中間報告 2021 年 10 月 25 日

最適スライディングモード制御を用いた宇宙機の姿勢安定制御

TM21K020　久門田 諒

1　はじめに

剛体宇宙機は運動方程式は共に非線形方程式になり，通常の線形制御理論を適用することは難しい．また，剛体宇宙機の姿勢安定化問題は性能の最適性だけでなくロバスト性を考慮した制御設計が必要になる．そこで，本報告書では，非線形の制御対象を変換することなく取り扱うことができるスライディングモード制御と最適制御理論を組み合わせた最適スライディングモード制御を宇宙機に適用することを検討した．

2　宇宙機のダイナミクスとキネマティクス

剛体宇宙機の運動方程式を表現する際，修正ロドリゲスパラメータ (MRP) を用いて宇宙機の姿勢を表現する．宇宙機の運動方程式は次のようになる．[1]

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}\dfrac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} & = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u} + \boldsymbol{d} \\ \dfrac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} & = \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega} \end{cases} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{4}[(1-\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}_3 + 2\boldsymbol{\sigma}^{\times} + 2\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}^T] \tag{2}$$

3　最適な滑り面の決定

最適滑り面 $\boldsymbol{s}$ を最適制御理論を用いて決定する．最適滑り面を決定するために式 (1) を考慮した評価関数を最小化するような滑り面を考える．評価関数は次のようなものを考える．

$$\Theta = \frac{1}{2}\int_{t_s}^{\infty}\left[\frac{\rho\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma}}{(1+\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma})^2} + \boldsymbol{\omega}^T\boldsymbol{\omega}\right]dt \tag{3}$$

式 (1) と式 (3) より，ハミルトニアン H は次のように表せる．

$$H = \frac{1}{2}\frac{\rho\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma}}{(1+\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma})^2} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^T\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}^T\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega} \tag{4}$$

上式を用いると，最適滑り面 $\boldsymbol{s}$ は次のように表せる．

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\omega} + \frac{\sqrt{\rho}\boldsymbol{\sigma}}{1+\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma}} \tag{5}$$

4　制御入力の決定

制御入力 $\boldsymbol{u}$ は等価制御入力 $\boldsymbol{u}_{eq}$ と可変構造入力 $\boldsymbol{u}_{vs}$ の和 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_{eq} + \boldsymbol{u}_{vs}$ で構成される．また，等価入力 $\boldsymbol{u}_{eq}$ は $\dot{\boldsymbol{s}} = 0$ に，可変構造入力 $\boldsymbol{u}_{vs}$ は有限時間内に滑り面 $\boldsymbol{s} = 0$ に到達するように決定される．

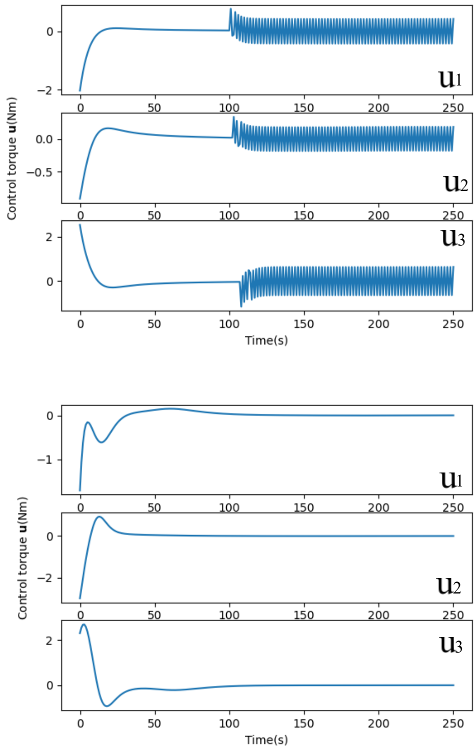

図 1　制御入力 (sign と tanh)

$$\boldsymbol{u}_{eq} = \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{d} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{u}_{vs} = -\boldsymbol{\alpha}_1\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\alpha}_2 sgn(\boldsymbol{s}) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\sqrt{\rho}}{4(1+\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma})}[(1-\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}_3 + 2\boldsymbol{\sigma}^{\times}] \tag{8}$$

よって，式 (6)，(7) より求めるべき最適入力は次のようになる．

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{d} - \boldsymbol{\alpha}_1\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\alpha}_2 sgn(\boldsymbol{s}) \tag{9}$$

5　数値シミュレーション

式 (9) の符号関数 $sgn(\boldsymbol{s})$ を $tanh(\mu\boldsymbol{s})$ に置換した時の入力を比較した．図 1 から外乱環境下での入力のチャタリングを抑制することができた．

参考文献

[1] Chuanjiang Li, Yibo Wang, Liang Xu, Zhongzhao Zhang：Spacecraft Attitude Stabilization Using Optimal Sliding Mode Control，IEEE(2010)