

1. Consideremos el puzzle-8 descrito en clase y sea el estado objetivo, como de costumbre,

1	2	3
8		4
7	6	5

y consideremos como estado inicial,

2	8	3
1	6	4
7		5

Sean las siguientes funciones heurísticas  $h_1$ ,  $h_2$ :

$h_1(n)$ = número de piezas descolocadas en  $n$

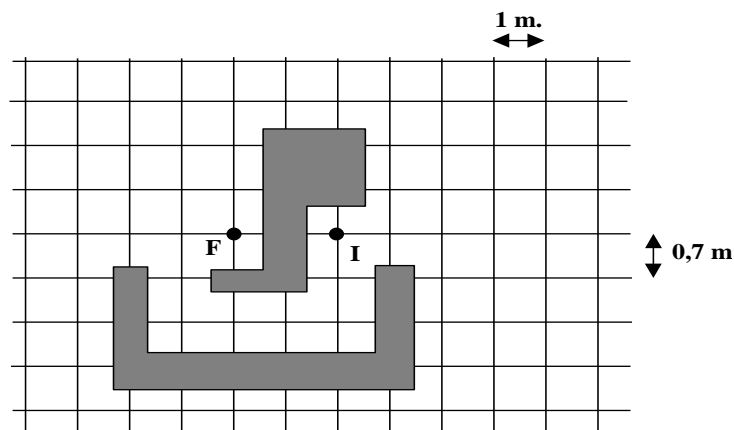
$h_2(n)$ = suma de distancias existentes entre la posición de cada pieza en  $n$  y su posición en el estado objetivo.

Se toma como distancia entre dos posiciones de una pieza la suma de filas y columnas que distan. P. ej., entre la posición inicial del 8 y la final hay una distancia de  $1+1=2$ . Se pide:

- estudiar si  $h_1$  y  $h_2$  son admisibles.
- estudiar si satisfacen la restricción monótona.
- estudiar si alguno de ellos está más informado que el otro.
- aplicar el algoritmo  $A^*$  con el heurístico  $h_1$ .
- id. con  $h_2$ .

2. Un móvil puede situarse en los nodos de una malla rectangular como la de la figura. La posición inicial del móvil es la indicada con I y se desea que se sitúe en la indicada con F. Los tramos de la malla señalados con trazo grueso son inaccesibles. Se pide:

- Hallar una función heurística  $h$  que guíe la búsqueda del camino más corto de I a F y satisfaga las condiciones  $A^*$ .
- comprobar si la  $h$  así definida satisface la restricción monótona.
- aplicar el algoritmo  $A^*$  al problema, indicando en cada paso el estado expandido, el árbol de búsqueda generado y los valores de  $h$  y  $g$  en cada estado generado.



3. Aplicar el algoritmo A\* para hallar un camino que una las ciudades J y F. Las distancias por carretera entre las ciudades de la región vienen dadas en la tabla siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A			63	75		44					
B			61	77			64				
C				29							
D					38			56			34
E						58					59
F											
G								27		55	
H									35		44
I										40	
J											
K											

y las distancias aéreas a la ciudad F son:

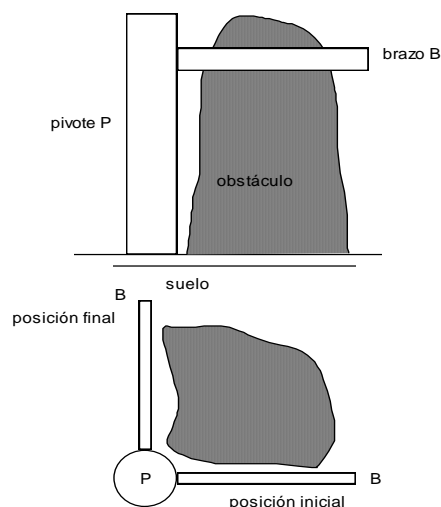
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
F	38	97	59	62	46		111	112	139	158	87

Estudiar si el camino hallado es óptimo.

4. Un robot (vd. la figura) está formado por un pivote cilíndrico P fijo al suelo y un brazo horizontal B solidario al pivote y perpendicular a su eje. El pivote P puede girar libremente alrededor de su eje en ambos sentidos, y el brazo B es telescópico, es decir, se puede alargar o acortar desde una longitud mínima de 0 a una máxima de 3 cm. La rotación del pivote se realiza por saltos de 15°. Cada salto consume 2,7 unidades de combustible. El acortamiento o alargamiento del brazo se realiza por saltos de 1 cm. Cada salto consume 1,5 unidades de combustible. El brazo no puede pasar por las zonas señaladas en negro.

Las posiciones inicial y final son las indicadas en la figura. En ambas el robot tiene el brazo completamente extendido. Se desea que el robot pase a la posición final. Se pide:

- Hallar una función de estimación heurística del coste mínimo de pasar de una posición a otra.
- Aplicando el algoritmo A\*, hallar una sucesión de giros y movimientos que lleven de la posición inicial a la final, así como el coste mínimo de esta maniobra.



5. Considérese el siguiente problema de asignación. Las recientes lluvias han provocado daños en la infraestructura de un municipio y deben ser reparados con urgencia. Concretamente hay N obras por realizar y se ha pedido presupuesto a N empresas constructoras para cada una de las obras. El coste de encargar cada obra a cada empresa viene dado por una tabla como la siguiente:

	Obra 1	Obra 2	...	Obra N
Empresa 1	$c_{11}$	$c_{12}$	...	$c_{1N}$
Empresa 2	$c_{21}$	$c_{22}$	...	$c_{2N}$
...	...		...	...
Empresa N	$c_{N1}$	$c_{N2}$	...	$c_{NN}$

donde  $c_{ij}$  es el coste de asignar a la empresa i la obra j.

El ayuntamiento ha decidido asignar una sola obra por empresa. El problema consiste en decidir qué obra se asignará a cada empresa de modo que se minimice el coste total.

Se pide:

- Formalizar detalladamente el problema para resolverlo empleando el algoritmo A\*.
- Hallar una función heurística sencilla para el problema que satisfaga las condiciones de A\* (no se admite  $\forall n$   $h(n) = 0$ ).
  - Enunciar la restricción monótona y comprobar si la cumple el heurístico propuesto.
  - Demostrar que el heurístico propuesto es admisible.
  - Enunciar en qué casos un heurístico está más informado que otro, y comprobar para qué casos el heurístico propuesto está más informado que  $\forall n$   $h(n) = 0$ .
- Resolver el problema correspondiente a los datos de la siguiente tabla empleando el algoritmo A\* y el heurístico propuesto en el apartado (b). Mostrar para cada iteración el nodo seleccionado para expansión, y para cada nodo sus valores de  $g(n)$ ,  $h(n)$  y  $f(n)$ . Mostrar también el grafo de búsqueda generado finalmente por A\*, la solución encontrada y su coste.

	O1	O2	O3	O4
E1	2	3	2	4
E2	5	5	4	5
E3	6	5	4	3
E4	10	8	6	6

(coste en millones de pesetas)

6. Un robot móvil puede desplazarse por los nodos de la malla representada en la figura. Se desea trasladar el robot desde la localización L1 a la localización L2. Cada localización viene dada por las coordenadas del nodo de la red donde se encuentra el robot y su orientación respecto al sistema de referencia de la figura.

localización	coordenadas	orientación
L1	(2, 2)	180°
L2	(3, 3)	90°

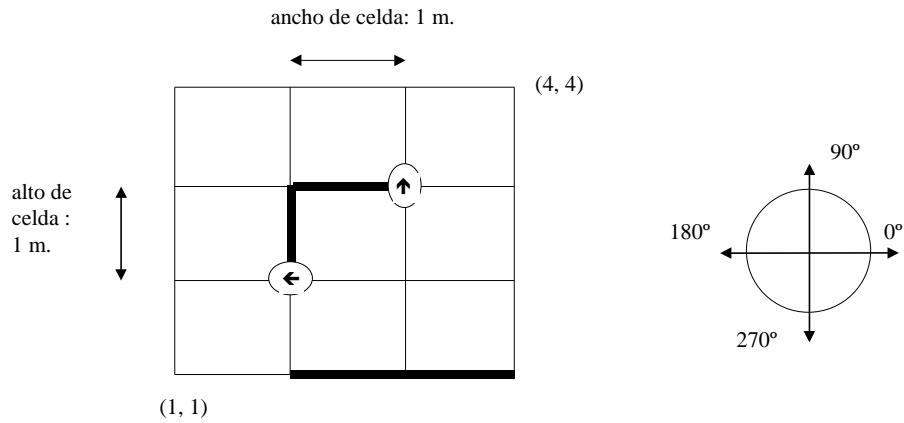
En cada momento el robot puede:

- desplazarse en el sentido de su orientación actual hasta el siguiente nodo,
- girar sobre si mismo 90° en un sentido u otro manteniéndose en las mismas coordenadas.

Se sabe que el robot:

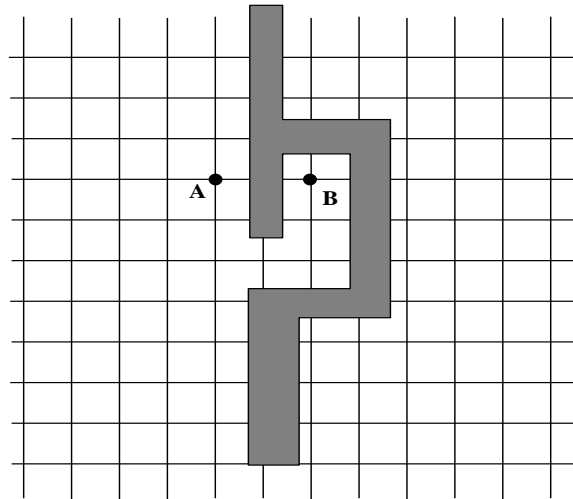
- tarda 4 segundos en realizar cada giro de 90°,
- se desplaza a 1 m/s por los tramos de trazo grueso,
- se desplaza a 0,5 m/s por los tramos de trazo fino.

- Formalizar el problema de trasladar el robot de una localización a otra en el mínimo de tiempo como búsqueda en un espacio de estados.
- Describir un heurístico  $h(n)$  del tiempo necesario para desplazarse de una localización cualquiera a la localización L2.
  - Razonar si el heurístico es o no admisible.
  - Enunciar la restricción monótona y mostrar si el heurístico planteado la cumple.
- Encontrar la solución al problema de desplazar el robot de L1 a L2 usando el algoritmo A y el heurístico  $h(n)$  del apartado anterior.
  - Indicar claramente para cada iteración el nodo seleccionado para expansión, sus sucesores, valores de  $f(n)$ ,  $g(n)$  y  $h(n)$ , y dibujar el árbol de búsqueda resultante.
  - Razonar si es óptima la solución encontrada.

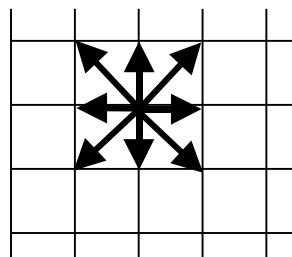


7. Se considera un retículo infinito como el de la figura. Los trazos gruesos indican un obstáculo o pared que no se puede franquear. Se desea hallar un camino óptimo que vaya del nodo A al nodo B.

- a) en estas condiciones, considerando como heurístico  $h(n)$ =distancia sobre el retículo de n a B, sin tener en cuenta los obstáculos, ¿cuántos nodos se expandirán como mínimo? ¿Cuántos como máximo?
- b) id. empleando  $h(n)=0$



8. Un robot móvil puede situarse en los nodos de una malla rectangular y puede desplazarse a los nodos cercanos horizontal, vertical o diagonalmente, tal como muestra la siguiente figura:



Se tarda un segundo en cada desplazamiento horizontal, vertical o diagonal. El robot no puede situarse ni desplazarse por determinados tramos de la malla señalados con trazo grueso.

Considérese el problema de encontrar el camino más rápido entre un nodo cualquiera de la malla de coordenadas (x, y) y un nodo objetivo de coordenadas (A,B).

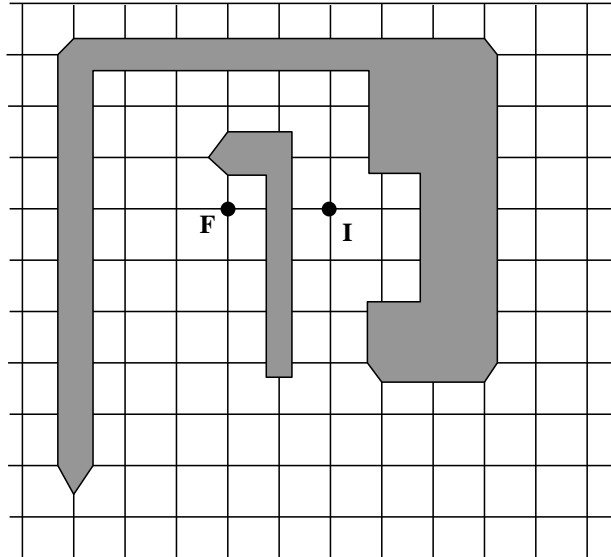
Una función heurística  $h_1$  propuesta para dicho problema es la distancia euclídea:

$$h_1(x, y) = \sqrt{(A - x)^2 + (B - y)^2}$$

Se pide:

- d) Hallar una función heurística para el problema  $h_2$  distinta de  $h_1$  y que satisfaga las condiciones de  $A^*$

- e) Enunciar la restricción monótona y comprobar si  $h_2$  la cumple.
- f) Demostrar que  $h_2$  es admisible.
- g) Enunciar en que casos un heurístico está más informado que otro, y comprobar si alguno de los heurísticos  $h_1$ ,  $h_2$  está más informado que el otro.
- h) Dada la malla de la siguiente figura y el heurístico  $h_2$ , aplicar el algoritmo A\* para encontrar el camino más rápido del nodo I al nodo F. Indicar el árbol de búsqueda generado y, para cada iteración, el estado seleccionado para expansión, los nuevos estados generados y sus valores de  $g$  y  $h_2$ .



9. Las distancias por carretera entre las ciudades de una región vienen dadas en kilómetros en la tabla siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G
A		10	15				
B				15			
C				5	7		
D					6	4	
E						2	7
F							6
G							

La siguiente tabla contiene una estimación optimista de la distancia en kilómetros desde la ciudad G a cada una de las demás ciudades:

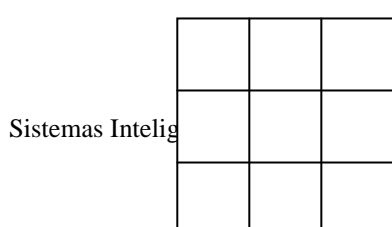
	A	B	C	D	E	F	G
Estimación	29	10	15	4	4	5	0

- a) Aplicar el algoritmo A\* para encontrar un camino desde la ciudad A a la ciudad G. Indicar **para cada iteración** el nodo seleccionado para expansión, sus sucesores, y el estado del árbol de búsqueda, detallando las operaciones realizadas sobre el mismo.
- b) Razonar a partir del resultado anterior si la estimación heurística proporcionada cumple la restricción monótona.

10. Tenemos un juego de tablero formado por 3x3 casillas; en cada casilla puede ir una X o bien puede estar vacía. Las reglas del juego son las siguientes:

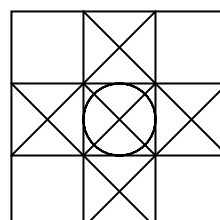
- Se puede ‘pulsar’ sobre una casilla si está vacía.
- Al ‘pulsar’ una casilla vacía se coloca una X en esa casilla y con sus 4-vecinos se opera de la siguiente forma:
  - Si la casilla está vacía se coloca una X
  - Si la casilla está con una X se vacía
- Una vez pulsada una casilla no se puede volver a pulsar durante el resto del juego.
- El objetivo es acabar con todas las casillas del tablero con X.

Ejemplos:



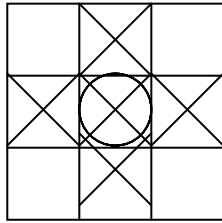
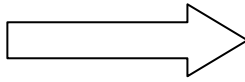
Si pulsamos en el centro tenemos

5

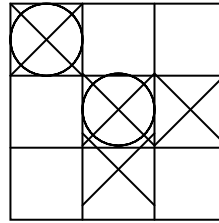
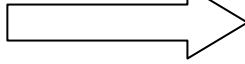


Y no se puede volver a pulsar el centro, por lo lo señalamos con O

O

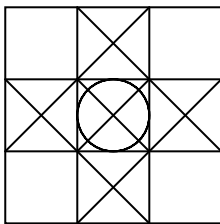


Si pulsamos en la esquina superior izquierda tenemos



Se pide:

- Formalizar el problema de encontrar una solución en el menor número de pasos como búsqueda en un espacio de estados.
- Encuentra un heurístico admisible y no trivial para este problema. Demuestra si dicho heurístico cumple la restricción monótona.
- Encuentra la solución a dicho problema utilizando el algoritmo A\* si el estado inicial es el siguiente:



**NOTA:**

En caso de empate, el algoritmo A\* expandirá aquel nodo con más casillas vacías. Señálese, en cada iteración los nodos en abiertos, cerrados y el seleccionado para su expansión. No es necesario incluir la tabla sino tan sólo el árbol y el grafo de exploración.

Donde los círculos significan casillas ya pulsadas.