

## Capítulo 2

# Parâmetros fundamentais

### 2.1 Zonas de radiação

Como foi visto no caso do dipolo de *Hertz*, algumas componentes do campo radiado por uma antena têm amplitude relevante apenas na zona próxima da mesma e, para grandes distâncias (na zona distante de radiação), apenas os termos em  $1/r$  se tornam importantes. Dado este comportamento do campo radiado por uma antena, em geral, e independentemente do tipo de antena, é usual dividir-se o campo radiado em duas zonas principais: a zona próxima e a zona distante. A transição entre estas duas zonas não é abrupta. Para algumas antenas é até possível definir uma zona intermédia entre estas duas. Apesar de existirem várias expressões para o cálculo do limiar de transição entre estas duas zonas, baseadas em diferentes critérios, aqui serão apresentadas apenas as expressões mais populares.

**Zona próxima:** É a zona imediatamente a seguir à antena, onde a potência reactiva armazenada é dominante face à potência radiada, sendo responsável pela parte imaginária da impedância de entrada da antena. Para uma antena de maior dimensão  $D$ , diz-se que se está na zona próxima de radiação se

$$r < 0.62\sqrt{D^3/\lambda} \quad (2.1)$$

**Zona distante:** É a zona mais afastada da antena, onde os campos reactivos já não existem e a potência radiada domina. Ignorando as perdas, esta zona é a responsável pela parte real da impedância de entrada da antena. Para uma antena de maior dimensão  $D$ , diz-se que

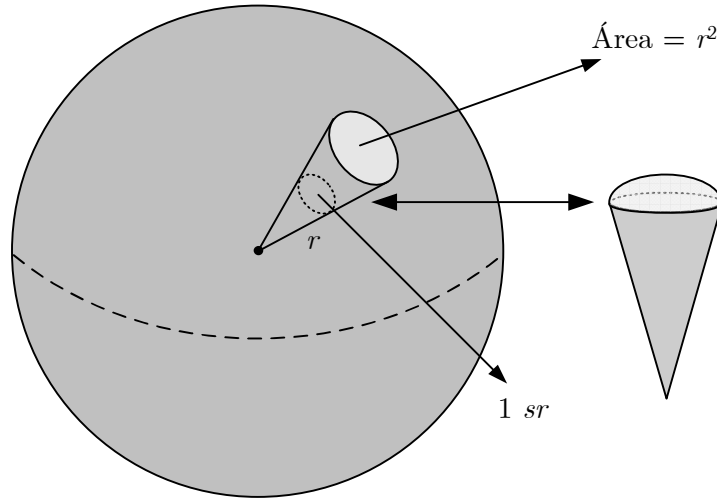


Figura 2.1: Noção de esterradiano

se está na zona distante de radiação se<sup>1</sup>

$$r > 2D^2/\lambda \quad (2.2)$$

## 2.2 Intensidade de radiação

A unidade de medida de um ângulo sólido é o esterradiano<sup>2</sup>. Este é definido como o ângulo sólido feito por um cone com origem no centro de uma esfera de raio  $r$  e que delimita uma área de  $r^2$ , tal como mostrado na figura 2.1. Ora, se 1 sr ilumina uma área de  $r^2$ , a área total de uma superfície esférica, que vale  $4\pi r^2$ , será vista segundo um ângulo sólido total de  $4\pi$ . De igual modo, se uma área elementar na superfície de uma esfera de raio  $r$  é dada por

$$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad [\text{m}^2] \quad (2.3)$$

então será vista segundo um ângulo sólido elementar de

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad [\text{sr}] \quad (2.4)$$

Uma vez que na zona distante de radiação o campo radiado é proporcional a  $1/r$  e sendo aqui a densidade de potência  $S$  proporcional ao quadrado do campo, então  $S$  será proporcional a  $1/r^2$ . Infere-se então que, no cálculo de  $P_{rad}$  a parcela  $Sr^2$  é independente da distância. Defina-se

<sup>1</sup>Em rigor, esta expressão é válida apenas quando  $D > \lambda$ . No entanto, pode ser utilizada para qualquer antena enquanto medida aproximada.

<sup>2</sup>Normalmente o esterradiano é simbolizado por sr

então um parâmetro  $U$  do seguinte modo

$$U = r^2 S \quad (2.5)$$

Este parâmetro é de extrema importância pois, dada a sua independência com distância, permite que se definam outros parâmetros com base neste que caracterizam a antena independentemente da distância da ligação em que ela vai ser utilizada.

Note-se que

$$P_{rad} = \oint_S S dS = \oint_{\Omega} U d\Omega$$

donde se conclui que se  $S$  representa a densidade de potência por unidade de área então  $U$  representa a potência radiada por unidade de ângulo sólido.

## 2.3 Directividade

A directividade é uma medida da concentração da potência radiada pela antena numa determinada direcção e, por definição, é dada pela relação entre a intensidade de radiação numa determinada direcção e a intensidade de radiação média

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{\langle U \rangle} \quad (2.6)$$

Como a intensidade de radiação média é dada por

$$\langle U \rangle = \frac{P_{rad}}{4\pi} \quad (2.7)$$

vem que

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (2.8)$$

Se não for especificada uma direcção assume-se que se está a referir à direcção de máxima intensidade de radiação.

$$D_{max} = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} \quad (2.9)$$

Note-se que  $\langle U \rangle$  é a intensidade de radiação que seria radiada por uma antena isotrópica, isto é, uma antena que radia com igual intensidade segundo qualquer direcção, sendo o seu diagrama de radiação uma esfera.

## 2.4 Ganho

O ganho está intimamente ligado à directividade da antena. Enquanto que a directividade é uma medida das propriedades direccionais da antena, o ganho contabiliza as mesmas propriedades direccionais mas também o rendimento de radiação.

Define-se ganho numa determinada direcção como sendo a relação entre a intensidade de radiação e a intensidade de radiação que se obteria se toda a potência aceite pela antena fosse radiada por uma antena isotrópica sem perdas.

$$G = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{iso}} = \frac{U(\theta, \phi)}{P_{aceite}/4\pi} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{aceite}} \quad (2.10)$$

Se relacionarmos a potência aceite pela antena com a potência radiada da seguinte forma

$$\eta = \frac{P_{rad}}{P_{aceite}} \quad (2.11)$$

então obtém-se que

$$G(\theta, \phi) = \eta D(\theta, \phi) \quad (2.12)$$

O parâmetro  $\eta$  é denominado de rendimento de radiação da antena e é uma medida das perdas na antena. Facilmente se conclui que

$$0 \leq \eta \leq 1$$

Se não for especificada nenhuma direcção, assume-se que o ganho é o obtido para a direcção de máxima intensidade de radiação, ou seja,

$$G_{max} = \eta D_{max} \quad (2.13)$$

Pela definição anterior, o ganho de uma antena é medido relativamente a uma antena isotrópica sem perdas. No entanto, pode medir-se o ganho relativamente a uma qualquer antena com quaisquer propriedades direccionais. Tal como para o caso do ganho relativamente à antena isotrópica, o ganho de uma antena *ant* relativamente a uma antena de referência *ref* é dado por

$$G_{ref}^{ant}(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{ref}(\theta, \phi)} \quad (2.14)$$

Como

$$G_{iso}^{ant}(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{ref}(\theta, \phi)} \frac{U_{ref}(\theta, \phi)}{U_{iso}} \quad (2.15)$$

vem

$$G_{iso}^{ant}(\theta, \phi) = G_{ref}^{ant} G_{iso}^{ref} \quad (2.16)$$

ou

$$G_{ref}^{ant}(\theta, \phi) = \frac{G_{iso}^{ant}(\theta, \phi)}{G_{iso}^{ref}(\theta, \phi)} \quad (2.17)$$

ou seja, o ganho de uma antena relativamente a uma qualquer antena de referência é obtido pela razão entre o ganho da antena relativamente à antena isotrópica e o ganho da antena de referência relativamente à antena isotrópica.

Note-se que o ganho é uma grandeza adimensional. No entanto, quando expresso em unidades logarítmicas, o ganho vem expresso em dBi se a antena de referência for a isotrópica. Outra antena de referência muito utilizada é o dipolo de  $\lambda/2$ , que apresenta um ganho máximo relativamente à antena isotrópica de 1.643. Resulta então que

$$G_{\lambda/2}^{ant} = \frac{G_{iso}^{ant}}{1.643} \quad (2.18)$$

Neste caso o ganho em unidade logarítmicas exprime-se em dBd. A sua relação com um ganho expresso em dBi é como se segue

$$G_{\lambda/2}^{ant} = G_{iso}^{ant} - 2.15 \quad [\text{dBd}] \quad (2.19)$$

## 2.5 Diagrama de radiação

O diagrama de radiação de uma antena é uma representação gráfica das suas propriedades de radiação em função das coordenadas do espaço. Por outras palavras, o diagrama de radiação permite perceber a forma como a antena distribui a potência pelo espaço. Normalmente refere-se à zona distante de radiação e a propriedade representada pode ser o campo eléctrico, o ganho, etc.

### 2.5.1 Parâmetros principais

Na figura 2.2 é mostrado um exemplo de um diagrama de radiação tridimensional de uma antena hipotética. O diagrama de radiação pode ser composto por vários lobos, sendo que um lobo é definido como sendo uma região do diagrama de radiação contida entre duas direcções de radiação nula ou muito fraca. Um conjunto de parâmetros utilizados para caracterizar o diagrama de radiação serão apresentados de seguida.

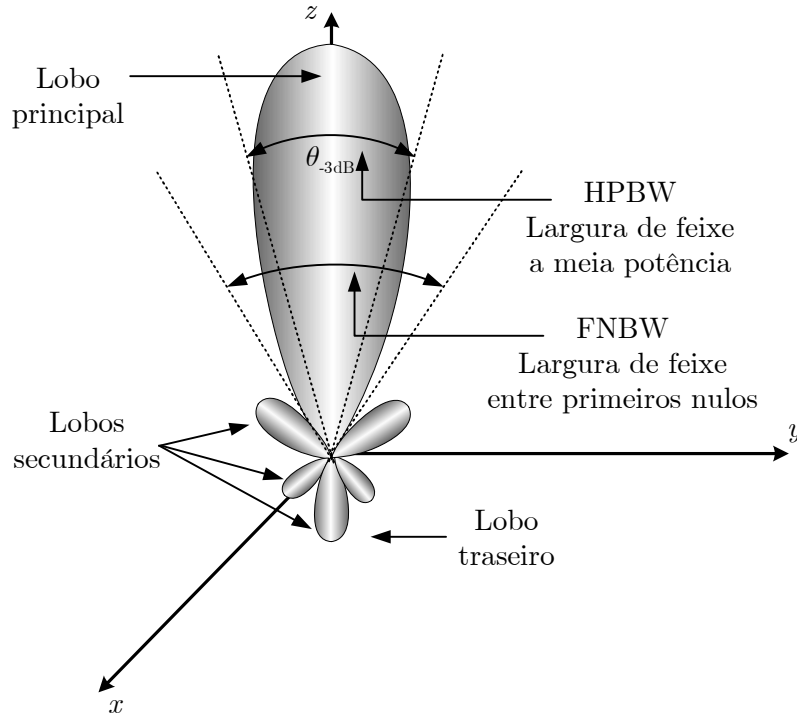


Figura 2.2: Diagrama de radiação: parâmetros fundamentais

**Lobo principal:** é o lobo associado à direcção de máxima radiação. Dependendo da geometria da antena, esta poderá ter vários lobos principais ou até não ter nenhum.

**Lobo secundário:** todos os lobos que não sejam lobos principais são considerados lobos secundários. Normalmente é desejável que o número de lobos secundários seja o menor possível pois a potência por eles radiada é desperdiçada.

**Largura de feixe a meia potência:** é o ângulo medido entre as direcções segundo as quais a intensidade de radiação é metade da intensidade de radiação máxima e é uma medida da concentração da potência radiada. Tendencialmente, quanto menor for a largura de feixe a -3dB maior será a directividade da antena. Normalmente simboliza-se este parâmetro por HPBW - *Half Power Beam Width* ou por  $\theta_{-3dB}$ .

**Largura de feixe entre os primeiros nulos:** é um parâmetro idêntico à largura de feixe a -3dB excepto pelo facto do ângulo ser o feito pelas direcções dos primeiros nulos do diagrama de radiação. Normalmente simboliza-se este parâmetro por FNBW - *First Null Beam Width*.

**Nível de lobos secundários:** é uma medida da intensidade dos lobos secundários relativa-

mente ao lobo principal e é definido da seguinte maneira

$$\text{NLS} = 10 \log \left( \frac{U_{max}}{U_{sec}} \right) \quad (2.20)$$

onde

$$\begin{aligned} U_{max} & - \text{Intensidade de radiação do lobo principal} \\ U_{sec} & - \text{Intensidade de radiação do maior lobo secundário} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Se os lobos secundários tiverem diferentes intensidades então a medida é feita relativamente ao lobo secundário mais intenso.

**Relação frente-costas:** é em tudo idêntico ao parâmetro anterior, residindo a diferença no facto do lobo secundário considerado ser o que se opõe ao lobo de máxima intensidade de radiação.

### 2.5.2 Tipos de diagramas

Conforme a forma do diagrama de radiação, este pode ser classificado em várias categorias. No entanto, três categorias existem que se revestem de maior importância:

**Isotrópico:** Um diagrama de radiação isotrópico corresponde a uma antena hipotética, que não existe na realidade, caracterizada por ter uma intensidade de radiação igual para todas as direcções. Este diagrama de radiação corresponde a uma esfera, tal como mostrado na figura 2.3.

**Omnidireccional:** Diz-se que um diagrama de radiação é omnidireccional se existir um plano onde a intensidade de radiação é constante e igual ao seu valor máximo. Exemplo de antenas com diagrama omnidireccional são o dipolo de *Hertz* (que tem o máximo de radiação no plano  $xOy$ , tal como mostrado na figura 1.4) ou a antena linear.

**Directivo:** Um diagrama de radiação diz-se directivo quando existe uma direcção privilegiada de radiação (isto é, um lobo principal). Um exemplo de uma diagrama de radiação directivo é o mostrado na figura 2.2.

### 2.5.3 Diagramas bidimensionais

Dada a dificuldade de uma medida tridimensional do diagrama de radiação, é típico resumir-se o diagrama tridimensional a dois diagramas bidimensionais em dois planos ortogonais contendo

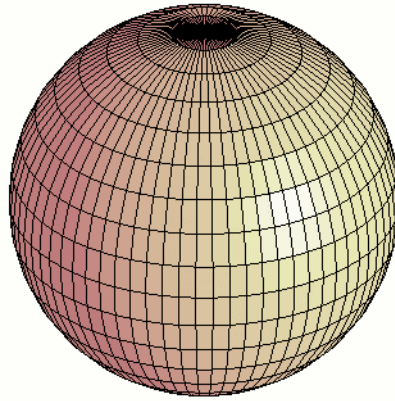


Figura 2.3: Diagrama de radiação de uma antena isotrópica

a direcção de máxima intensidade de radiação. Estes planos denominam-se de plano E e plano H. Por definição, o plano E (ou H) é plano que na direcção de máxima radiação contém o vector  $\vec{E}$  (ou  $\vec{H}$ ). A título de exemplo mostra-se na figura 2.4 os diagramas de radiação nos planos E e H de um dipolo de *Hertz*.

## 2.6 Impedância de entrada

A impedância de entrada de uma antena é dada pela razão entre a tensão e a corrente aos terminais da mesma. Em geral terá uma parte real, associada a potência radiada e à potência dissipada na própria antena, e uma parte imaginária, associada à potência reactiva armazenada em torno da antena. O valor da impedância de entrada depende não só da própria geometria da antena, mas também do esquema de alimentação e do ambiente que a envolve. Por este motivo apenas se conhecem expressões analíticas exactas da impedância de entrada para um número muito reduzido de antenas. Nos restantes casos a impedância de entrada é determinada experimentalmente ou por simulação electromagnética.

### 2.6.1 Antenas em emissão

Consideremos um gerador com uma impedância de saída dada por

$$Z_g = R_g + jX_g \quad (2.22)$$

e ligado a uma antena com uma impedância de entrada dada por

$$Z_a = R_a + jX_a \quad (2.23)$$



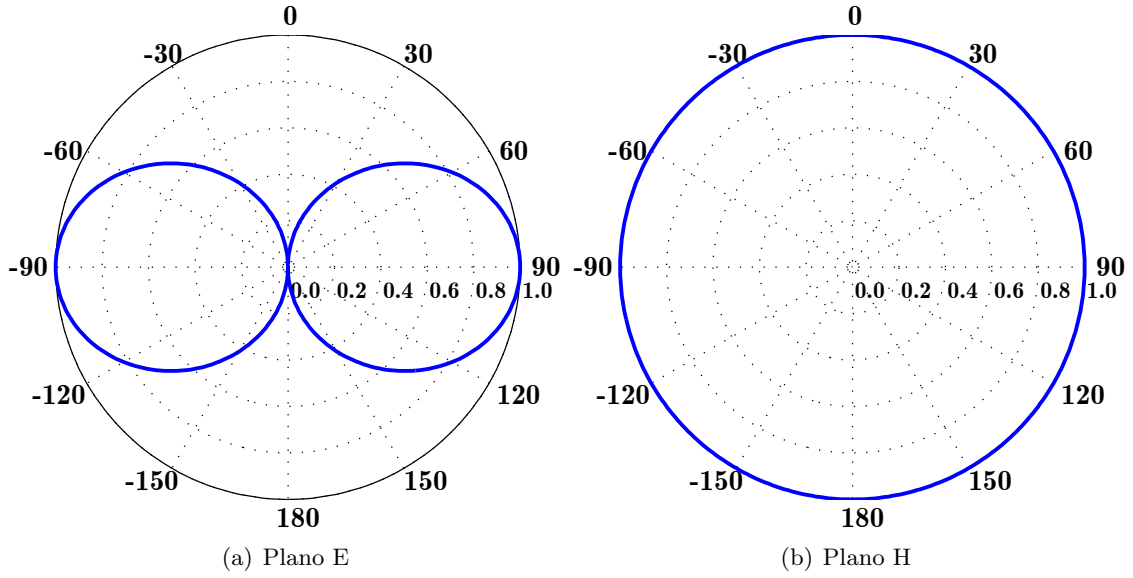


Figura 2.4: Diagrama de radiação nos planos E e H de um dipolo de *Hertz*

A parte real da impedância de entrada de uma antena pode ser decomposta na soma de duas parcelas, tal como se segue

$$R_a = R_r + R_p \quad (2.24)$$

onde

$$\begin{cases} R_r & - \text{ Resistência de radiação} \\ R_p & - \text{ Resistência de perdas} \end{cases} \quad (2.25)$$

Define-se resistência de radiação como sendo a resistência aos terminais da antena que, quando percorrida por uma corrente igual à corrente nos terminais de alimentação da mesma, dissipa uma potência igual à potência radiada. Denominando esta resistência por  $R_r$  resulta então

$$P_{rad} = \frac{1}{2} I_{in}^2 R_r \quad (2.26)$$

ou seja

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{I_{in}^2} \quad (2.27)$$

A resistência de perdas é uma outra resistência fictícia na qual é dissipada uma potência igual à potência dissipada na antena.

A parte imaginária da impedância contabiliza a potência reactiva armazenada na proximidade da antena.

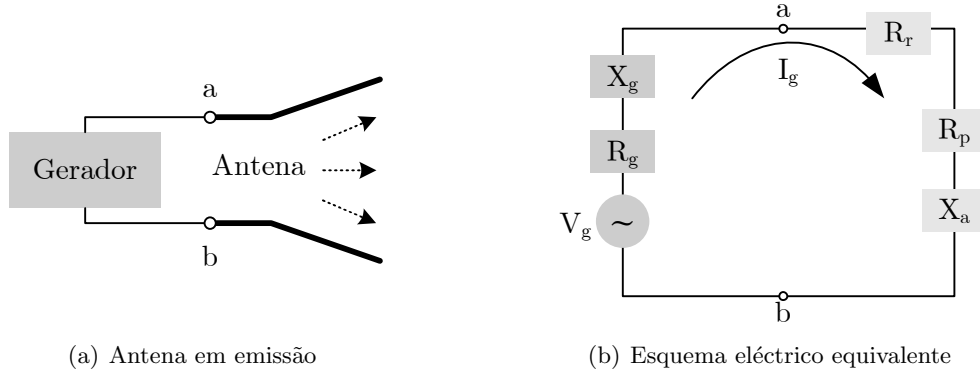


Figura 2.5: Antena em emissão e esquema eléctrico equivalente

Um circuito equivalente do emissor é o mostrado na figura 2.5. Daqui podemos escrever

$$I_g = \frac{V_g}{(R_r + R_p + R_g) + j(X_a + X_g)} \quad (2.28)$$

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{\sqrt{(R_r + R_p + R_g)^2 + (X_a + X_g)^2}} \quad (2.29)$$

onde  $V_g$  é o valor de pico da tensão do gerador e  $I_g$  é o valor de pico da corrente que flui no circuito. A potência total do circuito pode ser dividida em três parcelas:  $P_r$  (potência radiada pela antena),  $P_p$  (potência dissipada na antena) e  $P_g$  (potência dissipada na resistência interna do gerador). Cada uma destas parcelas vale

$$P_r = \frac{|I_g|^2 R_r}{2} = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_r}{(R_r + R_p + R_g)^2 + (X_a + X_g)^2} \quad (2.30)$$

$$P_p = \frac{|I_g|^2 R_p}{2} = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_p}{(R_r + R_p + R_g)^2 + (X_a + X_g)^2} \quad (2.31)$$

$$P_g = \frac{|I_g|^2 R_g}{2} = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_g}{(R_r + R_p + R_g)^2 + (X_a + X_g)^2} \quad (2.32)$$

A máxima transferência de potência ocorre quando temos adaptação conjugada entre o emissor e a antena, ou seja

$$\begin{cases} R_r + R_p = R_g \\ X_a = -X_g \end{cases} \quad (2.33)$$

Nestas condições temos que

$$P_r = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_r}{(R_r + R_p)^2} \quad (2.34)$$

$$P_p = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_p}{(R_r + R_p)^2} \quad (2.35)$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8R_g} \quad (2.36)$$

Facilmente se infere que resulta

$$P_g = P_p + P_r \quad (2.37)$$

$$P_t = P_g + P_p + P_r = \frac{|V_g|^2}{4(R_r + R_p)} \quad (2.38)$$

onde  $P_t$  representa a potência total existente no circuito. A análise dos resultados obtidos permite-nos tirar as seguintes conclusões:

- de toda a potência existente no circuito, metade é dissipada na resistência interna do gerador e a outra metade é entregue à antena.
- da potência que é entregue à antena, parte é dissipada pela resistência de perdas  $R_p$  e a restante é efectivamente radiada.
- a máxima potência que se pode radiar é metade da fornecida pelo gerador, o que só acontece para antenas sem perdas.
- o rendimento de radiação é dado por

$$\eta = \frac{P_{rad}}{P_{aceite}} = \frac{P_r}{P_r + P_p} = \frac{R_r}{R_r + R_p} \quad (2.39)$$

Na prática existirá uma linha de transmissão entre o emissor e antena, cujo efeito não foi contabilizado nos cálculos efectuados até aqui. No entanto o processo anterior fica válido desde que se considere, não a impedância de saída do gerador mas a impedância equivalente transferida para os terminais da antena. Adicionalmente temos ainda o facto das linhas também introduzirem perdas o que diminuirá ainda mais a máxima potência disponível para radiação.

### 2.6.2 Antenas em recepção

Quando uma onda electromagnética incide sobre uma antena em recepção é induzida nesta uma corrente  $I_i$ . Como resposta a esta corrente que a percorre a antena irá radiar. Quer isto dizer que parte da potência captada pela antena é perdida num processo de re-radiação. Admitindo que a antena esta ligada a uma carga  $Z_l$  dada por

$$Z_l = R_l + jX_l \quad (2.40)$$

o esquema eléctrico equivalente para a antena em recepção poderá ser o mostrado em 2.6, onde

$$\begin{cases} R_r & - & \text{Resistência de re-radiação} \\ R_p & - & \text{Resistência de perdas} \end{cases} \quad (2.41)$$

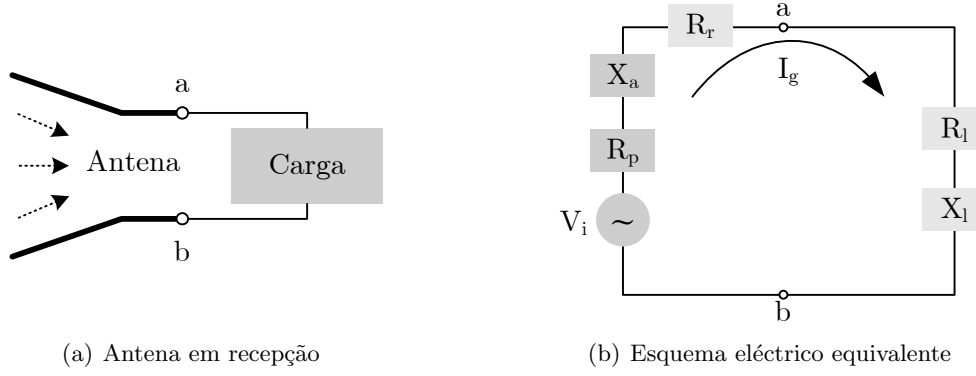


Figura 2.6: Antena em recepção e esquema eléctrico equivalente

A fonte de tensão mostrada no circuito é uma fonte que gera no circuito uma corrente igual à corrente induzida na antena. Admitindo que existe adaptação conjugada

$$\begin{cases} R_p + R_r = R_l \\ X_a = -X_l \end{cases} \quad (2.42)$$

e fazendo uma análise do circuito idêntica à efectuada para antenas em emissão, resulta

$$P_l = \frac{|V_i|^2}{8} \frac{1}{R_r + R_p} \quad (2.43)$$

$$P_r = \frac{|V_i|^2}{8} \frac{R_r}{(R_r + R_p)^2} \quad (2.44)$$

$$P_p = \frac{|V_i|^2}{8} \frac{R_p}{(R_r + R_p)^2} \quad (2.45)$$

Facilmente se infere que

$$P_l = P_p + P_r \quad (2.46)$$

$$P_t = P_l + P_r + P_p = \frac{|V_i|^2}{4} \frac{1}{(R_r + R_p)} \quad (2.47)$$

onde  $P_t$  representa a potência total do circuito. A análise dos resultados obtidos permite retirar as seguintes conclusões

- de toda a potência extraída da onda incidente, metade é perdida pelo processo de re-radiação e a outra metade é distribuída pela carga e pela resistência de perdas.
- a máxima potência que se pode obter é metade da capturada pela antena, o que acontece se a antena não tiver perdas.

## 2.7 Área Efectiva

Uma antena em recepção serve para extrair potência das ondas electromagnéticas que nela incidem. Define-se então área efectiva  $A_e$  de uma antena como sendo a relação entre a densidade de potência que nela incide e a potência entregue a uma carga adaptada, ou seja

$$P_r = S \cdot A_e \quad (2.48)$$

Utilizando o esquema equivalente da figura 2.6(b) podemos escrever

$$A_e = \frac{V_i^2}{2S} \left[ \frac{R_l}{(R_l + R_p + R_r)^2 + (X_a + X_l)^2} \right] \quad (2.49)$$

Admitindo que existe adaptação conjugada, a máxima área efectiva que se obtém é

$$A_{em} = \frac{V_i^2}{8S} \left[ \frac{1}{R_p + R_r} \right] \quad (2.50)$$

Tomemos como exemplo um dipolo de *Hertz* sem perdas ( $R_p = 0$ ) e do qual sabemos que a resistência de radiação vale<sup>3</sup>

$$R_r = \frac{80\pi^2 dl^2}{\lambda^2} \quad (2.51)$$

Se o dipolo for iluminado por uma onda plana, então a tensão induzida aos seus terminais será

$$V_i = Edl \quad (2.52)$$

Como a densidade de potência associada à onda plana vale

$$S = \frac{E^2}{2Z} \quad (2.53)$$

resulta que a área efectiva de um dipolo de *Hertz* vale

$$A_{em} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \quad (2.54)$$

Um facto importante que se conclui do resultado obtido é que a área efectiva não está relacionada com o tamanho do dipolo. Generalizando, pode dizer-se que a área efectiva de uma qualquer antena é uma área fictícia que não coincide obrigatoriamente com a sua área física.

---

<sup>3</sup>Este resultado irá ser demonstrado na secção 2.10 neste capítulo.

Ainda no exemplo do dipolo de *Hertz*, pode fazer-se o seguinte raciocínio: um aumento do tamanho do dipolo leva a que a tensão induzida também aumente. É então expectável que a potência entregue à carga também aumente e, por consequência, a área efectiva seria maior. Porque é que tal não acontece? Porque ao aumentar o tamanho do dipolo também aumenta a sua resistência de radiação e, por consequência, aumenta a potência que é re-radiada. Efectuando o balanço, chega-se à conclusão que o que se ganha em potência capturada é igual à potência que se perde por re-radiação e assim a potência total entregue à carga torna-se independente do tamanho do dipolo.

### Relação entre a área efectiva e as propriedades direccionais da antena

Para relacionar a área efectiva de uma antena com as suas propriedades direccionais consideremos que temos duas antenas separadas por uma distância  $R$ . A antena de emissão apresenta um ganho  $G_E$  e uma área efectiva  $A_{eE}$  e a antena de recepção apresenta um ganho  $G_R$  e uma área efectiva  $A_{eR}$ . A uma distância  $R$ , a densidade de potência disponibilizada por uma antena isotrópica vale

$$S = \frac{P_E}{4\pi R^2} \quad (2.55)$$

Como a antena de emissão tem um ganho  $G_E$  relativamente à antena isotrópica, então a densidade de potência disponibilizada pela antena à mesma distância  $R$  será

$$S = \frac{P_E G_E}{4\pi R^2} \quad (2.56)$$

e a potência captada pela antena de recepção será

$$P_R = \frac{P_E G_E}{4\pi R^2} A_{eR} \quad (2.57)$$

Daqui podemos escrever

$$G_E A_{eR} = \frac{P_R}{P_E} (4\pi R^2) \quad (2.58)$$

Se agora colocarmos a antena emissora a receber e a antena receptora a emitir podemos escrever

$$G_R A_{eE} = \frac{P_R}{P_E} (4\pi R^2) \quad (2.59)$$

Das duas ultimas relações resulta que

$$\frac{G_E}{A_{eE}} = \frac{G_R}{A_{eR}} \quad (2.60)$$

Conclui-se daqui que, para qualquer antena, a relação entre o seu ganho e a sua área efectiva é uma constante. Para calcular essa constante, pode então utilizar-se, por exemplo, um dipolo de *Hertz* sem perdas, do qual é conhecido que<sup>4</sup>

$$A_e = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \quad (2.61)$$

$$G = 1.5 \quad (2.62)$$

Utilizando estes resultados, vem então que, para qualquer antena, se verifica

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \quad (2.63)$$

Note-se que o ganho de uma antena é dependente da direcção que se considera pelo que também a área efectiva o será. Em geral tem-se então

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \phi) \quad (2.64)$$

## 2.8 Polarização

Para que haja máxima transferência de potência numa ligação entre uma antena emissora e uma antena receptora é necessário que estas operem com a mesma polarização. Caso contrário, existirá uma perda adicional de sinal, que poderá até ser total se as polarizações de cada uma das antenas forem ortogonais. A caracterização da polarização de uma antena reveste-se assim duma importância fundamental. Neste contexto, importa definir os seguintes conceitos:

**Polarização de uma antena:** em emissão, define-se como sendo a polarização da onda emitida pela antena numa determinada direcção. Em recepção, é definida como sendo a polarização da onda que, incidindo na antena segundo uma determinada direcção, permite obter a máxima potência possível. Como a polarização de uma antena depende da direcção assume-se que, por omissão, quando se fala da polarização de uma antena, se está a referir à polarização da onda associada à direcção de máxima radiação.

**Polarização de uma onda electromagnética:** é definida como sendo a variação da amplitude e da direcção do vector campo eléctrico ao longo do tempo.

**Curva de polarização:** é o desenho traçado pelo vector campo eléctrico, num determinado ponto fixo do espaço e ao longo do tempo. A curva de polarização mais geral é uma elipse,

---

<sup>4</sup>Estes resultados serão demonstrados na secção 2.10 neste capítulo.

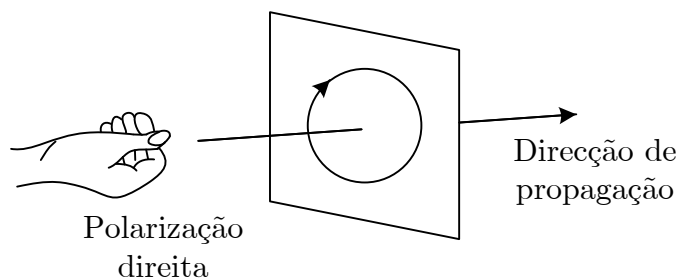


Figura 2.7: Posição do observador para determinação do sentido de rotação da polarização

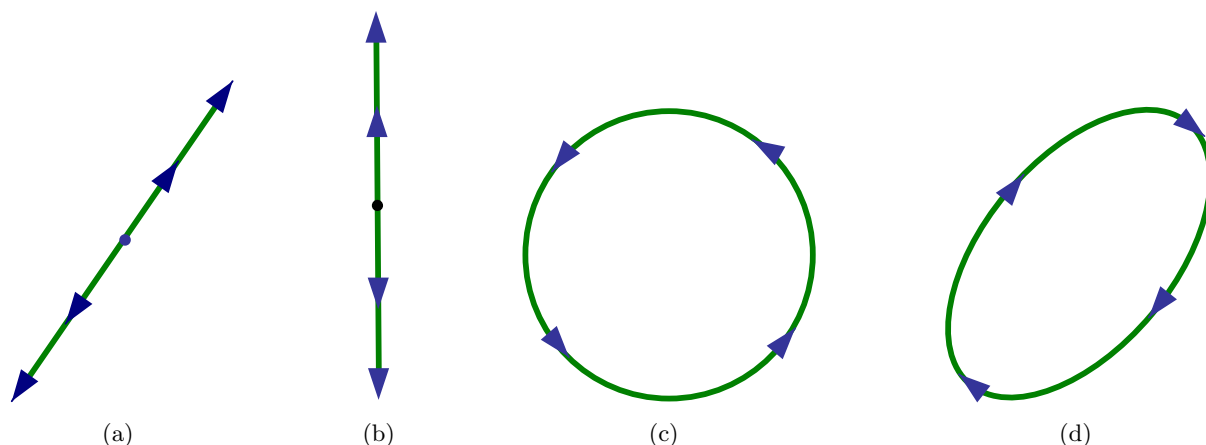


Figura 2.8: Exemplos de polarizações: (a) Linear Oblíqua (b) Linear Vertical (c) Circular Esquerda (d) Elíptica Direita. A onda está a propagar-se para dentro da folha.

denominando-se esta polarização de elíptica. Condições específicas existem que fazem com que esta elipse degenere numa circunferência (chamando-se agora a polarização de circular) ou num segmento de recta (classificando-se então a polarização de linear).

Além da figura traçada pelo vector campo eléctrico é também importante o sentido em que este roda. Para classificar o sentido de rotação é necessário especificar a posição do observador relativamente ao sentido de propagação da onda. Considere-se que a localização do observador é tal que este vê a onda a afastar-se de si à medida que esta se propaga, tal como exemplificado na figura 2.7. Se o vector campo eléctrico rodar no mesmo sentido que os ponteiros dum relógio a polarização é denominada de direita (este é caso exemplificado na figura 2.7). Se, por outro lado, o vector rodar no sentido oposto ao dos ponteiros dum relógio, a polarização é então denominada de esquerda. A título de exemplo, na figura 2.8, mostram-se algumas curvas de polarização de ondas electromagnéticas.



### Determinação da polarização

Consideremos uma onda plana que se propaga na direcção  $+\hat{a}_z$  e um observador colocado na origem do sistema de coordenadas a ver a onda a afastar-se. A decomposição do vector campo eléctrico associado a essa onda permite que este possa ser obtido através da soma das componentes segundo  $\hat{a}_x$  e  $\hat{a}_y$

$$\underline{E}(z, t) = E_x(z, t)\hat{a}_x + E_y(z, t)\hat{a}_y \quad (2.65)$$

com

$$E_x(z, t) = E_{xo} \cos(\omega t - \beta z + \phi_x) \quad (2.66)$$

$$E_y(z, t) = E_{yo} \cos(\omega t - \beta z + \phi_y) \quad (2.67)$$

onde  $E_{xo}$  e  $E_{yo}$  representam os valores máximos das componentes e  $\phi_x$  e  $\phi_y$  representam as fases dessas mesma componentes. As amplitudes complexas dessas componentes são então dadas por

$$\bar{E}_x = E_{xo} e^{j\phi_x} \quad (2.68)$$

$$\bar{E}_y = E_{yo} e^{j\phi_y} \quad (2.69)$$

### Razão de Polarização

Define-se razão de polarização tal como se segue

$$P = \frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_x} = \frac{E_{yo}}{E_{xo}} e^{j\Delta\phi} \quad (2.70)$$

onde

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x \quad (2.71)$$

Este parâmetro permite-nos obter rapidamente a polarização da onda e qual o sentido de rotação. Utilizando a convenção da figura 2.7, quanto ao sentido de rotação da polarização tem-se

$$\begin{cases} \Delta\phi < 0 & \text{Polarização direita} \\ \Delta\phi > 0 & \text{Polarização esquerda} \end{cases} \quad (2.72)$$

### Polarização Linear

A polarização linear obtém-se sempre que a diferença de fase entre as duas componentes for

$$\Delta\phi = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.73)$$

ou seja, sempre que as componentes estejam em fase ou em oposição de fase. Esta condição corresponde a uma razão de polarização de

$$P = \pm P_1 \quad \text{com } P_1 \text{ real puro} \quad (2.74)$$

### Polarização Circular

Para se obter uma polarização circular é necessário obedecer a duas condições. Quanto à diferença de fase tem-se

$$\Delta\phi = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} - 2n\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots & \text{direita} \\ +\frac{\pi}{2} + 2n\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots & \text{esquerda} \end{cases} \quad (2.75)$$

Quanto as amplitudes, é necessário que estão sejam iguais, isto é

$$|E_x| = |E_y| \Rightarrow E_{xo} = E_{yo} \quad (2.76)$$

Em termos razão de polarização estas condições correspondem a

$$P = 1e^{\pm j\frac{\pi}{2}} = \pm j \quad (2.77)$$

### Polarização Elíptica

A polarização elíptica é obtida sempre que não se verifiquem as condições anteriores, ou seja, se o desfasamento entre as componentes for de  $\pm\frac{\pi}{2}$  e as amplitudes forem diferentes

$$\Delta\phi = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} - 2n\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots & \text{direita} \\ +\frac{\pi}{2} + 2n\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots & \text{esquerda} \end{cases} \quad (2.78)$$

$$|E_x| \neq |E_y| \Rightarrow E_{xo} \neq E_{yo} \quad (2.79)$$

ou se o desfasamento não for múltiplo de  $\pi/2$ , independentemente das amplitudes.

### Relação Axial

A relação axial é um parâmetro que nos permite saber qual a polarização da onda, embora nada nos diga sobre o sentido de rotação. Considere-se a figura mostrada em 2.9, onde se representa o caso mais genérico de uma polarização elíptica. Define-se relação axial como sendo

$$AR = \frac{\text{Eixo Maior}}{\text{Eixo Menor}} = \frac{OA}{OB} \quad 1 \leq AR \leq \infty \quad (2.80)$$

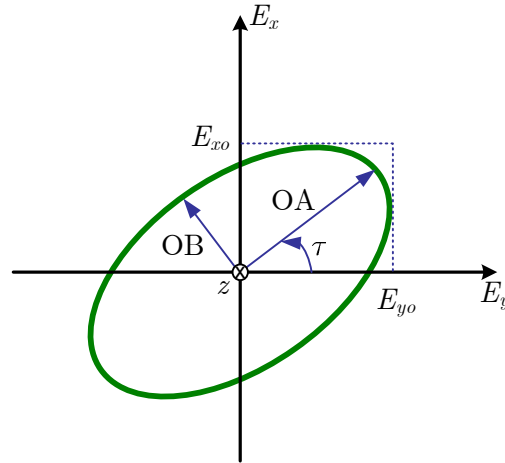


Figura 2.9: Elipse de polarização

Facilmente se infere que

$$\text{AR} = \begin{cases} 1 & \text{Polarização circular} \\ \infty & \text{Polarização linear} \\ \text{outro caso} & \text{Polarização elíptica} \end{cases} \quad (2.81)$$

Os eixos OA e OB podem ser obtidos a partir das amplitudes das componentes do campos e do desfasamento entre estes através de

$$\text{OA} = \left[ \frac{1}{2} \left( E_{xo}^2 + E_{yo}^2 + [E_{xo}^4 + E_{yo}^4 + 2E_{xo}^2 E_{yo}^2 \cos(2\Delta\phi)]^{1/2} \right) \right]^{1/2} \quad (2.82)$$

$$\text{OB} = \left[ \frac{1}{2} \left( E_{xo}^2 + E_{yo}^2 - [E_{xo}^4 + E_{yo}^4 + 2E_{xo}^2 E_{yo}^2 \cos(2\Delta\phi)]^{1/2} \right) \right]^{1/2} \quad (2.83)$$

O ângulo  $\tau$ , que nos fornece a inclinação da curva de polarização, é dado por<sup>5</sup>

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2E_{xo}E_{yo}}{E_{xo}^2 - E_{yo}^2} \cos(\Delta\phi) \right] \quad (2.84)$$

Até aqui assumimos que a onda se propaga segundo o sentido de  $\hat{a}_z$ . No entanto, em geral, uma onda pode propagar-se segundo uma qualquer direcção arbitrária. Usando então o sistemas de coordenadas esféricas, pode-se dizer que a onda viaja segundo a direcção de  $\hat{a}_r$ . Neste caso é mais conveniente decompor o campo nas componentes  $E_\theta$  e  $E_\phi$  em vez de  $E_x$  e  $E_y$ . Matematicamente pode escrever-se que

$$\mathbf{E}(r, t) = E_\theta(r, t)\hat{a}_\theta + E_\phi(r, t)\hat{a}_\phi \quad (2.85)$$

<sup>5</sup>É necessário ter em atenção que a função  $\alpha = \tan^{-1} x$  tem duas soluções possíveis no intervalo  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ . Em geral, se  $\alpha$  é solução então  $\alpha + \pi$  também o é. Por exemplo,  $\alpha = \tan^{-1} 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \wedge \alpha = \pi$ .

onde

$$E_\phi(r, t) = E_{\phi o} \cos(\omega t - \beta r + \delta_\phi) \quad (2.86)$$

$$E_\theta(r, t) = E_{\theta o} \cos(\omega t - \beta r + \delta_\theta) \quad (2.87)$$

Para determinar a polarização da onda descrita nesta forma podemos utilizar as expressões anteriormente apresentadas desde que se faça

$$\Delta\phi = \delta_\theta - \delta_\phi \quad (2.88)$$

e se efectuem as seguintes substituições

$$E_{xo} \rightarrow E_{\phi o} \quad (2.89)$$

$$E_{yo} \rightarrow E_{\theta o} \quad (2.90)$$

### Rejeição à polarização cruzada

Quando uma onda com polarização ortogonal (também chamada de polarização cruzada) à polarização da antena de recepção, a potência extraída será nula. Na prática, as antenas têm sempre alguma sensibilidade à polarização cruzada e existe recepção de algum sinal. Para se caracterizar este efeito é usual utilizar-se o parâmetro XPD<sup>6</sup>, definido como sendo a razão entre a potência recebida com a polarização adequada e a potência recebida com a polarização que lhe é ortogonal. Este é um parâmetro muito importante em aplicações que utilizam a multiplexagem na polarização como técnica para transmitir dois canais em simultâneo e na mesma frequência.

### Perdas por desadaptação de polarização

Para que exista máxima transferência de potência entre duas antenas é necessário que estas tenham a mesma polarização. Assim, a polarização da onda que incide numa antena deve ser a mesma polarização de uma onda que por esta fosse emitida. Se a onda emitida e a onda recebida estiverem a ser simultaneamente observadas da antena de recepção, e admitindo polarização elíptica, os vectores campo eléctrico de cada onda descrevem a mesma elipse mas a rodar em sentidos opostos, tal como mostrado na figura 2.10.

Em geral, a polarização de uma onda e a polarização da antena em que a onda incide poderão ser diferentes, existindo uma desadaptação de polarizações. Esta desadaptação implica que a potência extraída da onda seja diferente do valor máximo que se poderia obter.

<sup>6</sup>Do inglês *Cross Polarization Discrimination*.

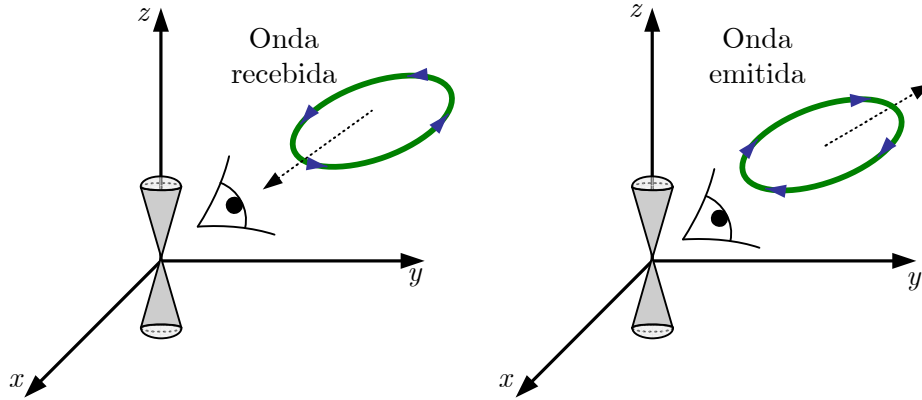


Figura 2.10: Adaptação de polarização

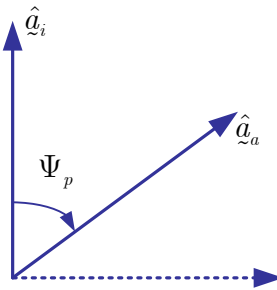


Figura 2.11: Vectores unitários da polarização da onda incidente e da antena de recepção.

Assuma-se um campo eléctrico incidente na antena com a seguinte forma

$$\bar{\mathbf{E}}_i = \bar{E}_i \hat{\mathbf{a}}_i \quad (2.91)$$

e uma antena com uma polarização dada por

$$\bar{\mathbf{E}}_a = \bar{E}_a \hat{\mathbf{a}}_a \quad (2.92)$$

Tal como se mostra na figura 2.11,  $\hat{\mathbf{a}}_i$  é um vector unitário que aponta segundo o sentido do campo eléctrico da onda incidente e  $\hat{\mathbf{a}}_a$  é um vector unitário que aponta segundo o sentido do campo eléctrico de uma onda hipoteticamente emitida pela antena de recepção. Estes vectores podem obter-se através de

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{\bar{\mathbf{E}}}{|\bar{\mathbf{E}}|} = \frac{\bar{\mathbf{E}}}{\sqrt{|\bar{E}_x|^2 + |\bar{E}_y|^2}} \quad (2.93)$$

A perda de potência por desadaptação de polarização pode ser calculada através do coeficiente  $C_p$ , como se segue

$$C_p = |\hat{\mathbf{a}}_i \cdot \hat{\mathbf{a}}_a|^2 = |\cos(\Psi_p)|^2 \quad (2.94)$$

onde  $\Psi_p$  representa o ângulo feito pelos dois vectores unitários.

## 2.9 Largura de banda

Define-se então largura de banda de uma antena como sendo o intervalo de frequências dentro do qual a variação de uma ou mais propriedades da antena permanece dentro de um intervalo aceite como bom. Como todos os parâmetros caracterizantes de uma antena variam com a frequência, pode-se definir a largura de banda com base em qualquer um dos parâmetros já estudados (largura de feixe, polarização, eficiência, ganho, nível dos lobos secundários, impedância de entrada, etc.) ou até baseada num conjunto de parâmetros, p.e., enquanto desadaptação de impedâncias estive abaixo de um determinado valor e enquanto o ganho estiver compreendido numa determinada gama.

Para antenas de banda estreita, a largura de banda é normalmente expressa em percentagem, e definida como se segue

$$LB = \frac{f_{max} - f_{min}}{f_o} \times 100 \quad (2.95)$$

onde  $f_o$  é a frequência central da banda, dada por

$$f_o = \frac{f_{max} + f_{min}}{2} \quad (2.96)$$

e onde  $f_{max}$  e  $f_{min}$  representam, respectivamente, a frequência mais alta e a frequência mais baixa que verificam o critério estabelecido.

Actualmente existem antenas com uma relação de frequência de 40:1, isto é, a frequência mais alta é quarenta vezes superior à frequência mais baixa. Uma largura de banda desta gama é possíveis nas antenas denominadas de antenas independentes da frequência. Neste caso é usual calcular-se a largura de banda como se segue

$$LB = \frac{f_{max}}{f_{min}} \quad (2.97)$$

## 2.10 Exemplo - Dipolo de *Hertz*

Utilizando as expressões gerais, calculemos agora a resistência de radiação, directividade e área efectiva e de um dipolo de *Hertz*. Vimos anteriormente que num dipolo de *Hertz* se verifica

$$S = \frac{I_M^2 Z \beta^2 dl^2}{32\pi^2 r^2} \sin^2 \theta \quad \text{e} \quad P_{rad} = \frac{40\pi^2 dl^2 I_M^2}{\lambda^2}$$

A resistência de radiação é dada pela equação 2.27. Como a envolvente da corrente que percorre

um dipolo de *Hertz* é constante, então

$$I_{in} = I_M \quad (2.98)$$

A substituição do valor obtido para  $P_{rad}$  em 2.27 resulta numa resistência de radiação de

$$R_r = \frac{80\pi^2 dl^2}{\lambda^2} \quad (2.99)$$

A intensidade de radiação vale

$$U(\theta, \phi) = r^2 S = \frac{I_M^2 Z \beta^2 dl^2}{32\pi^2} \sin^2 \theta \quad (2.100)$$

e a directividade é de

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = 1.5 \sin^2 \theta \quad (2.101)$$

sendo o seu valor máximo igual a

$$D_{max} = 1.5 \Rightarrow D_{max} = 1.76 \quad \text{dBi} \quad (2.102)$$

Daqui resulta que a área efectiva de um dipolo de *Hertz* sem perdas vale

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi) = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \sin^2 \theta \quad (2.103)$$

sendo o seu valor máximo de

$$A_{em} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \quad (2.104)$$

