性を測定した。

次に、テキスト図 18 のように 1 [m] と 10 [m] 同軸ケーブルを並列に接続することで信号の重ね合わせを行った。このとき、先と同様に出力 0 [dBm] の正弦波を入力し、A 端子で測定される電力と A, B 端子の電力比の周波数依存性を測定した。

3.2.2 結果

3.2.3 考察

3.3 パワーメータによる測定

3.3.1 方法

3.3.2 結果

3.3.3 考察

4 課題 2: インピーダンス不整合による電磁波の反射

4.1 方法

4.2 結果

4.3 考察

5 課題 3: 集中定数回路と分布定数回路における共振特性

5.1 方法

5.2 結果

5.3 考察

6 課題 4: ヘテロダイン検波

6.1 方法

6.2 結果

6.3 考察

7 課題 5: 半波長アンテナにおける電気双極子放射

7.1 方法

7.2 結果

7.3 考察

8 結論

参考文献

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, (1935) 777.
- [2] J.J. Aubert *et al.*, Phys. Lett. B **123** (1983) 275.