

物理学実験 III レポート

「原子核散乱」

実験日：2025 年 10 月 6 日～11 月 4 日

提出日：2025 年 x 月 x 日

概要

本実験では、アイソバリックアナログ状態 (IAS) の観測を通じて原子核半径の推定を行った。ターゲットとして Al、Ti、Ag、Au、Li を用い、約 50MeV の陽子ビームを入射した。中性子の飛行時間を測定することで IAS の励起エネルギーを算出し、そこから原子核半径を推定した。その結果、Ag を除く各ターゲットに対して以下の原子核半径を得ることができ、実験の目的である原子半径の推定を達成したと言える。Al: 3.07 ± 0.12 fm、Ti: 3.59 ± 0.14 fm、Au: 5.23 ± 0.20 fm、Li: 2.43 ± 0.10 fm。

1 目的

本実験の目的はアイソバリックアナログ状態 (IAS) の観測を通じて原子核半径の推定をすることである。

2 原理

2.1 アイソバリックアナログ状態 (IAS)

アイソバリックアナログ状態 (IAS, Isobaric Analog State) とは、原子核内の中性子を同じ軌道の陽子に入れ替えて作られる状態である。同じ軌道の陽子と中性子は対称性を持ち、もしクーロン力が無ければ、IAS は元の状態と等しいエネルギーを持つ。実際にはクーロン力の分だけエネルギーが上昇して観測され、本実験ではこの励起エネルギーを観測により求める。

2.2 (p,n) 反応測定による IAS の観測

(p,n) 反応とは陽子を標的原子核に衝突させることによって、標的核内の陽子を中性子に変換するものである。ここで (p,n) 反応における IAS での遷移は、核構造が変わらないため遷移強度が大きい。本実験で観測する IAS の励起エネルギー E_x は、

$$E_x = \Delta E_c + (m_n - m_p)$$

ここで ΔE_c は (p,n) 反応によるクーロンエネルギー差、 m_n, m_p は中性子、陽子のそれぞれの静止質量である。なお ΔE_c は、

$$\Delta E_c = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 R}(2Z + 1)$$

である。

2.3 TOF 法と加速器

エネルギー保存則より、式 1 が成り立つ。

$$(m_p + T_p) + (M_a + T_a) = (m_n + T_n) + (M_b^* + T_b) \quad (1)$$

ここで、 M_b^* は残留原子核の励起質量であり、

$$M_b^* = M_b + E_x \quad (2)$$

の関係がある。以上から、IAS の励起エネルギーは

$$E_x = \{(m_p + T_p) + (M_a + T_a)\} - \{(m_n + T_n) + (M_b + T_b)\} \quad (3)$$

と表される。また、運動量保存則より、式 4 が成り立つ。

$$\vec{P}_p + \vec{P}_a = \vec{P}_n + \vec{P}_b \quad (4)$$

今回の実験条件として、 $T_a = 0$, $P_a = 0$, $M_a \approx M_b$ を課す。すると、以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} P_b &= P_p - P_n \\ T_b &= \frac{P_b^2}{M_b} = \frac{(P_p - P_n)^2}{M_b} \approx 0 \end{aligned}$$

これらを式 3 に代入すると

$$E_x = (m_p + T_p) - (m_n + T_n) \quad (5)$$

となる。 m_p , m_n は文献値を用い、 T_p は加速器の出射エネルギーを代入する。運動エネルギーは式 6 のように与えられ、式中の β が分かれば T_n を計算できる。

$$\begin{aligned} T_n &= (\gamma - 1)m_n c^2 \\ &= m_n c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、中性子の速度 βc と飛行距離 L 、および飛行時間 Δt には以下の関係がある。

$$\beta c = \frac{L}{\Delta t} \quad (7)$$

本実験では、飛行時間 Δt を測定することで運動エネルギーを算出する。飛行時間の測定には加速器の特性を利用する。加速器は一定周期で加速しており、加速のタイミングに合わせて通称「RF 信号」と呼ばれる信号が出ている。図 1 のように、標的からは確率的に中性子か γ 線が放出されている。 γ 線が検出されてから直後の RF 信号までの時間を TDC_γ 、中性子の場合を TDC_n とし、両者が検出された直後の RF 信号は何周期か差があったとする。このとき、飛行時間は

$$\Delta t = \frac{L}{c} + TDC_\gamma + k \times T_{RF} - TDC_n \quad (8)$$

$$(k = 0, 1, 2 \dots) \quad (9)$$

と書ける。

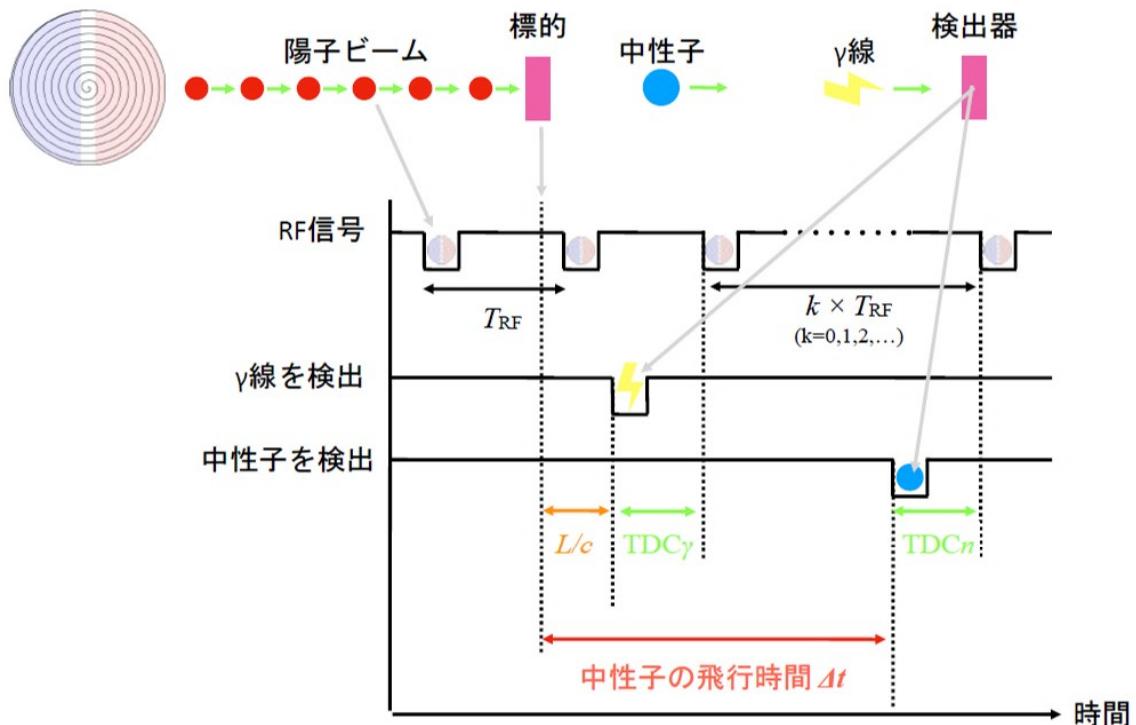


図 1 飛行時間の測定についての概念図。RF 信号を用いて Δt を決定する。

2.4 液体シンチレータと中性子－ガンマ線弁別

液体シンチレータは中性子と γ 線の弁別が可能である。

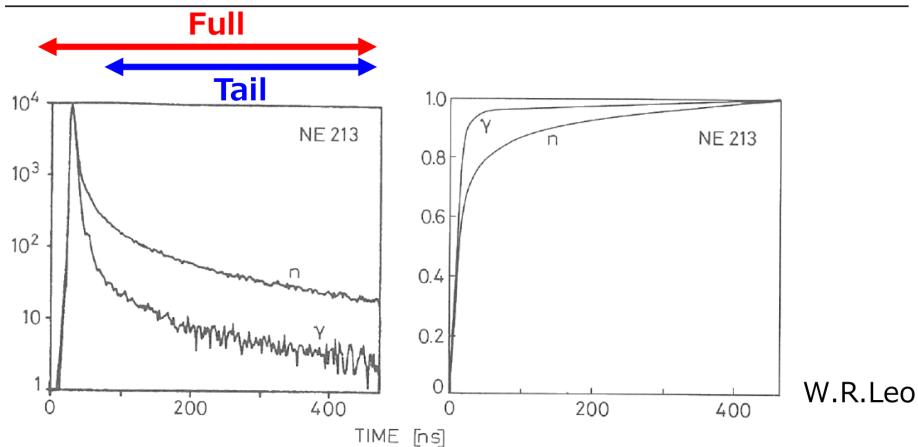


Fig. 7.12. Pulse shape differences of NE 213 liquid scintillator light for neutrons and gamma rays. The time integral of the light pulses is also shown. A discrimination between these radiations may be obtained by measuring the time it takes for the integrated pulse to reach a certain fixed level (from Lynch [7.17]; picture © 1975 IEEE)

図 2 PSD における中性子と γ 線の弁別

上図のとおり液体シンチレータで観測される波形は、中性子と γ 線で異なる。出力シグナルの時間積分、つまり電荷 Q について、 $Q(\text{Tail})/Q(\text{Full})$ の値が大きい方が中性子、 $Q(\text{Tail})/Q(\text{Full})$ の値が小さい方が γ 線である。

これは γ 線はシンチレータ内で電子が反跳しているのに対して、中性子は陽子が反跳していることに起因する。

液体シンチレータ中の単位長さ当たりのエネルギー損失は、Bethe の式によると

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (10)$$

と表現できる。この式から

$$\frac{dE}{dx} \propto \beta^{-2} \quad (11)$$

がわかる。同エネルギーの陽子・電子が検出器内部を走る場合、陽子の方がエネルギー損失の大きさが大きい。

これはつまり陽子の通過軌跡周辺の狭い領域で励起分子の密度が大きくなることを意味する。このことから励起分子同士で相互作用が起こり、スピン三重項状態が生成される割合が大きくなる。そして 2 つの三重項状態の分子同士での衝突（三重項消滅）が起こりやすくなり、一方の分子は基底状態に、もう一方の分子は励起一重項状態に遷移する。その後、後者の分子が基底状態に脱励起する際に蛍光を発し、その光が観測されるパルスの「遅い成分」として「多く」現れる。

3 実験

3.1 実験セットアップ全体図、回路図

実験装置の全体像を図3に示す。図の左に加速器があり、加速された陽子が右方へ入射してくる。加速の周期の逆数（RF周波数）は61.6nsであった。陽子ビームが標的に入射すると原子核反応によって中性子や γ 線が放射される。それらをビーム軌道上に設置した液体シンチレータで検出する。反応せずに標的を透過した陽子は電磁石によって軌道を曲げてビームダンプで吸収する。飛行距離は $L = 7507[\text{mm}]$ であった。

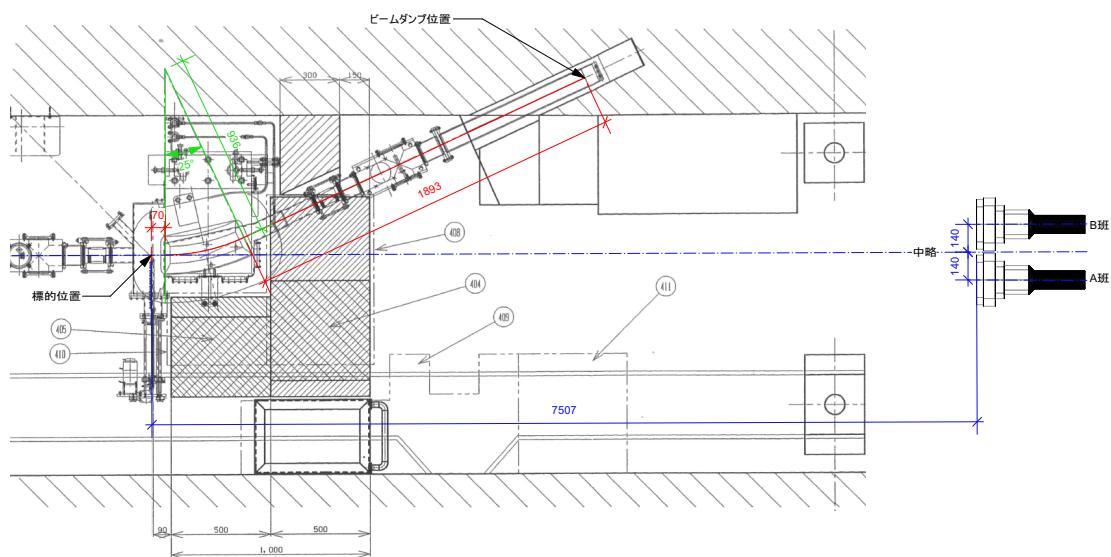


図3 実験装置全体図

液体シンチレータの構造を図 4 に示す。

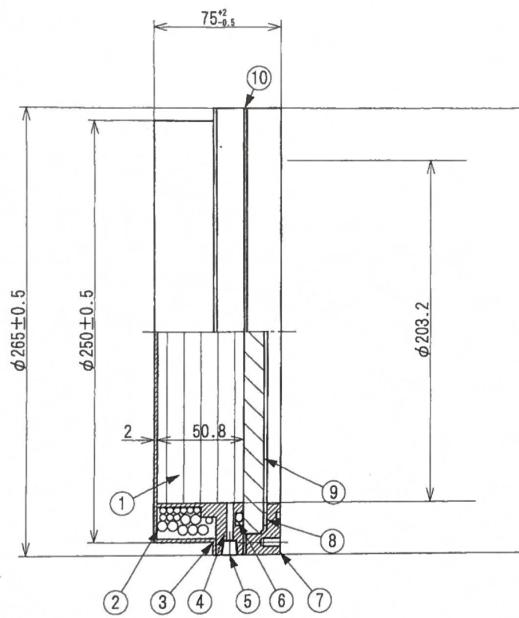


図4 液体シンチレータ図

標的には5種類の金属を用いた。それぞれの元素記号とビーム入射方向の厚さを表1に示す。

	標的	厚さ
Al	10μm	
Au	20μm	
Ag	40μm	
Ti	90μm	
Li	9.74mm	

表1 標的の種類と厚さ。他に比べ、Li 標的が厚くなっている。

本実験で用いた回路図を図5に示す。

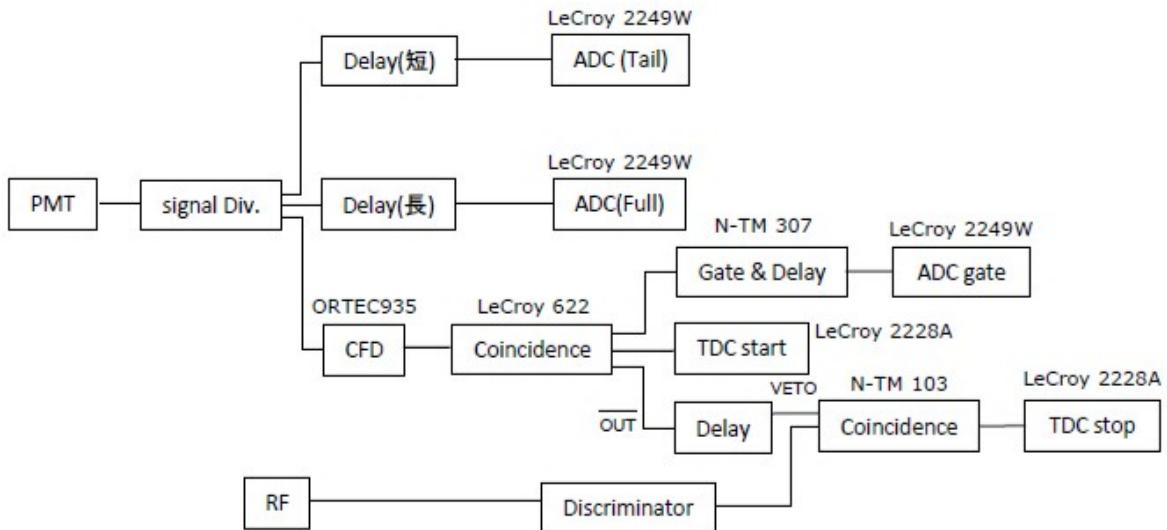


図 5 実験に用いた回路の概念図。

3.2 Am-Be 線源による電圧の決定

ビームタイム中は 50MeV のシグナルが QDC のフルスケール 2048ch に入るようにする必要がある。本実験では Am-Be 線源からのガンマ線 (4.44MeV) のコンプトンエッジを観測し、hQDC の図で Am-Be 線源のエッジが 300ch 付近に描像されるように調整することにした。

3.3 Am-Be 線源による $n-\gamma$ 弁別の最適化

tail gate のタイミング (Delay) の値を変化させ、データを取得した。次に、それぞれの Delay のデータを用いて QDC(full) と QDC(tail) の相関図を表示し、QDC(full) のスペクトルの 250ch 付近を Y 軸方向に射影した。その後、中性子、 γ 線をそれぞれによるピークをガウス分布でフィットし、分離度を決定した。分離度の計算は以下の式を使って

行った。

$$\text{分離度} = \frac{X_n - X_\gamma}{\sigma_n + \sigma_\gamma} \quad (12)$$

X : ピークの中心値
 σ : ピークの幅

3.4 Time Calibrator による時間較正

検出器入力の代わりに Start シグナル、RF 入力の代わりに Stop シグナルを入力し、TDC スペクトルを取得した。これを root コマンドで開いてヒストグラムを表示し、ピーク同士の間隔が正確に 10ns に対応することを利用して各ピークの中心値を読み取った。次に、取得した時間とチャネル数のデータから最小二乗法により較正直線

$$\text{TDC}[\text{ch}] = a \times \text{Time}[\text{ns}] + b \quad (13)$$

を作成した。データをプロットしたのが図 6 である。

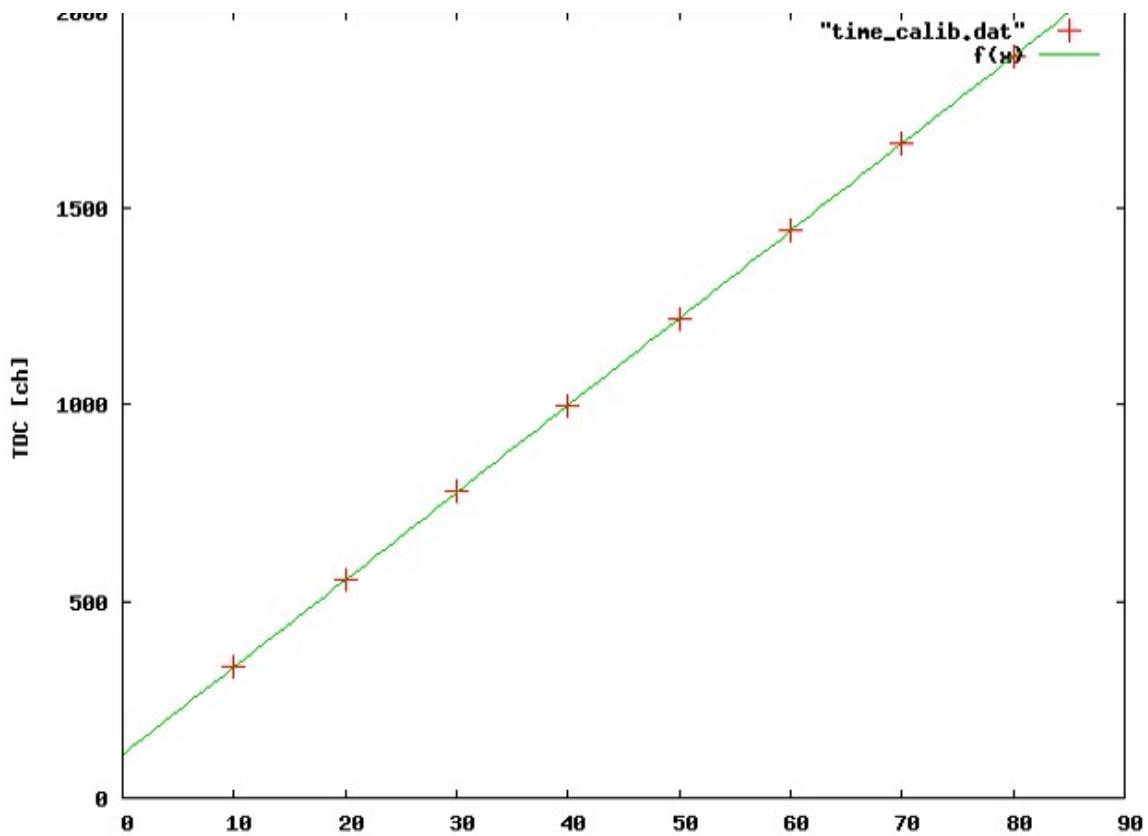


図 6 横軸を時間 (ns)、縦軸を TDC(ch) としてプロットしたグラフ。

フィッティングの結果、

$$a = 22.21 \pm 0.01681 \quad (0.07568\%)$$

$$b = 110.6 \pm 0.8488 \quad (0.7676\%)$$

を得た。ここでは誤差として測定点とフィット結果の間の標準誤差を取った。() 内は値に対する誤差の比率である。

4 解析・結果

4.1 n- γ 分別

Delay の値と分離度の関係を示したのが図 7 である。

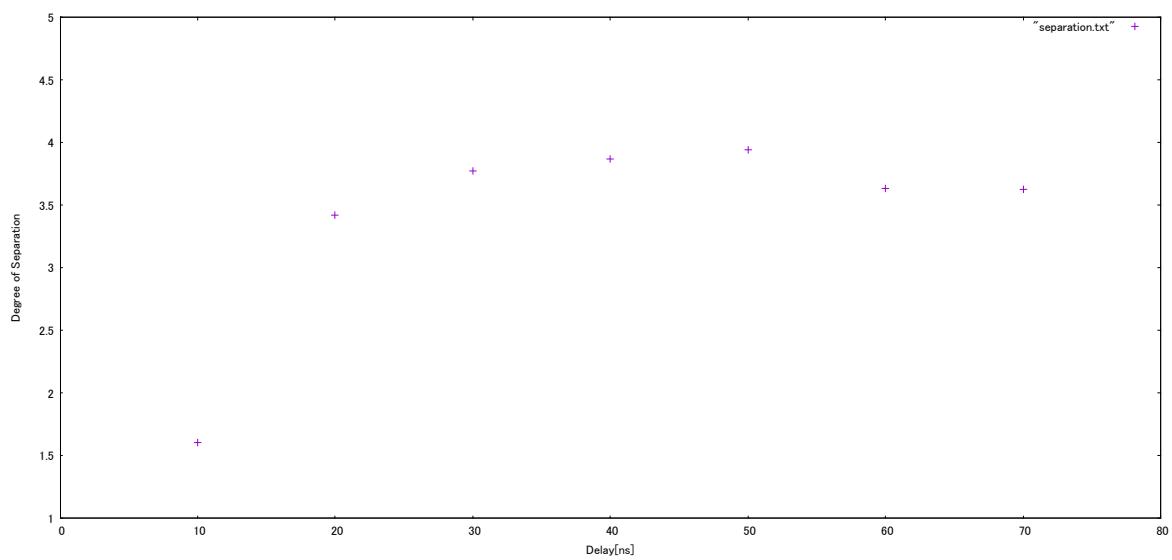


図 7 Delay を横軸、分離度を縦軸にしてプロットした結果。50ns の時に分離度が最大となっている。

図 7 より、分離度を最大にする Delay の値は 50 ns であることが分かった。
 ここで、このときの QDC(Full) – QDC(Tail) のグラフを図 8 に、また図 8 において
 QDC(Full) 250 Ch. 付近を Y 軸射影したものを図 9 に示す。

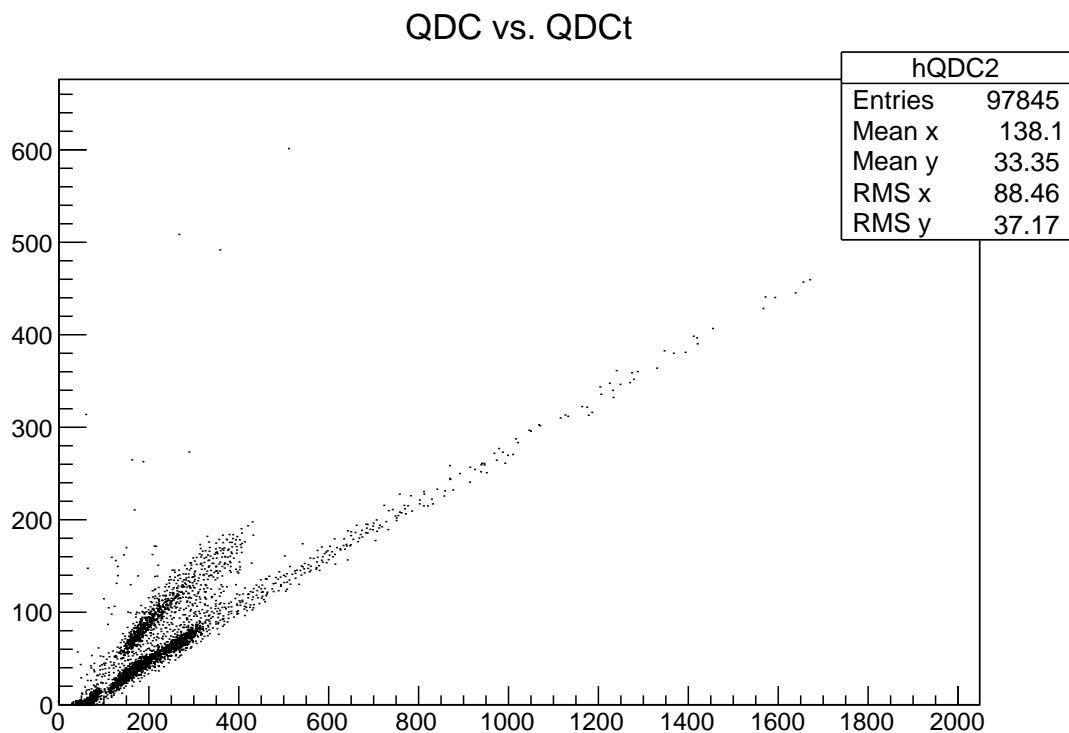


図 8 Delay 50 ns 時の QDC(Full) – QDC(Tail) 相関.

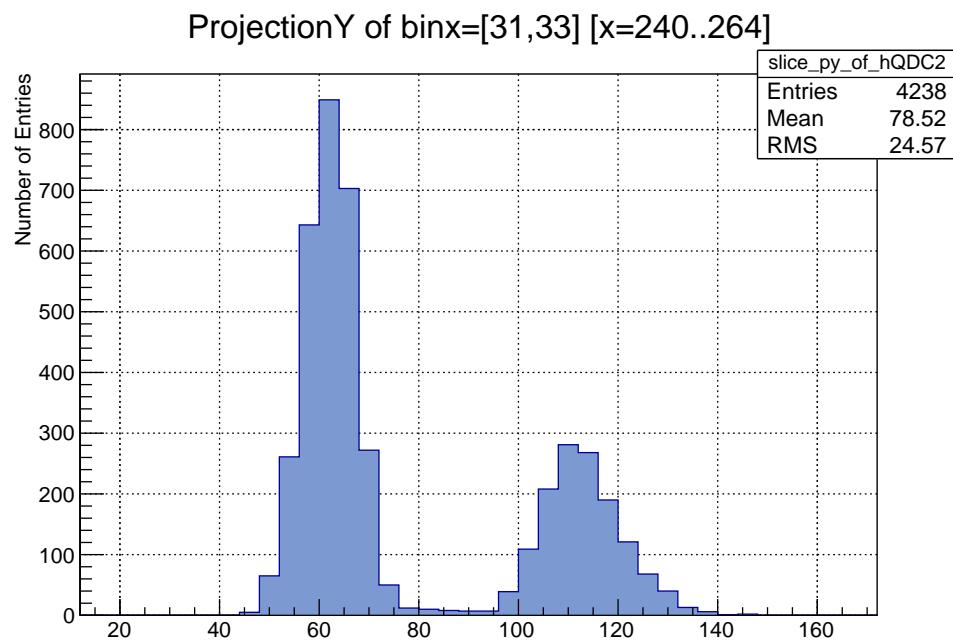


図 9 図 8 における 250 Ch 付近の Y 軸射影.

また、図 8 に示した測定結果から、上部に見える中性子起源のピークと下部に見える γ

線起源のピークを弁別するために、以下の直線を定義する：

$$QDC(\text{Tail}) = 0.313 \times QDC(\text{Full}) + 12.5. \quad (14)$$

これは、図 9 のような Y 軸射影を何点かで行い、二つのピークの中点を結ぶことで得られた直線である。以降の解析では、この直線よりも上部を中性子、下部を γ 線として弁別する。

4.2 TDC-ADC 相関図

本節では、Al、Ti、Ag、Au、Li 標的に加速器を用いて陽子を照射して得られる TDC – ADC (QDC) 相関について述べる。

最初に、Al 標的に照射して得られた結果について詳述する。図 10 に、このときの TDC–QDC 相関を示す。

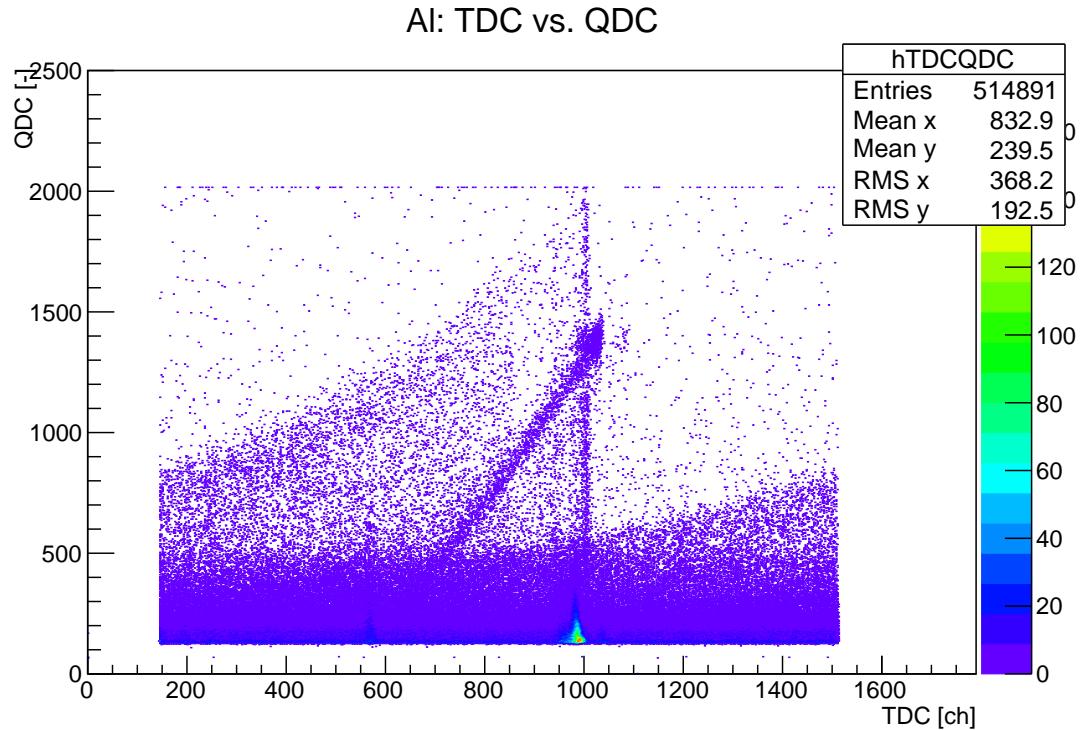


図 10 Al 標的における TDC–QDC 相関.

また、図 11 に中性子– γ 線弁別によって得られた中性子の TDC–QDC 相関を示す。2 次関数的な分布の中に、特に TDC が 1000 Ch. 付近にピークが見られるほか、TDC 1000 Ch. , QDC 1400 Ch. 付近から左下へと減少するような直線的なピークが見られた。

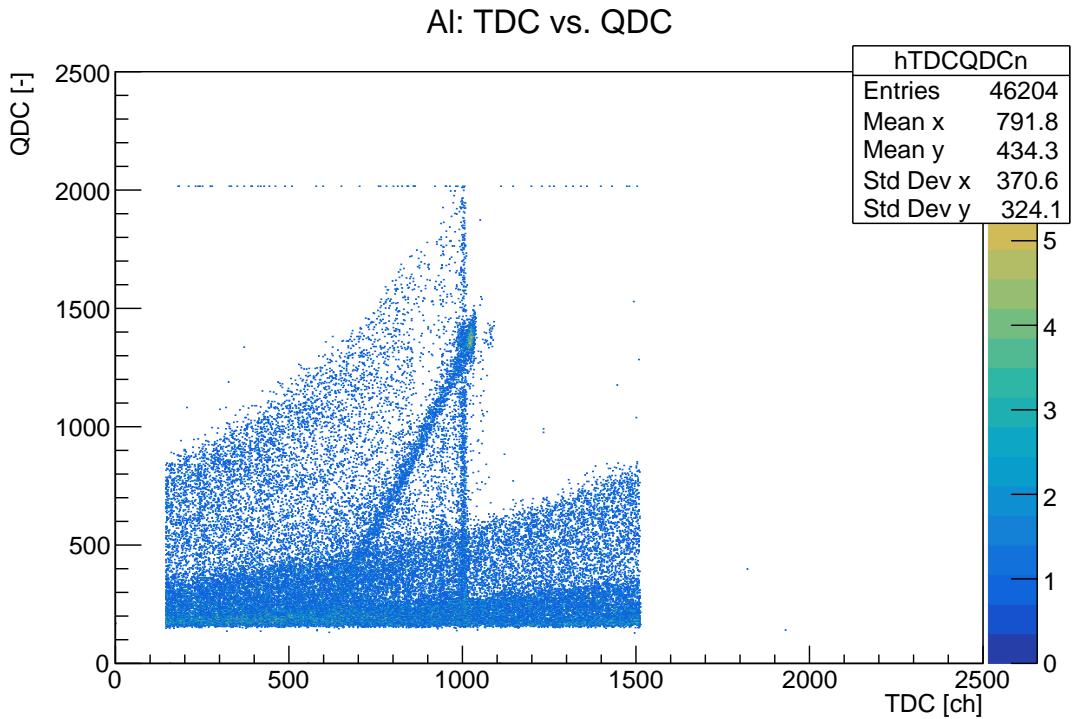


図 11 AI 標的における中性子の TDC–QDC 相関.

図 11において、2つの曲線的な分布が見られるが、TDC がシンチレータで検出されてから次の RF 信号が入力されるまでの時間を表すことに注意すると、最も早く届いた中性子が TDC 1000 Ch. にみられる曲線の端に相当し、下部の曲線は上部の曲線から RF 周期が 1 つだけ遅れて届いた中性子によるのであるとわかる。

解析において RF 周期が遅れているサンプルが混在すると、中性子の飛行時間決定に不定性を及ぼしてしまう。そこで、QDC 900 Ch. 以下のデータを除くことで、RF 周期が遅れているデータを除去する。また、左下へと減少するような直線的なピークは、後の章で詳細に考察するが、ここで考察したい中性子起源ではなく荷電粒子起源のピークと考えられる。そこで、この直線を取り除くために $QDC = 3 \times TDC - 1500$ なる直線を定義し、これより上部のデータのみを抽出して以降の解析に用いる。

以上の考察の下に、不要なデータを取り除いた後の中性子 TDC–QDC 相関を図 12 に示す。

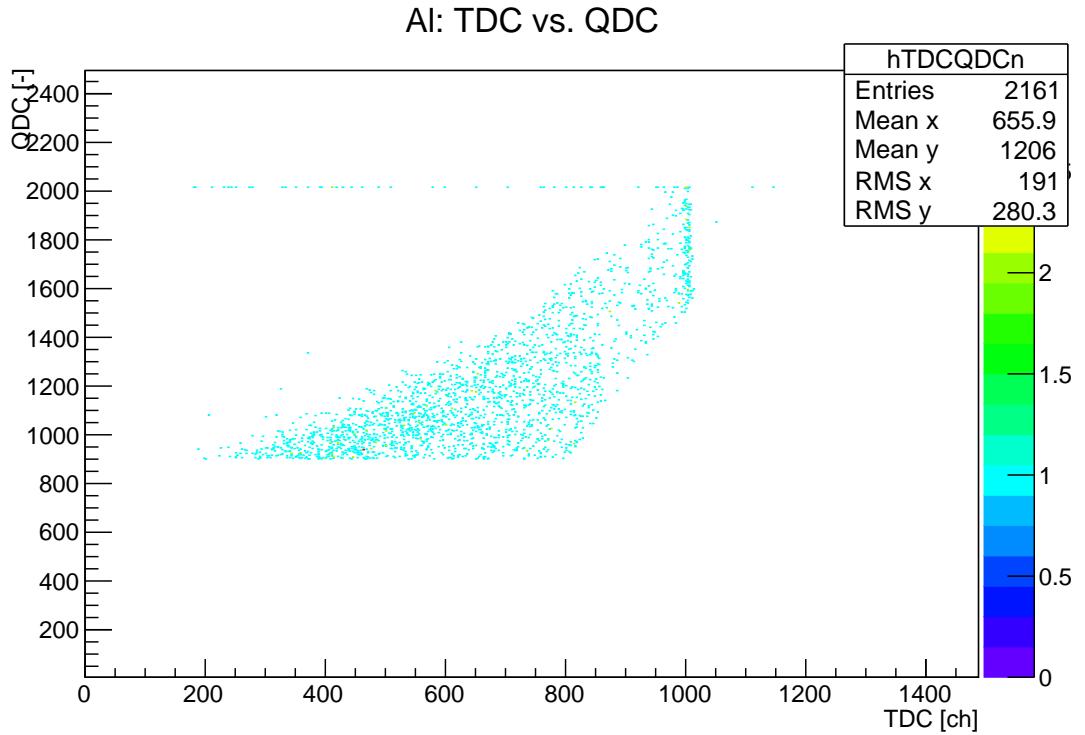


図 12 データ整形後の Al 標的における中性子 TDC–QDC 相関.

また、図 13 に中性子– γ 線弁別によって得られた γ 線の TDC–QDC 相関を示す。 γ 線の TDC–QDC 相関においては、TDC 980 Ch. 付近に鋭いピークが見られた。600 Ch. 付近にもピークが見られるが、980 Ch. 付近のピークの方が鋭いことや、TDC Ch. が大きく、より早く届いた粒子であると予想されることから、このピークが陽子が標的にあたって生成された γ 線起源によるものだと推測される。

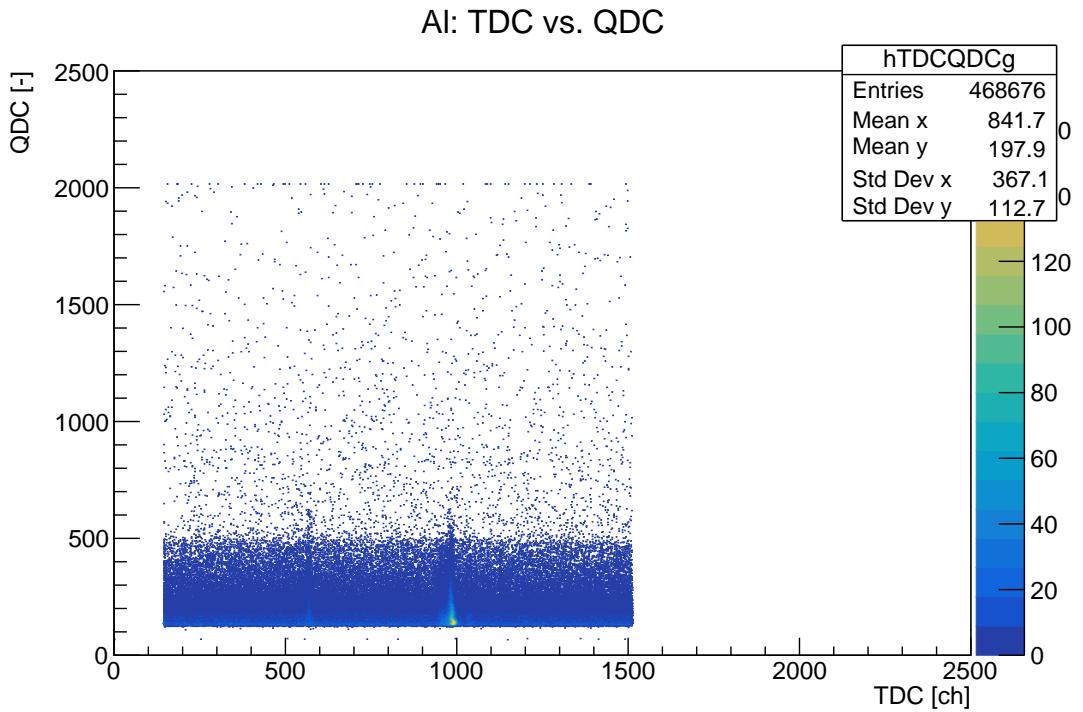


図 13 Al 標的における γ 線の TDC–QDC 相関.

また、同様に Ti、Ag、Au、Li 標的における TDC–QDC 相関と弁別によって得られる中性子 TDC–QDC 相関を図 14 から 21 に示す。ここで中性子 TDC–QDC 相関はすべてデータトリミング後の結果である。また、 γ 線 TDC–QDC 相関については Al と同様であるため省略する。

Ag 標的以外では、中性子 TDC–QDC 相関において TDC 700–1000 Ch. の領域に Al 標的同様のピークが見られ、特に Li 標的においては TDC 1000 Ch. 付近に太いバンド状のピークが見られた。これらのピークが IAS 起源のピークであると推察される。また、いずれの標的においても、中性子 TDC–QDC 相関において TDC 1000–1200 付近にエッジを持つことが分かった。

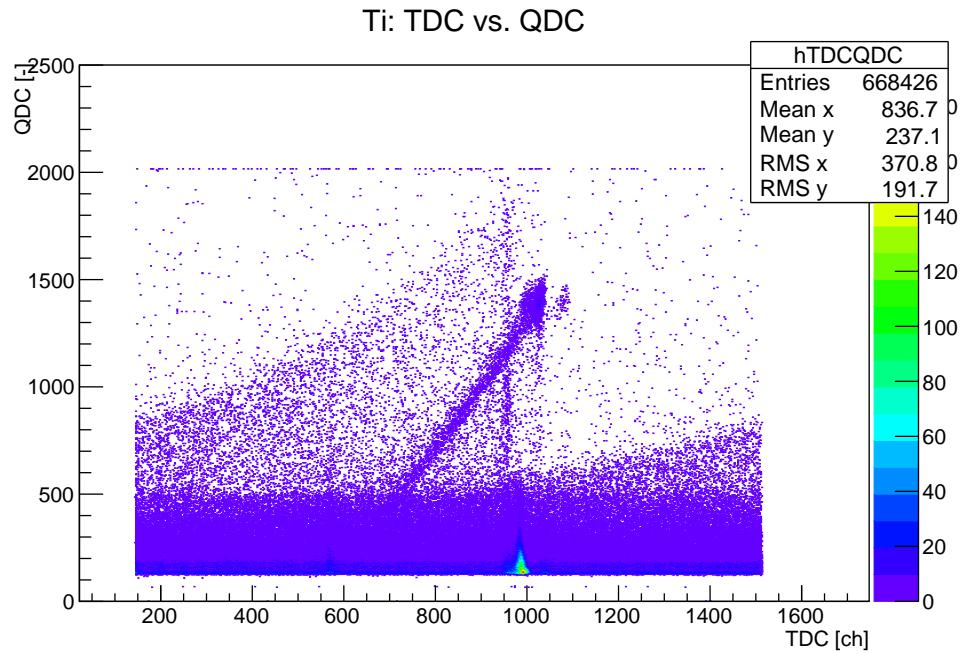


図 14 Ti 標的における TDC–QDC 相関.

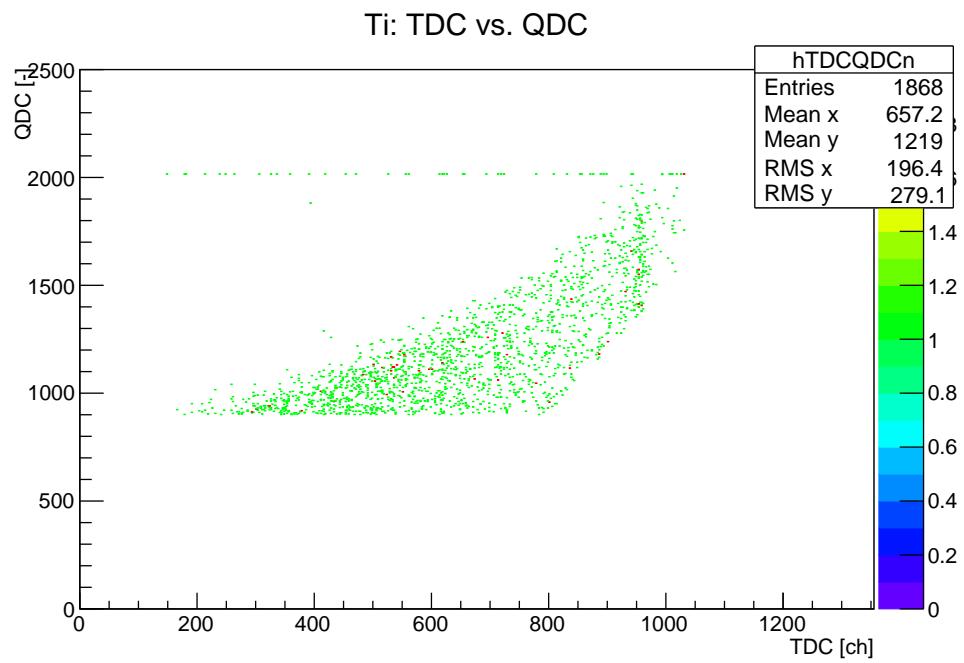


図 15 データ整形後の Ti 標的における中性子 TDC–QDC 相関.

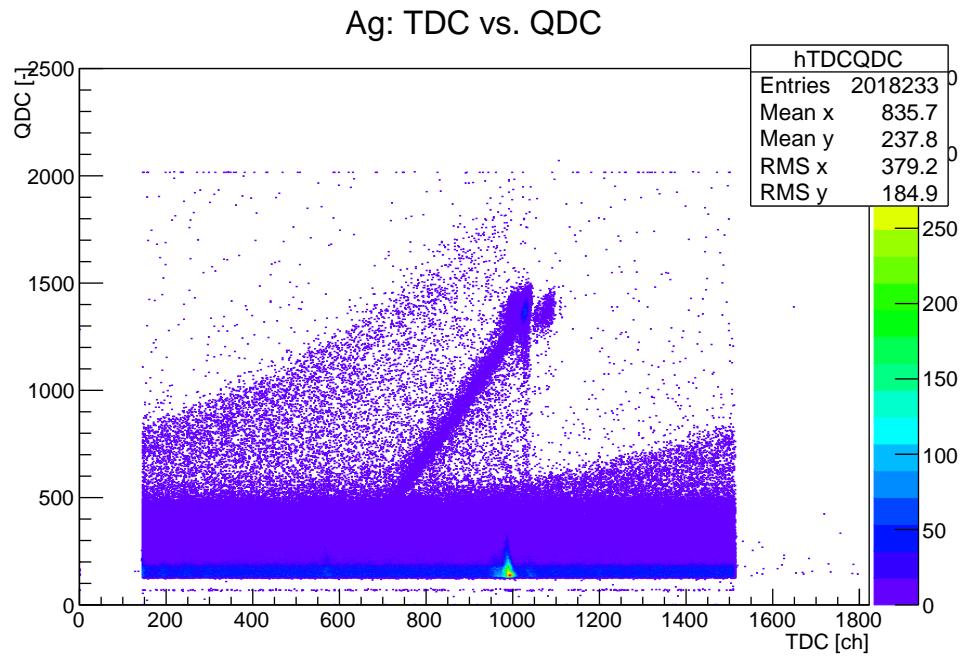


図 16 Ag 標的における TDC–QDC 相関.

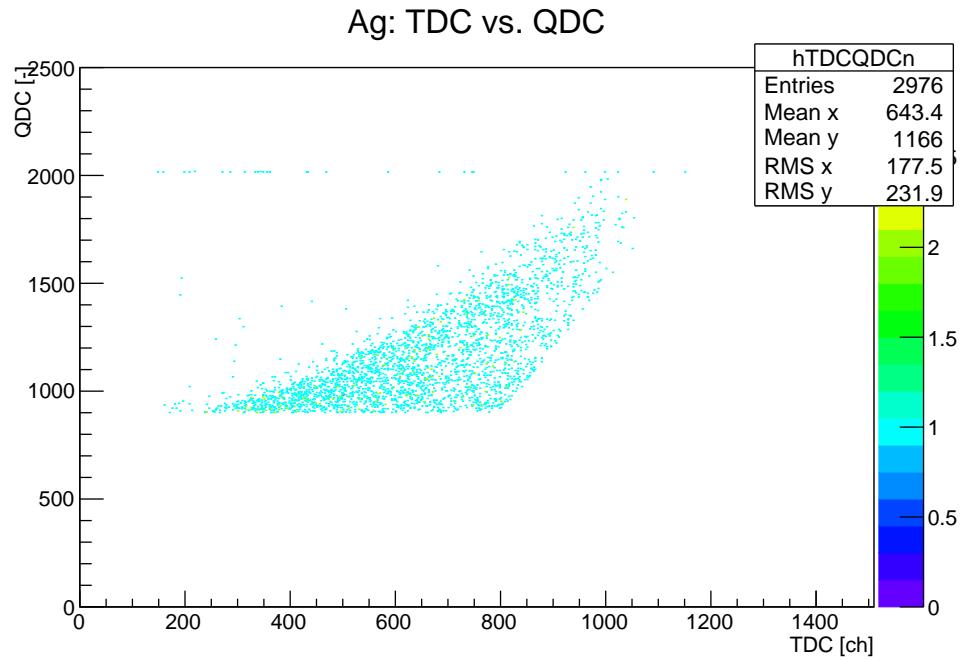


図 17 データ整形後の Ag 標的における中性子 TDC–QDC 相関.

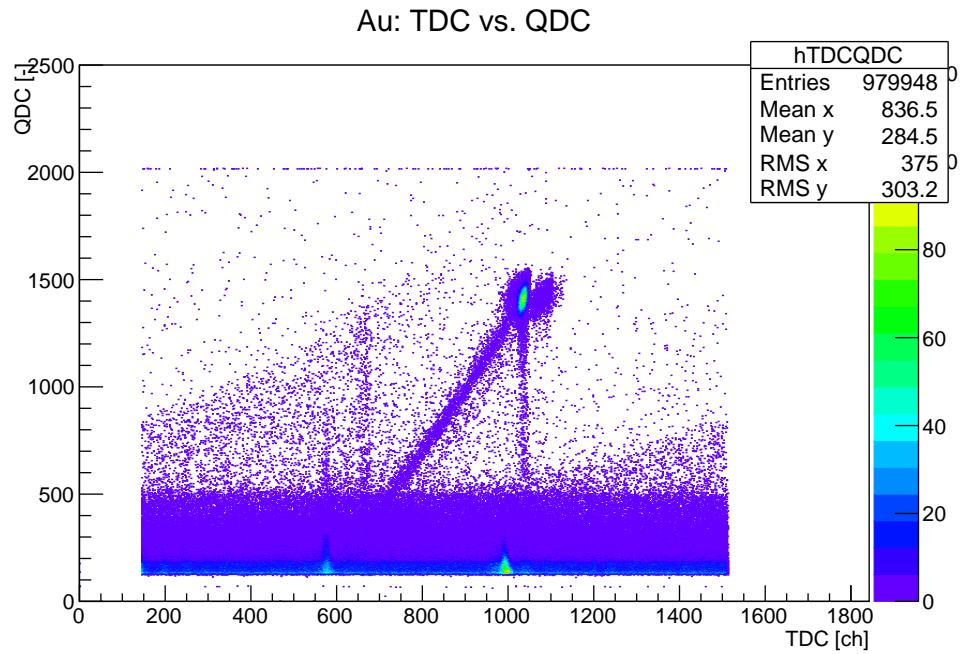


図 18 Au 標的における TDC–QDC 相関.

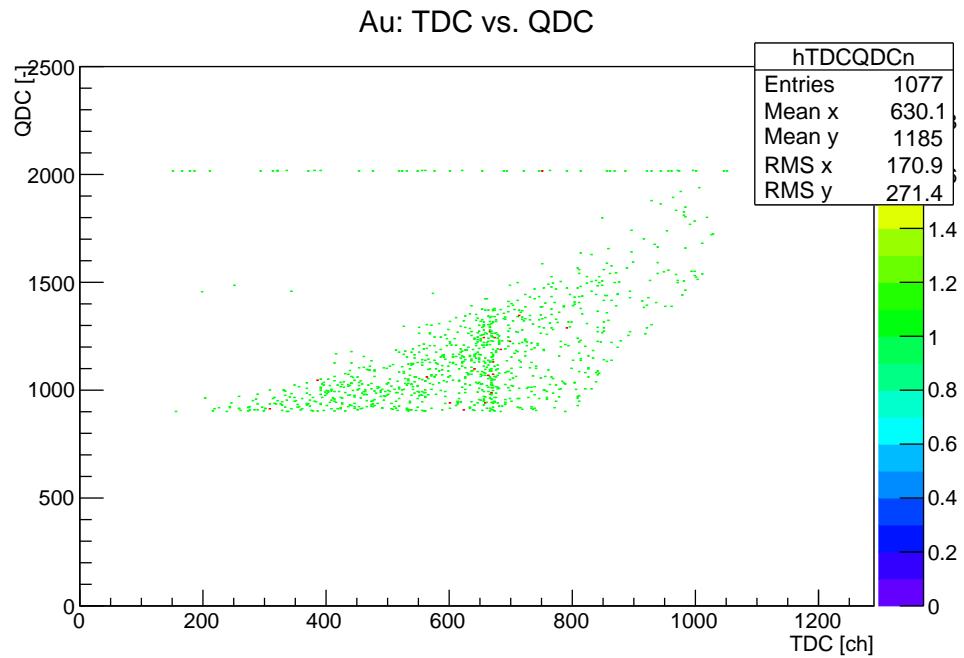


図 19 データ整形後の Au 標的における中性子 TDC–QDC 相関.

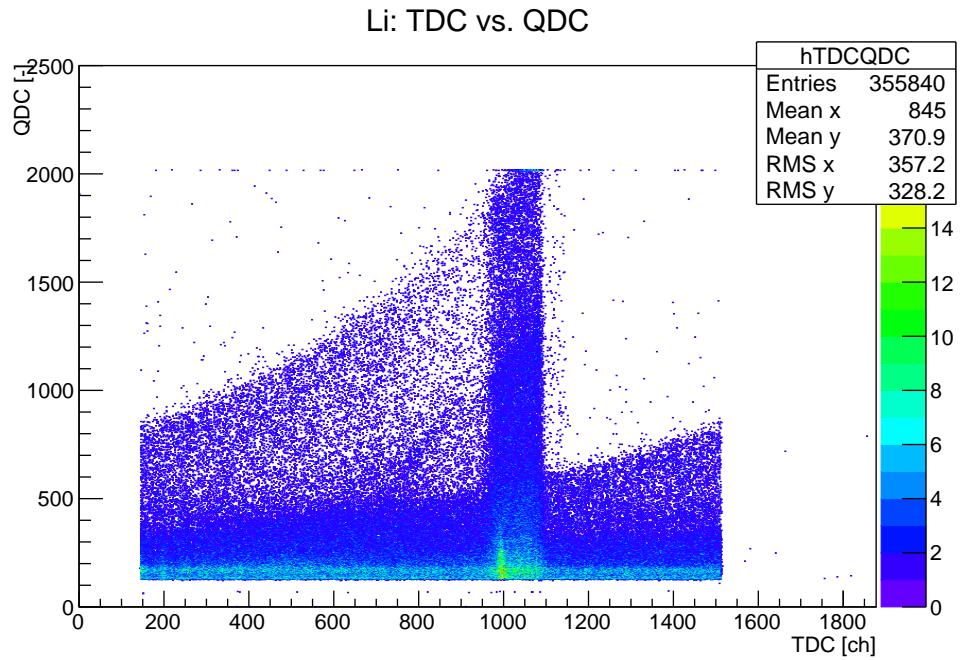


図 20 Li 標的における TDC–QDC 相関.

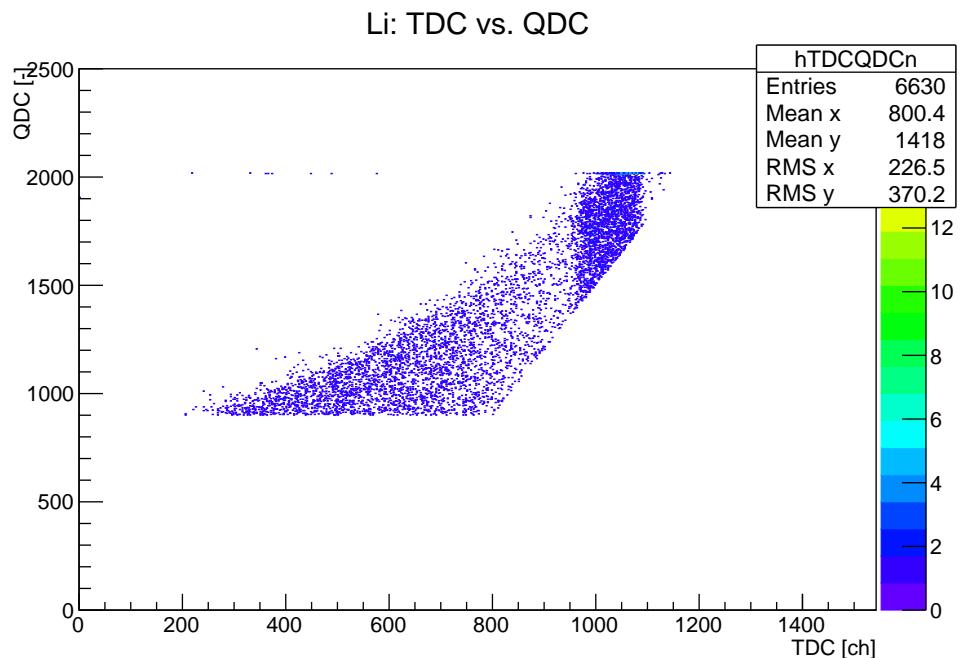


図 21 データ整形後の Li 標的における中性子 TDC–QDC 相関.

4.3 ガンマピークを基準とした、IAS 起因の中性子の TOF 決定

この節では、先に示した図 13 から得られる γ 線ピークをもとに、IAS 起因の中性子の飛行時間 (Time Of Flight: TOF) を決定する手法について述べる。

先に述べたように、陽子が標的に当たって生成された γ 線起因のピークは TDC 980 Ch. 付近に存在した。ここから、生成された γ 線がシンチレータに届いてから次の RF 信号が入力されるまでの時間が分かる。Time Callibrator による時間較正の結果から、TDC のチャンネルと時間の対応について、 $a = 22.21 [\text{Ch.}/\text{ns}]$ であることを用いると、

$$\text{TDC}_\gamma = \frac{980 [\text{Ch.}]}{22.21 [\text{Ch.}/\text{ns}]} \approx 44.12 [\text{ns}] \quad (15)$$

である。

また、 γ 線は光速で飛行することから、標的からシンチレータまでの距離 $L = 7.5344 [\text{m}]$ を用いると、生成されてからシンチレータに届くまでの時間は、 $L/c \approx 25.13 [\text{ns}]$ である。

次に、 γ 線が届いた後に入力される RF 信号と、中性子が届いた後に入力される RF 信号について、その周期差を検討する。

標的に照射された陽子ビームのエネルギーは高々 $T_p = 50 [\text{MeV}]$ 程度である。陽子のエネルギーがすべて生成される中性子の運動エネルギーに転換されたとしても、中性子と陽子の(静止)質量がほぼ同じことから、中性子の運動エネルギーの上限は高々 $T_n = 50 [\text{MeV}]$ である。従って、このことから飛行時間 Δt に下限を設けることができ、非相対論的に計算すると、

$$\Delta t = \frac{L}{\sqrt{2T_n/m_n}} \gtrsim 77 [\text{ns}]. \quad (16)$$

ここで、RF 周期 $T_{\text{RF}} \approx 61.68 [\text{ns}]$ であるから、最も最速でシンチレータ届いた中性子は、 γ 線よりも RF 周期が 1 周期だけ遅れることになる。実際、このことから最も早くシンチレータに届いた中性子に対応する TDC のチャンネルを求めるとき、

$$\text{TDC}_n = \frac{L}{c} + \text{TDC}_\gamma + T_{\text{RF}} - \Delta t_{\min} = 53.94 [\text{ns}] \quad (17)$$

より、 $a = 22.21 [\text{Ch.}/\text{ns}]$ を乗じておよそ 1200 [Ch.] となり、確かに TDC-QDC 相関において見られた 1000-1200 Ch. 付近のエッジに対応することが分かる。

先のデータ整形によって、このような RF 周期が γ 線に対して 1 周期だけ遅れたサンプルのみを抽出しているから、中性子の TDC から飛行時間 Δt を求める式は以下で与えられる。

$$\Delta t = \frac{L}{c} + \text{TDC}_{\gamma} + T_{\text{RF}} - \text{TDC}_n . \quad (18)$$

以上の考察を図に纏めたのが以下の図 22 である。

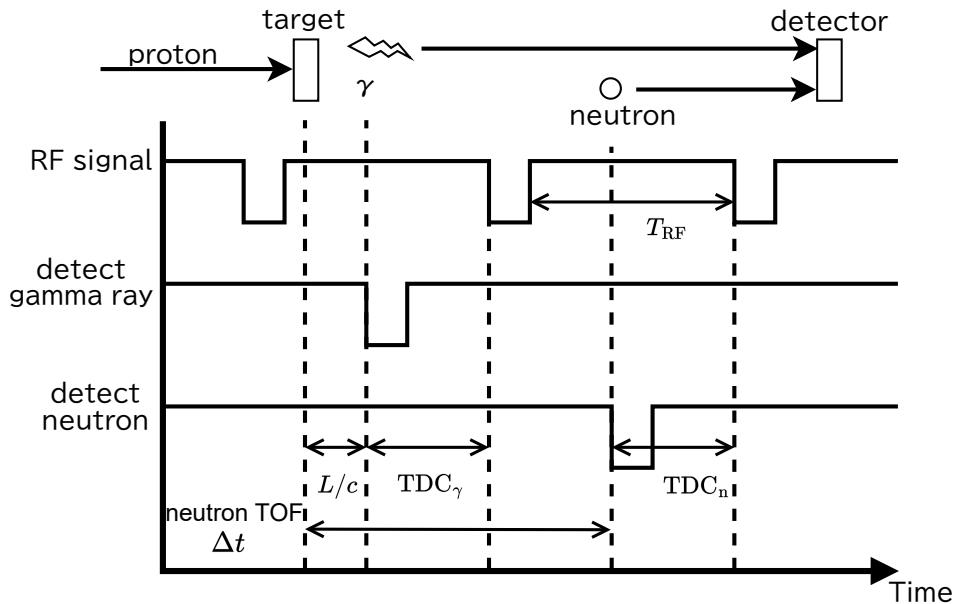


図 22 陽子と標的との衝突によって得られる γ 線と中性子が検出器に届くまでの流れの模式図。中性子は γ 線に対して RF 周期が 1 周期だけ遅れて届いたものとしている。

ここでは、以上の考察に従って得られた中性子 TOF-QDC 相関を代表的に Al 標的にについて図 23 に示す。

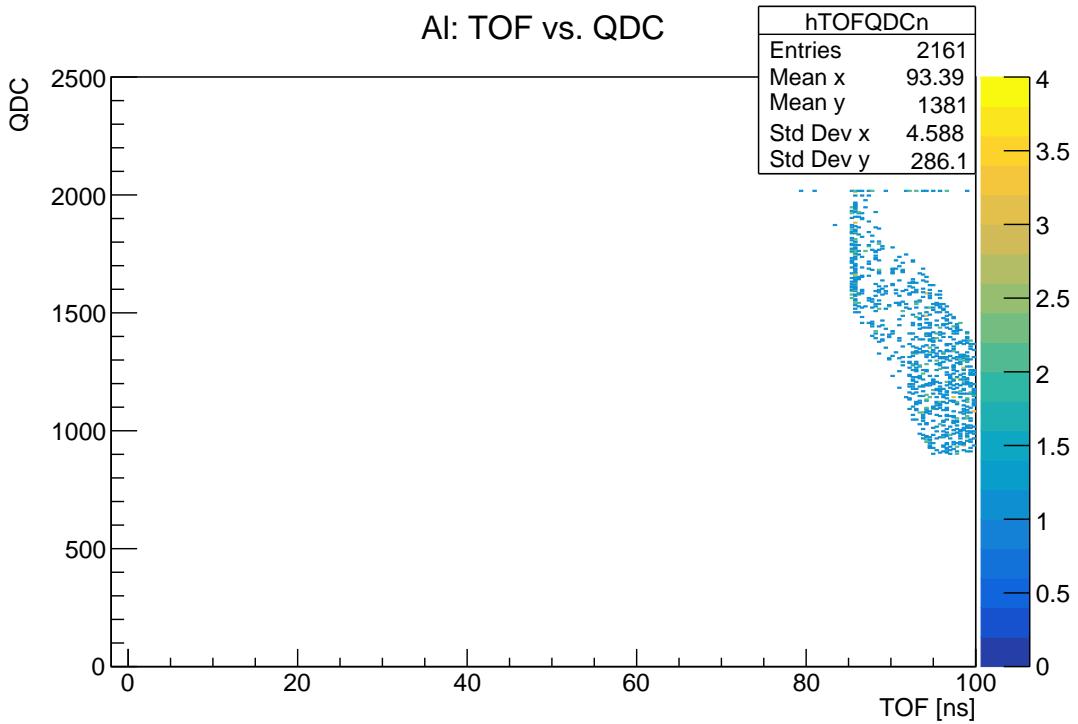


図 23 Al 標的における中性子 TOF–QDC 相関.

4.4 IAS 励起エネルギーの決定、原子核半径の計算

前節によって、中性子の $\text{TOF}\Delta t$ を推定することができた。本節では、飛行時間から IAS 励起エネルギーについて決定する。

飛行時間から、反応で消費されたエネルギーを求める方法については、先の原理の章で述べたので省略する。ただし、時間較正の不定性があるため、その影響を考慮する必要がある。ここでは、誤差伝播から各イベントごとにその TOF 起因のクーロンエネルギーの誤差を計算し、それを標準偏差とするガウシアンで畳み込むことで不定性を考慮した。

各サンプルごとに、エネルギーを横軸に、そのカウント数を縦軸としたグラフを図 24 から 28 にそれぞれ示す。Ag を除くすべてのサンプルにピークが見られた。このピークが IAS におけるクーロンエネルギー差に対応していると考えられる。

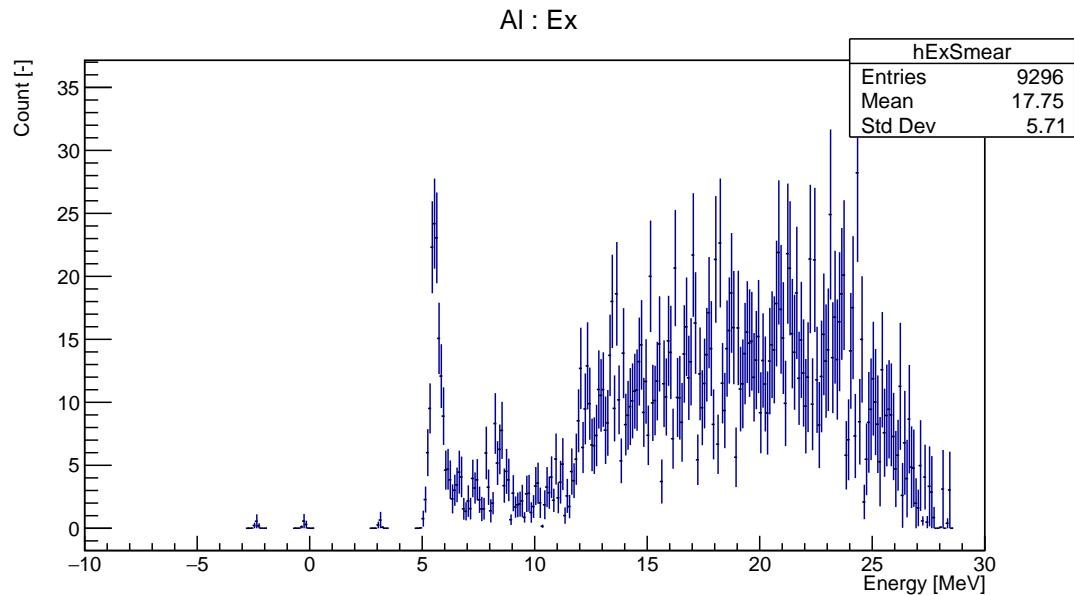


図 24 Al 標的におけるエネルギー分布.

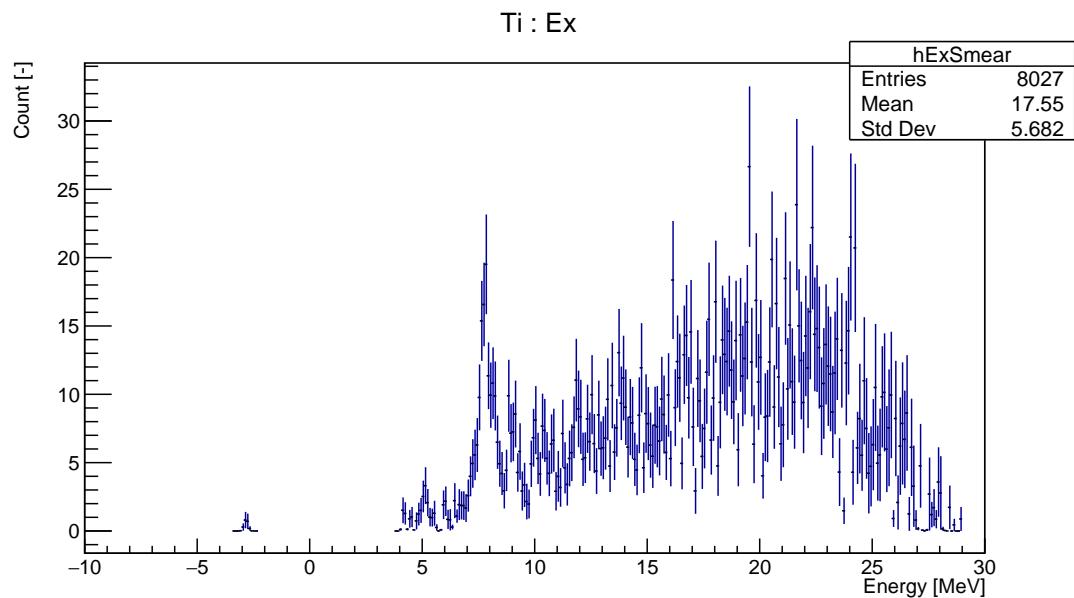


図 25 Ti 標的におけるエネルギー分布.

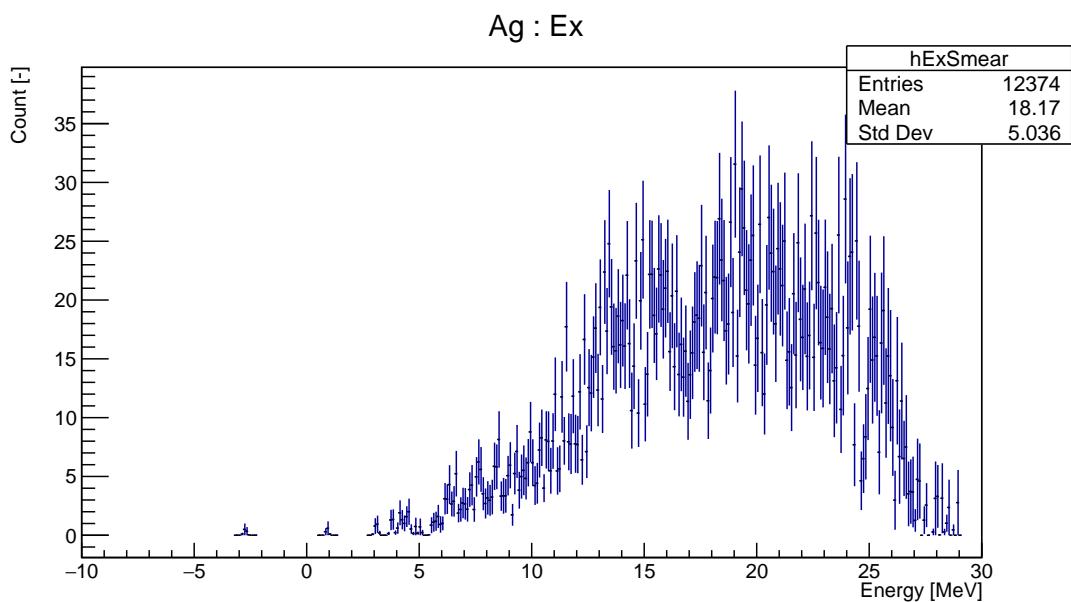


図 26 Ag 標的におけるエネルギー分布.

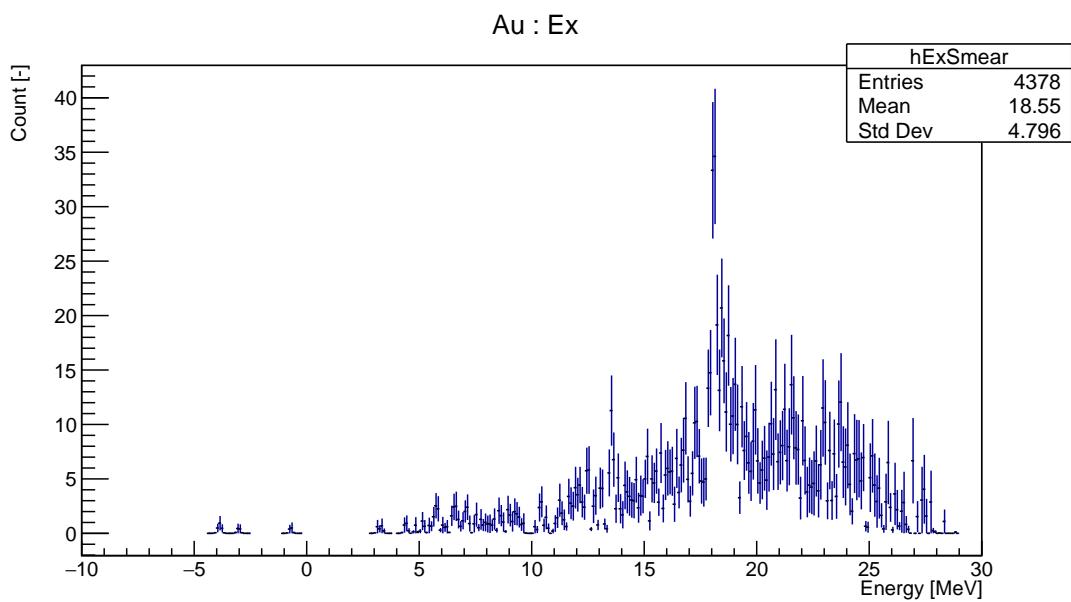


図 27 Au 標的におけるエネルギー分布.

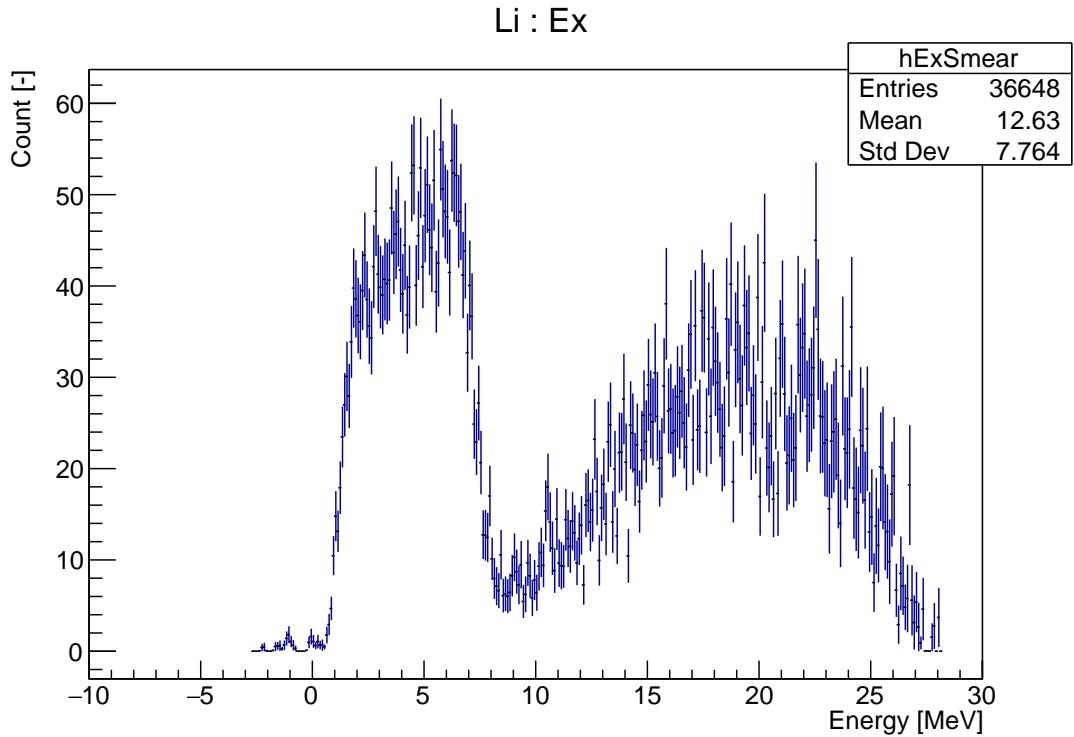


図 28 Li 標的におけるエネルギー分布.

ここから、エネルギーピークの値を求めるために、鋭いピークを持つ Al、Ti、Au 標的についてはガウス関数によるフィッティングを行った。代表的に、Al についてエネルギー分布にフィッティングによる曲線を重ねたものを図 29 に示す。

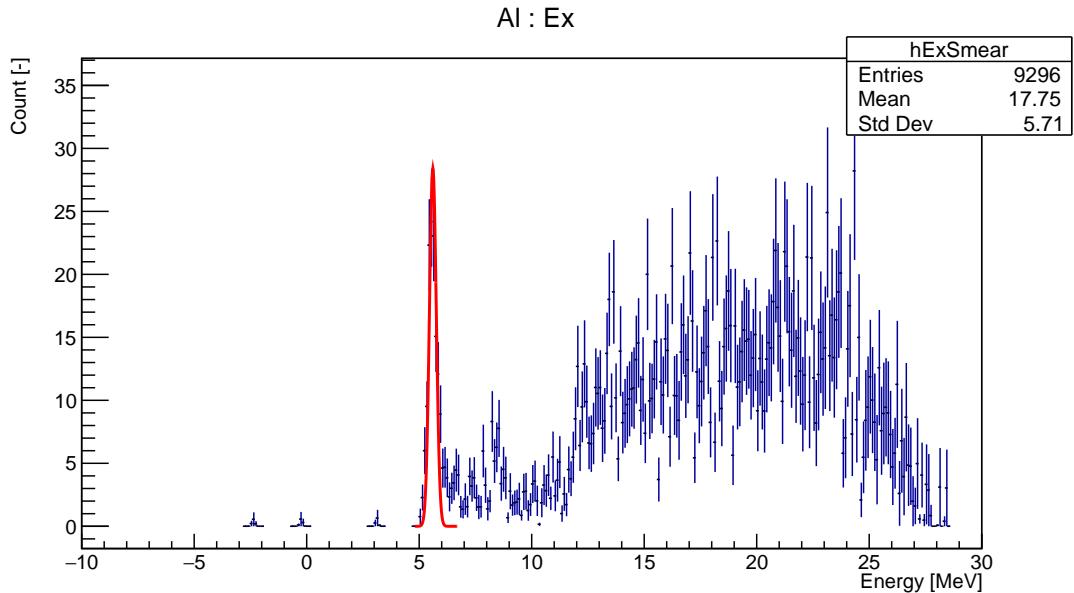


図 29 Al 標的における中性子エネルギー分布とエネルギーピークのガウスフィッティング.

Li 標的については、バンド状のピークが見られたため、ガウスフィッティングを行うことは容易ではない。

このようなピークが見られる要因は、Li 標的の厚さが他の標的と比べ厚いため、Li 標的内部で陽子が反応する位置に応じて入射エネルギーの減衰が生じるためである。従って、このピークの左側が減衰なく反応したときのクーロンエネルギー差に相当する。また、これにより、理想的にはこの減衰によってステップ状のピークが見られるが、後述するような種々の不定性によってガウス関数が畳み込まれたような、鈍ったピークとして観測されている。

そこで、このピークの左側のエッジについて図 30 のようにガウスフィッティングを行い、そのガウシアンの半値幅を基にクーロンエネルギー差を決定した。このとき、ガウシアンの平均は 1.792 ± 0.02759 [MeV]、標準偏差は 0.3958 ± 0.006267 [MeV] であるから、半値幅の右側を取って、クーロンエネルギー差は 1.326 ± 0.06267 [MeV] であると求まる。

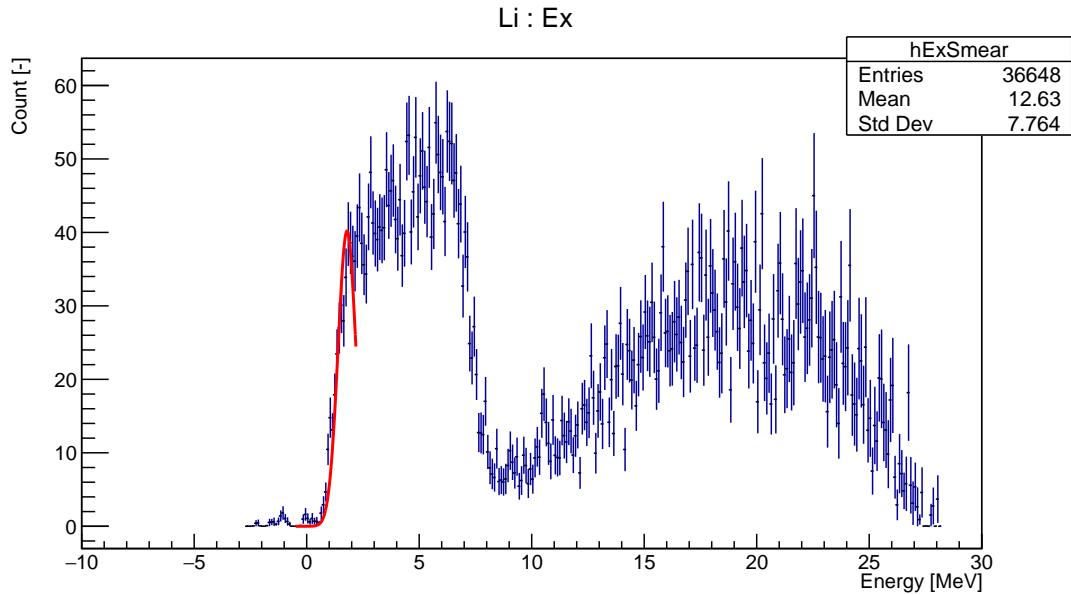


図 30 Li 標的における中性子エネルギー分布とエネルギーピークのガウスフィッティング.

以上のようなガウスフィッティングによって得られたクーロンエネルギー差を以下の表に纏める。

表 2 標的原子とクーロンエネルギー差の関係.

標的原子	クーロンエネルギー差 [MeV]
Al	5.708 ± 0.01901
Ti	7.847 ± 0.03924
Ag	N/A
Au	18.38 ± 0.04007
Li	1.326 ± 0.06267

以上により、クーロンエネルギーが得られたため、これから原子核半径を求めることができる。その結果を以下の表に纏める。ここでは、ガウシアンフィッティングにおける不定性のみを考慮している。

表 3 標的原子と計算された原子核半径の関係.

標的原子	原子核半径 [fm]
Al	4.160 ± 0.01410
Ti	4.955 ± 0.02478
Ag	N/A
Au	7.473 ± 0.01629
Li	4.560 ± 0.02155

また、原子核半径 R と質量数 A には $R \propto A^{1/3}$ の関係がある。そこで、 $A^{1/3}$ と R の相関を次の図 31 に示す。

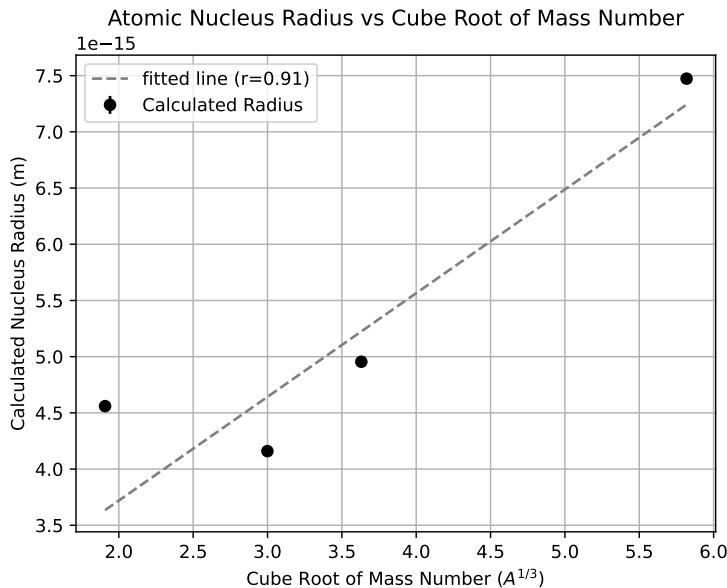


図 31 原子核半径と質量数の関係.

不定性の大きい Li を除いた Al、Ti、Au の原子については、確かに線形の関係になっていることが分かった。Li についてはクーロンエネルギーのピークがバンド状であり、正確に決定することが難しいため、このような結果になったと考えられる。

5 考察

本節では、実験結果を踏まえ、以下の 3 点について考察を行う。

- 実験装置によって生じる誤差
- Ag 標的において IAS によるピークが見られなかった要因
- TDC-QDC 相関図に表れている信号の意味

5.1 実験装置によって生じる誤差

実験装置に起因する誤差の一つとして、液体シンチレータ内における中性子とシンチレータとの反応位置の不確定性が挙げられる。図 4 に示すように、液体シンチレータは中性子の進行方向に対して 50.8 mm の幅をもつ。したがって、ターゲットからシンチレータまでの距離には ± 25.4 mm の位置不確定性が存在すると考えられる。

この位置の誤差のクーロンエネルギー差 E_c および原子半径 R への伝搬の過程を以下に示す。ただし、式 (18) より飛行時間 t は L に依存しているので、その点に注意して計算を行った。

1. 速度 β への誤差伝搬

$$\begin{aligned} d\beta &= \left| \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{L}{tc} \right) \right| dL \\ &= \left| \frac{1}{tc} - \frac{L}{t^2 c} \frac{\partial t}{\partial L} \right| dL \\ &= \left(1 - \frac{L}{tc} \right) \frac{dL}{tc} \end{aligned}$$

2. 中性子運動エネルギー T_n への誤差伝搬

$$\begin{aligned} dT_n &= \left| \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{m_n}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_n \right) \right| d\beta \\ &= \frac{m_n \beta}{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 - \frac{L}{tc} \right) \frac{dL}{tc} \end{aligned}$$

3. クーロンエネルギー差 ΔE_c への誤差伝搬

$$\begin{aligned} d(\Delta E_c) &= \left| \frac{\partial}{\partial T_n} (T_p - T_n) \right| dT_n \\ &= dT_n \\ &= \frac{m_n \beta}{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 - \frac{L}{tc} \right) \frac{dL}{tc} \end{aligned}$$

4. 原子半径 R への誤差伝搬

$$dR = \left| \frac{\partial}{\partial E_c} \left[\frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 E_c} (2Z + 1) \right] \right| d(\Delta E_c)$$

$$= \frac{3e^2(2Z + 1)}{20\pi\epsilon_0 E_c^2} \cdot \frac{m_n \beta}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 - \frac{L}{tc}\right) \frac{dL}{tc}$$

また、実験装置に起因する誤差として、ターゲット内での反応位置による中性子のエネルギー T_n の不確定性が挙げられる。図 32 に示すように、ターゲット表面で反応した場合には、放出される中性子とターゲット物質との相互作用はほとんど無視できるため、エネルギーの減衰を考慮する必要はない。一方で、図 33 のようにターゲット内部で反応が起こった場合、入射陽子は荷電粒子であるためターゲット原子とのクーロン相互作用によってエネルギーを失いながら進行し、反応時点での陽子のエネルギーは入射時よりも減衰していると考えられる。したがって、同一入射条件下でも反応位置の違いにより中性子の放出エネルギーに不確定性が生じる。

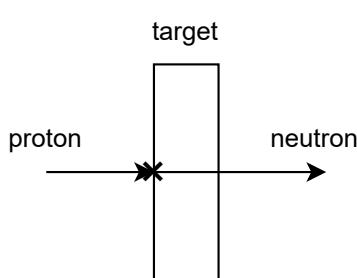


図 32 ターゲット表面で反応した場合

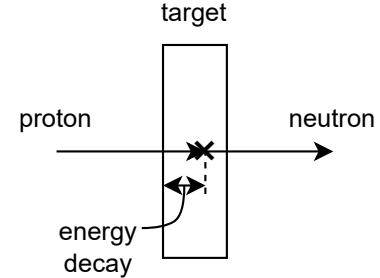


図 33 ターゲット内部で反応した場合

ターゲット内部でのエネルギー減衰の大きさはターゲット厚さに依存するため、表 1 に示した各ターゲット厚さとともに、入射陽子がターゲット表面から通過した場合に失う最大の減衰エネルギー E_d を LISE++ を用いて算出した。結果を表 4 に示す。

表4 各ターゲットの最大の入射陽子の減衰エネルギー

ターゲットの種類	最大の減衰エネルギー E_d [MeV]
Al	0.0264
Ti	0.6245
Ag	0.3075
Au	0.2298
Li	5.8803

ここで得られた E_d は、ターゲット内部で反応が最も深い位置で起こった場合に、入射陽子が持つエネルギーの最大減衰量を意味する。この減衰により、生成される中性子の運動エネルギー T_n は、表面反応時に比べて小さくなる。したがって、この効果は一方向性の誤差として扱うのが適切である。 ΔE_c のどちらの方向に影響するかを考えると、次式より、 E_d が大きいほど ΔE_c は大きく見積もられることがわかる。

$$E_c = T_p - (T_n - E_d) = (T_p - T_n) + E_d$$

したがって、 E_d による誤差は ΔE_c の上側のみに寄与する。これを踏まえ、先と同様の方法で E_n に対する $+E_d$ の誤差伝搬を計算すると、次式のように表される。

$$d(\Delta E_c) = \frac{m_n^3 \beta}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 - \frac{m_n}{T_n + m_n}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{(T_n + m_n)^3} E_d$$

$$dR = \frac{3e^2(2Z+1)}{20\pi\epsilon_0 E_c^2} \cdot \frac{m_n^3 \beta}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 - \frac{m_n}{T_n + m_n}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{(T_n + m_n)^3} E_d$$

このように、シンチレータ内の反応位置の不確定性による対称的な誤差と、ターゲット内部でのエネルギー減衰に起因する一方向性の誤差を合わせて考慮することで、実験装置全体に起因する不確定性を見積もることができる。これら2つの誤差要因は物理的に独立であるため、それぞれの二乗和平方根をとることで合成し、実験装置に由来する総合の誤差として算出した。ただし、ターゲット内部での反応位置によるエネルギー減衰の影響は一方向性の効果であるため、上側誤差のみに加算して評価した。

以上の方針により、IAS のピークが観測できなかった Ag およびピークに幅が見られた Li を除く各ターゲットについて、クーロンエネルギー差 ΔE_c および原子半径 R の実験装置に起因する誤差を算出した結果を表5に示す。

表5 各ターゲットの実験装置に起因するクーロンエネルギー差 ΔE_c および原子半径 R の誤差

ターゲット	$d(\Delta E_c)$ [MeV]		dR [fm]	
	+ 側	- 側	+ 側	- 側
Al	0.223	0.220	0.165	0.163
Ti	0.899	0.210	0.569	0.132
Au	0.361	0.162	0.147	6.60×10^{-2}

一方、Li については、ターゲット内での反応位置による不確定性は図 28 に示すようにバンドとして現れており、その端点を解析の段階で既に考慮している。したがって、本節ではシンチレータ内の反応位置に起因する不確定性のみを考慮すると実験装置によって生じる誤差は以下のようになる。

$$\begin{aligned} d(\Delta E_c) &= \pm 0.239 \text{ [MeV]} \\ dR &= 0.851 \text{ [fm]} \end{aligned}$$

前章の解析結果と二乗和平方根を用いて合成し、Ag を除く各ターゲットの誤差をまとめた結果を表 6 に示す。

表6 各ターゲットのクーロンエネルギー差 ΔE_c 、原子半径 R の誤差

ターゲット	$d(\Delta E_c)$ [MeV]		dR [fm]	
	+ 側	- 側	+ 側	- 側
Al	0.224	0.221	0.164	0.166
Ti	0.900	0.214	0.134	0.570
Au	0.362	0.167	0.0680	0.148
Li	0.247	0.247	0.851	0.851

以上の誤差の考察の上で、改めて原子量数 $A^{1/3}$ と原子核半径 R の関係を図 34 に示す。

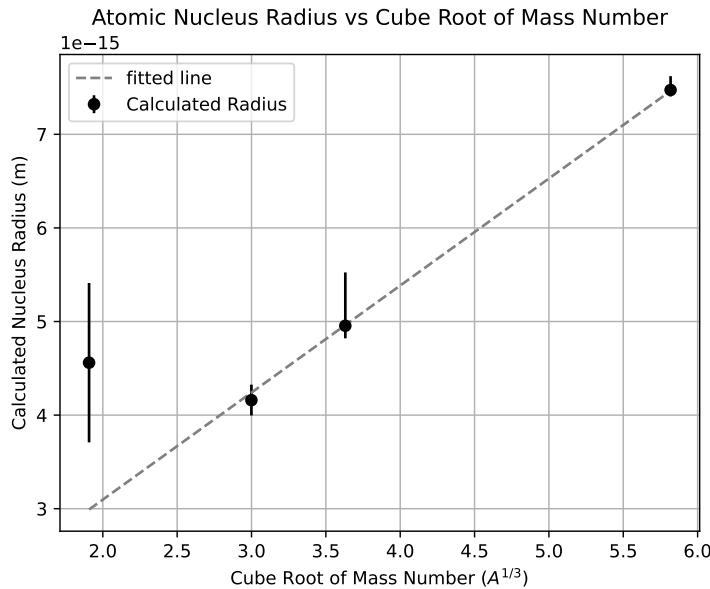


図 34 原子核半径と質量数の関係.

のことから、Li が線形の関係から外れた要因としては、実験装置起因の誤差による影響も大きいものと考えられる。

5.2 Ag 標的において IAS によるピークが見られなかった要因

天然の Ag は、他の 4 つのターゲット元素と異なり、表 7 に示すように、安定な同位体として ^{107}Ag および ^{109}Ag の 2 種類を含む。このため、もし実験装置のエネルギー分解能が十分であれば、IAS 遷移に対応する中性子ピークは二つに分かれ、それぞれのピーク強度は単一ピークの約半分になることが予想される。すると、これらのピークは他の励起準位に由来する中性子信号に埋もれてしまい、観測が困難になる可能性がある。

表 7 Ag の天然同位体の存在比

同位体	存在比
^{107}Ag	51.8%
^{109}Ag	48.2%

各同位体が IAS に遷移することによって上昇するクーロンエネルギー ΔE_c を既存データから表 8 に示す。

表8 Ag の同位体が IAS に遷移することによるクーロンエネルギー上昇 [1]

同位体	ΔE_c [MeV]
^{107}Ag	6.133
^{109}Ag	6.437

このデータを用いて、ターゲットから検出器に到達するまでにかかる時間 t を計算すると、表 9 のようになる。

表9 Ag の同位体が IAS に遷移することによって生成する中性子の検出器到達時間

同位体	t [ns]
^{107}Ag	86.19
^{109}Ag	86.48

これより、 ^{107}Ag と ^{109}Ag では到達時間の差が約 0.29 ns であることがわかる。今回の実験では、TDC の 1 チャンネルあたりの時間幅は約 0.045 ns であり、この差は十分に分解可能であると考えられる。したがって、時間分解能の観点からは、二つの同位体の IAS ピークを識別できるはずである。

しかしながら、実際の観測では明瞭な IAS ピークは確認できなかった。これは、二つの同位体に対応するピーク強度がそれぞれ半分となり、かつ他の励起準位に由来する中性子信号に埋もれたためであると考えられる。したがって、Ag 標的において IAS ピークが観測されなかつた主因は、同位体によるピーク分散と信号との重なりにあると結論できる。

5.3 TDC-ADC 相関図に表れている信号の意味

本節では、TDC-ADC 相関図に観測された信号について、その起源をガンマ線、荷電粒子、および中性子の三種類の粒子に分類して考察する。例として、Al 標的における TDC-ADC 相関図を各信号に分類した結果を図 35 に示す。

■ガンマ線の信号 TDC-ADC 相関図において、最初に観測される明瞭なピーク（図 35 の①-1）は、主に陽子捕獲反応に伴って放出されるガンマ線による信号であると考えられる。ガンマ線は光速という一定の速度で検出器に到達するため、TDC 上でピークをもつて測定されたと考えられる。

一方、時間全域にわたって広がりを持つ成分（図 35 の①-2）は、励起した原子核が脱

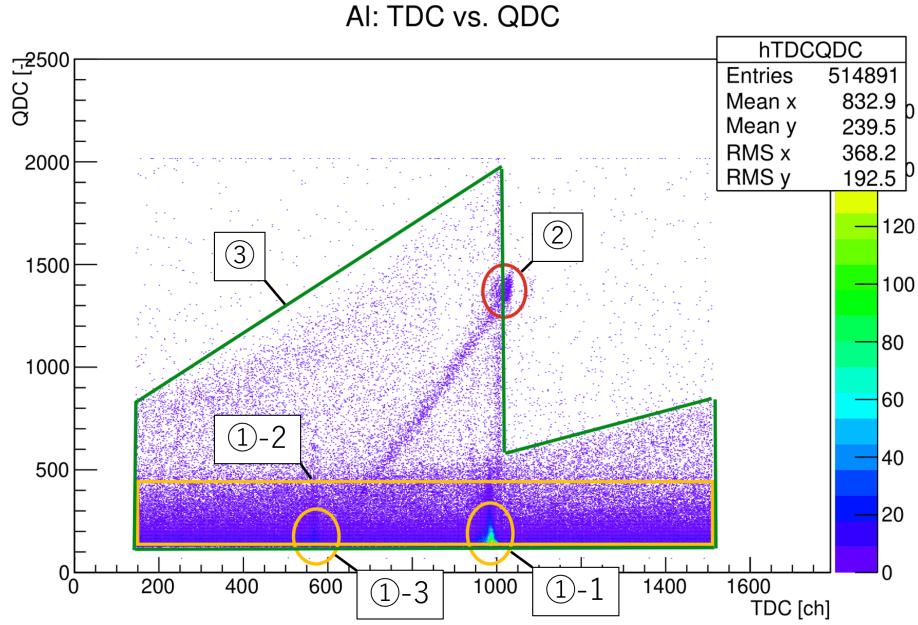


図 35 AI 標的における TDC-ADC 相関図の信号ごとの分類結果

励起する際に放出するガンマ線に対応していると考えられる。このガンマ線は、異なる寿命をもつ複数の励起準位からの遷移が重なって観測される、時間的に連続的な分布を示すためである。

さらに、図 10 に示すように、主ピークの後に別のピークが現れる場合がある（図 35 の ①-3）。このピークは、入射陽子がターゲットで反応せずに通過し、ビームダンプに到達した際に発生した二次的ガンマ線が検出されたものであると考えられる。観測された 2 つのピークは 1 つ目のピークより約 400 ch 遅れており、TDC のチャンネルと時間の関係について 22.21 ns/ch を用いると約 18 ns の遅延に相当する。

この時間差をターゲットからビームダンプを経て検出器に到達するまでの陽子の飛行時間として見積もる。陽子の速度 βc は、運動エネルギー T_p と静止質量 m_p の関係から

$$T_p = (\gamma - 1)m_p c^2,$$

$$\therefore \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{m_p c^2}{T_p + m_p c^2} \right)^2} \approx 0.3106$$

と求められる。このとき、図 3 を見るとターゲットからビームダンプまでの距離は約 2.1 m であるため、 $T_p = 50 \text{ MeV}$ と仮定すると飛行時間は

$$t = \frac{2.1}{\beta c} \approx 22 \text{ ns}$$

となり、測定値とおおむね一致する。このことから、2つ目のピークがビームダンプ起源のガンマ線であるという考えは妥当であるだろう。

■荷電粒子の信号 TDC-ADC 相関図の中で、TDC および ADC の両方で明瞭なピークを示す信号（図 35 の②）は、荷電粒子によるものであると考えられる。荷電粒子は Bethe の式（式（10））に示されるように、ガンマ線や中性子に比べシンチレータ内で大きなエネルギー損失を生じ、ADC 値が明瞭なピークを形成するためである。また、この信号は T_{RF} と同周期で出現することから、陽子ビームと同期して放出されていることがわかる。

図 3 に示す実験配置を考慮すると、遮蔽物を通過しにくい荷電粒子が検出器に到達する場合、主にターゲット側から入射したものに限られる。したがって、この信号は陽子入射に伴って生成された粒子である可能性が高い。ただし、本実験のデータのみから粒子種を特定することは困難であると考えられる。

また、荷電粒子のピークから左下に伸びている直線の信号についても、その要因となる現象・粒子の推定が困難であった。

■中性子の信号 TDC-ADC 相関図上で広く分布し、曲線状の境界をもつ成分（図 35 の③）は中性子による信号であると考えられる。これは主として (n, p) 反応に由来し、反応によって生成される中性子のエネルギーが、ターゲット核内の励起準位に依存して異なるため、検出までの飛行時間が広く分布していると考えられる。

また、ADC 軸方向に分布をもつ理由は、中性子が電荷を持たず、シンチレータ中のエネルギー損失が小さいことが影響していると考えられる。Bethe の式からも明らかのように、電荷を持たない中性子は全エネルギーをシンチレータ内で失わず、エネルギーを持ったまま通り過ぎる場合がある。その結果、ADC 値に幅をもつ分布が形成される。

さらに、TDC と ADC の間に見られる曲線状の境界は、中性子の飛行時間と運動エネルギーの間に相関があることに由来すると考えられる。中性子の速度 βc と運動エネルギー T_n の間には、相対論的な関係式

$$T_n = (\gamma - 1)m_n c^2 = m_n c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

が成り立つ。したがって、飛行距離 L を一定とすれば飛行時間 t は

$$t = \frac{L}{\beta c}$$

で与えられるため、TDC（飛行時間）と ADC（エネルギー）との間に非線形な関係

$$t \propto \frac{1}{\sqrt{1 - \left(1 + \frac{T_n}{m_n c^2}\right)^{-2}}}$$

が生じる。この関係に沿って分布が曲線状に現れると考えられる。

6 結論

今回の実験では、IAS の観測と核半径の推定を目標としていた。Ag では IAS のピークを観測することができなかったが、Al、Ti、Au、Li では IAS のピークを観測することができた。そのピークの値をもとに、核半径の値を誤差 2% 以下の精度で推定することができた。よって、この実験を通して当初の目標を達成できたといえるだろう。

参考文献

- [1] C. G. SHUGART, J. R. CURRY, G. A. LOCK P. A. MOORE, and P. J. RILEY
Isobaric-Analog Studies with ^{107}Ag and ^{109}Ag (1968) p.4