

## Capítulo 6

# Antenas *microstrip*

### 6.1 Introdução

Uma antena impressa do tipo *microstrip*, tal como é mostrado na figura 6.1, é constituída por uma camada de um substrato dieléctrico coberto por material condutor em ambos os lados. Tipicamente, um dos lados é totalmente preenchido pelo material condutor, funcionando como plano de massa, enquanto que o outro plano está apenas parcialmente preenchido pelo material condutor, funcionando este como elemento radiante.

Estas antenas apresentam um conjunto de vantagens que as tornam num dos tipos de mais populares. Quando comparadas com as restantes, são bastante mais pequenas, leves e adaptáveis a qualquer superfície, o que as torna interessantes para aplicações onde peso e espaço são factores importantes. O seu processo de fabrico é extremamente simples, uma vez que é o mesmo utilizado na construção de circuitos impressos, o que também torna a sua integração com elementos discretos bastante mais simples. Apesar do preço de alguns substratos ser elevado, o custo total de desenvolvimento e construção é baixo. Apresentam também uma grande versatilidade quanto à forma de funcionamento, pois, por alteração da sua forma, permitem obter diferentes polarizações, diagramas de radiação e impedâncias de entrada, suportando os mais variados processos de alimentação. Devido às suas características, este tipo de antenas é especialmente adequado para uso em aeronáutica, satélites e mísseis. No entanto, o seu uso está já estendido a aplicações mais comerciais, como comunicações móveis, difusão, WLAN's, GPS, etc.

Quando funcionam como elemento isolado apresentam uma directividade moderada, que se encontra no intervalo 5 dBi a 10 dBi, e uma largura de banda reduzida, muitas vezes de 2%. No entanto, desde que devidamente dimensionadas, as antenas impressas podem chegar a valores de

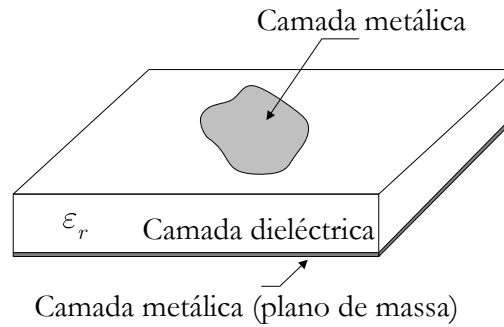


Figura 6.1: Exemplo de uma estrutura impressa do tipo *microstrip*

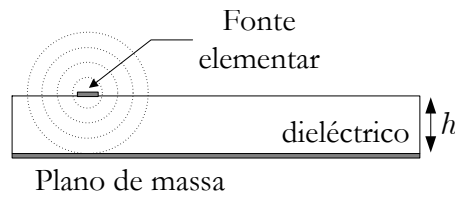


Figura 6.2: Campo radiado por uma fonte elementar

largura de banda mais elevados, na ordem dos 15%. Estas antenas possuem uma baixa relação entre polarizações cruzadas e não suportam potências muito elevadas. Existem, no entanto, técnicas para eliminar ou reduzir algumas destas limitações, nomeadamente, o agrupamento em agregados ou estruturas multi-camada.

## 6.2 Estruturas impressas

No contexto deste documento, entende-se por estrutura impressa qualquer dispositivo construído com base no princípio mostrado na 6.1. Para além do interesse óbvio nas antenas, por motivos que se tornarão evidentes mais tarde, importa ainda salientar as linhas de transmissão.

### 6.2.1 Ondas em estruturas impressas

Admita-se que numa estrutura impressa existe um elemento radiante, p.e. um dipolo de *Hertz*, tal como se exemplifica na figura 6.2. O dipolo irá radiar em todas as direcções e, conforme a direcção considerada, dará origem a quatro tipos de ondas: espaciais, superficiais, de fuga e ondas guiadas.

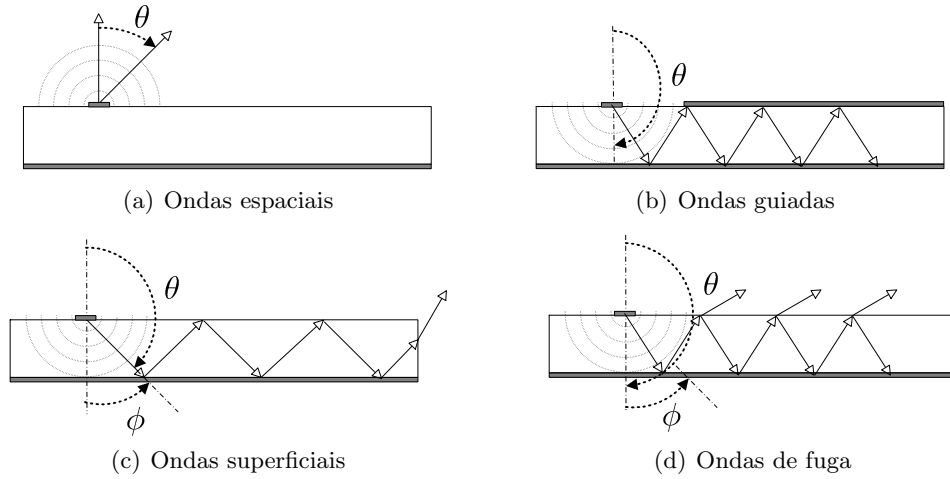


Figura 6.3: Tipo de ondas suportadas em estruturas impressas

### Ondas espaciais

As ondas espaciais, tal como mostrado na figura 6.3(a), são aquelas que são transmitidas segundo um ângulo  $\theta$  dado por

$$0 < \theta < \pi/2 \quad (6.1)$$

Estas ondas são enviadas directamente para o espaço sem que interajam com qualquer elemento pertencente à estrutura. Este é o tipo de ondas que deve predominar quando se pretende que a estrutura impressa seja uma estrutura radiante. Por outro lado, se o objectivo for construir uma estrutura que guie a energia electromagnética então este tipo de ondas deve ser minimizada.

### Ondas superficiais

As ondas superficiais, mostradas na figura 6.3(c), são aquelas que são radiadas pelo elemento na direcção do substrato segundo um ângulo dado por

$$\pi/2 < \theta < (\pi - \phi) \quad \phi = \sin^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \right) \quad (6.2)$$

Estas ondas propagam-se em direcção ao plano de massa e são reflectidas por este. As ondas reflectidas vão incidir na superfície superior onde tornam a ser reflectidas em direcção ao plano de massa. As duas reflexões referidas são reflexões totais: por um lado, o plano de massa é considerado um plano condutor perfeito e por outro, a reflexão na superfície dieléctrica é feita segundo um ângulo de incidência que está dentro do ângulo limite para a condição de reflexão

total (produzindo um efeito idêntico a uma fibra óptica). Como a energia transportada por estas ondas fica presa na estrutura este tipo de ondas contribui para uma redução da energia radiada pelo que devem ser minimizadas.

As ondas que atingem o extremo do dieléctrico são reflectidas e difractadas podendo provocar uma degradação do diagrama de radiação. Outro efeito negativo deste tipo de ondas é o acoplamento que provocam entre vários elementos que possam existir no circuito.

### Ondas de fuga

Tal como as ondas superficiais, as ondas de fuga, mostradas na figura 6.3(d), são ondas que são radiadas pelo elemento radiante na direcção do substrato, mas agora segundo um ângulo definido por

$$(\pi - \phi) < \theta < \pi \quad \phi = \sin^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \right) \quad (6.3)$$

Para estas ondas, o ângulo de incidência na interface dieléctrico-ar está fora do ângulo limite para reflexão total, pelo que parte da energia associada à onda é reflectida e a restante é transmitida para o espaço livre, podendo contribuir para um aumento a energia radiada. Em estruturas mais complexas, com várias camadas, estas ondas podem ser aproveitadas para aumentar o acoplamento entre camadas.

### Ondas guiadas

Se na construção da antena for colocado um plano condutor no mesmo plano onde se encontra a antena, tal como mostrado na figura 6.3(b), é criada uma estrutura do tipo guia de onda de planos paralelos. Este tipo de ondas fazem parte do funcionamento normal das linhas de transmissão. Quando se pretende utilizar as estruturas impressas para fazer linhas de transmissão, a maior parte da energia deve estar associada às ondas guiadas.

#### 6.2.2 Dieléctrico e camadas condutoras

O substrato dieléctrico tem duas funcionalidades: por um lado serve de suporte físico à estrutura e por outro está directamente ligado ao seu modo de funcionamento. Dependendo do tipo de substrato, a estrutura pode ter características predominantemente de radiação ou de transmissão.

Se o objectivo da estrutura impressa for a transmissão de energia electromagnética então as perdas por radiação devem ser minimizadas (isto é, deve-se minimizar o efeito das ondas espaciais). Para tal, o dieléctrico deve ter uma espessura baixa e uma constante dieléctrica alta. Deste modo, o campo fica mais concentrado entre a linha condutora e o plano de massa. No caso de se pretender que a estrutura funcione como antena, o substrato deve ser tal que a estrutura funcione como bom elemento radiante. Para tal, o substrato deve ser grosso e de constante dieléctrica baixa. Actualmente existe no mercado uma grande variedade de substratos previamente metalizados em ambas as faces, apresentando estes diversas espessuras e constantes dieléctricas.

## 6.3 Antenas impressas

### 6.3.1 Tipos de alimentação

#### Alimentação por linha de transmissão

A forma mais simples de alimentar uma antena do tipo *microstrip* é através de uma linha de transmissão directamente ligada a um dos bordos da antena. Adicionalmente, pode-se abrir uma pequena reentrância de modo a que a alimentação seja feita num ponto mais interior da antena, tal como mostrado na figura 6.4(a), conseguindo-se assim um valor de impedância de entrada que permita efectuar a adaptação imediata à linha de alimentação. A alimentação por linha de transmissão tem como inconveniente o facto do tipo de substrato necessário para um bom funcionamento da linha de transmissão ser o oposto do tipo de substrato necessário para o bom funcionamento da antena. Assim, numa alimentação deste tipo, deverá existir um compromisso na escolha do substrato. Por outro lado, como a linha de transmissão fica no mesmo plano da antena vai existir uma degradação do diagrama de radiação devido à radiação proveniente da linha.

#### Alimentação por cabo coaxial

A alimentação por cabo coaxial é uma forma de fugir ao compromisso anterior já que o cabo não está dependente do substrato utilizado. O condutor central do cabo atravessa o dieléctrico, ligando-se ao elemento radiante num ponto que garanta a adaptação entre a impedância do cabo e a do elemento. Como a alimentação é feita pelo lado oposto do plano onde se encontra o elemento radiante e o cabo não radia, não existe degradação do diagrama de radiação.

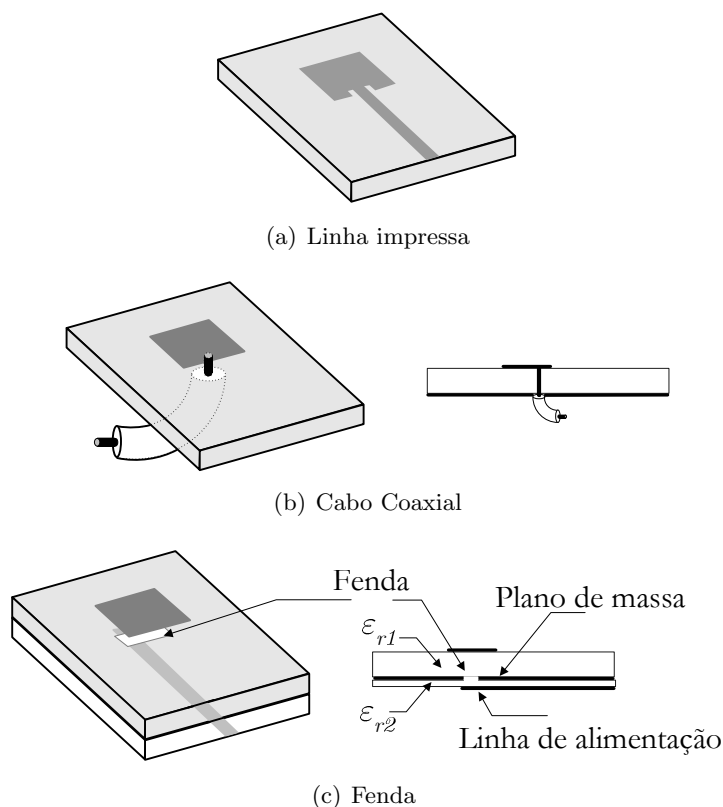


Figura 6.4: Tipos de alimentação de antenas *microstrip*

### Alimentação por fenda

Na alimentação por fenda são também utilizados dois substratos dieléctricos mas com um plano de massa entre eles. Ao substrato fino e de constante dieléctrica alta fica associada a linha de alimentação enquanto que ao substrato mais grosso e de constante dieléctrica baixa fica associado o elemento radiante. Deste modo e de forma independente podem ser satisfeitas as necessidades de transmissão e radiação. Para haver acoplamento electromagnético entre a linha de transmissão e o elemento radiante é feita uma fenda no plano de massa. O processo de fabrico desta técnica é bastante mais complexo e o alinhamento preciso entre a fenda, linha de alimentação e elemento radiante também é mais difícil, mas permite uma adaptação imediata da linha ao elemento radiante. Por outro lado, devido à existência da fenda, existe alguma radiação para trás, o que aumenta a energia radiada em direcções indesejadas.

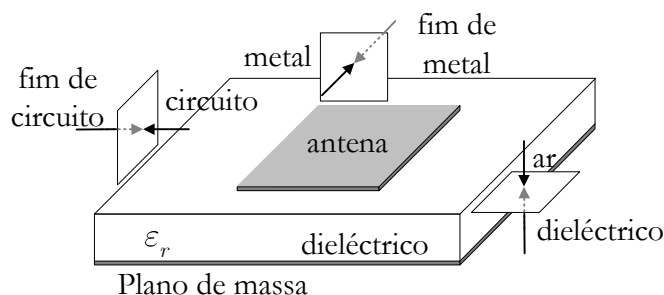


Figura 6.5: Estrutura radiante: exemplificação da não homogeneidade

### 6.3.2 Métodos de análise

Ao contrário das antenas mais elementares, não é possível estudar as antenas impressas analiticamente e de um modo simples a partir das equações de Maxwell. Isto deve-se ao facto de, tal como é exemplificado na figura 6.5, a estrutura não ser homogênea. São utilizados por isso vários métodos aproximados de análise que permitem estimar vários parâmetros da antena e obter o seu desempenho. Estes métodos de análise dividem-se em dois grupos principais:

1. Modelos baseados em estruturas físicas já conhecidas, aos quais está associada uma complexidade matemática moderada. Deste grupo, são exemplo o método da linha de transmissão e o método da cavidade. Estes métodos tratam a antena de forma aproximada e não são muito precisos na caracterização da estrutura. No entanto, permitem, através de expressões relativamente simples, uma primeira aproximação ao projecto da antena e, principalmente, uma boa compreensão do princípio físico de funcionamento da mesma.
2. Modelos que se baseiam em métodos numéricos para resolver as equações de *Maxwell* aplicadas à estrutura em estudo. Deste grupo são exemplo o método dos momentos (MoM), o método das diferenças finitas (FDTD) e o método dos elementos finitos (FEM). A aplicação destes métodos requer uma capacidade de cálculo bastante grande pelo que a sua utilização obriga ao recurso a computadores. Os resultados obtidos por estes métodos são muito mais próximos da realidade que os resultados obtidos pelos métodos anteriores pelo que, a nível profissional, a sua utilização torna-se obrigatória.

### 6.3.3 Método da linha de transmissão

Este método é extremamente simples e com uma complexidade matemática baixa. Apresenta rigor suficiente na estimativa da impedância de entrada e da frequência de trabalho em função

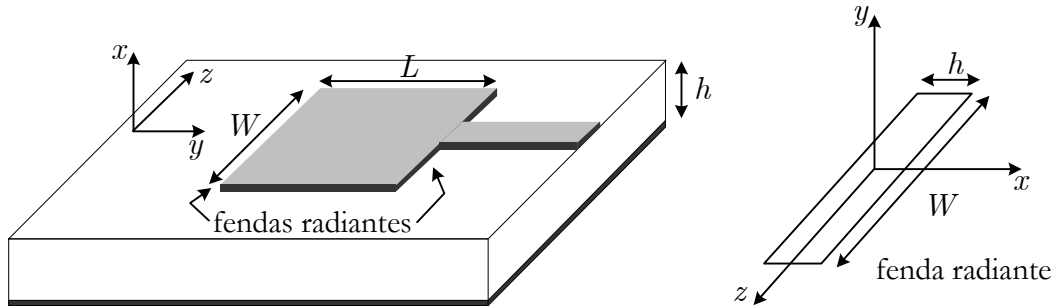


Figura 6.6: Geometria da antena *microstrip* rectangular e das fendas radiantes

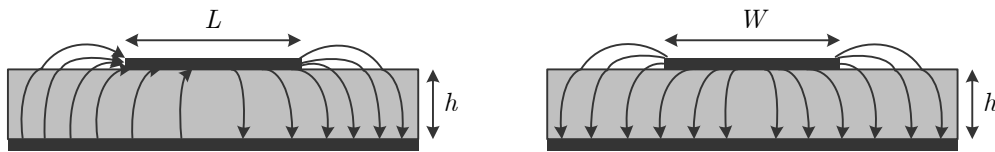


Figura 6.7: Linhas de força numa antena impressa no modo fundamental.

das dimensões da antena, da constante dielétrica do substrato e do ponto de alimentação. No entanto, tem o inconveniente de só se poder aplicar a estruturas rectangulares.

Como é demonstrado pelo método da cavidade, uma antena impressa rectangular pode ser representada como sendo um conjunto de duas fendas radiantes estreitas e paralelas, de comprimento  $W$  e largura  $h$ , separadas de uma distância  $L$ , tal como mostrado na figura 6.6. Assim sendo, o método da linha de transmissão modela a antena como sendo dada pelas duas fendas separadas por uma linha de transmissão de comprimento  $L$  e de impedância característica  $Z_c$ .

O campo nos bordos da estrutura apresenta linhas de força fora da estrutura radiante devido ao facto desta ter um comprimento finito (figura 6.7). Estas fugas, que dependem de  $L$ ,  $W$ ,  $h$ ,  $\epsilon_r$  e da frequência, fazem com que o tamanho eléctrico da estrutura seja ligeiramente superior ao tamanho físico. Assim, este modelo introduz o conceito de  $\epsilon_{ref}$ ,  $W_{ef}$  e  $L_{ef}$ , respectivamente, constante dielétrica efectiva, largura efectiva e comprimento efectivo.

### Constante dielétrica efectiva

O parâmetro  $\epsilon_{ref}$  é introduzido devido ao facto da estrutura radiante estar inserida num meio não homogéneo, composto pelo substrato numa das faces e ar na outra, existindo linhas de campo que percorrem estes dois meios. Assim, por definição,  $\epsilon_{ref}$  é o valor da constante dielétrica relativa de tal modo que a estrutura real imersa num meio não homogéneo tenha o mesmo



comportamento que a estrutura imersa num meio homogéneo de constante dieléctrica dada por  $\varepsilon_{ref}$ . Quanto mais baixo for o valor de  $\varepsilon_r$ , maior é a proximidade entre os valores de  $\varepsilon_r$  e  $\varepsilon_{ref}$ .

Para valores de frequência baixos, até valores próximos de 10 GHz, o valor de  $\varepsilon_{ref}$  é praticamente constante e dado por

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-1/2} \quad (6.4)$$

À medida que a frequência aumenta, o campo eléctrico tende a concentrar-se debaixo da estrutura, pelo que, nestas condições, o valor de  $\varepsilon_{ref}$  também se vai aproximar do valor de  $\varepsilon_r$ .

### Frequência de ressonância

O método da cavidade revela também que a estrutura poderá ter vários modos de funcionamento sendo que, para o modo principal (modo  $TM_{010}^x$ ), a frequência de ressonância é dada por

$$f_r = \frac{c}{2L\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (6.5)$$

Assim, o comprimento  $L$  seria escolhido de modo a que a estrutura verificasse

$$L = \frac{\lambda_d}{2} = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (6.6)$$

No entanto, pelo que, para introduzir este efeito das linhas de fuga, é necessário corrigir a expressão anterior para

$$f_r = \frac{c}{2L_{ef}\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \quad (6.7)$$

Assim a dimensão  $L$  é dada por

$$L = L_{ef} - 2\Delta L \quad (6.8)$$

onde  $\Delta L$  corresponde ao aumento do tamanho real da antena devido às fugas de campo, e pode ser obtido em função das restantes variáveis através de

$$\Delta L = 0.412h \frac{(\varepsilon_{ref} + 0.3) \left( \frac{W}{h} + 0.264 \right)}{(\varepsilon_{ref} - 0.258) \left( \frac{W}{h} + 0.8 \right)} \quad (6.9)$$

### Impedância de entrada

Pode-se demonstrar que uma fenda infinita num plano condutor perfeito, tal como mostrado na figura 6.8, tem uma admitância por unidade de comprimento dada por

$$Y = G + jB \quad (6.10)$$

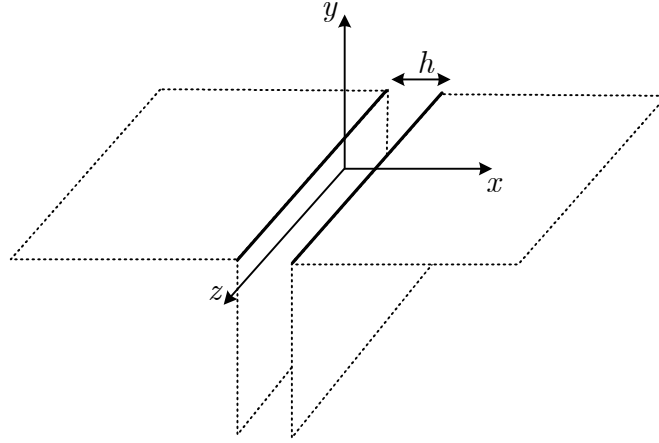


Figura 6.8: Fenda infinita num plano condutor perfeito e infinito

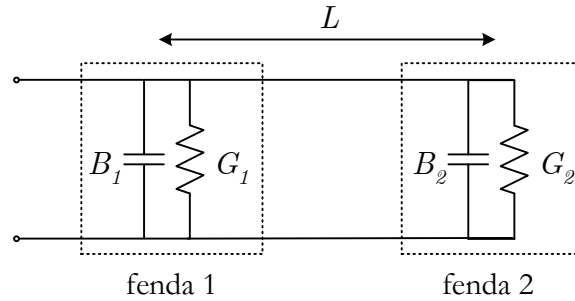


Figura 6.9: Circuito equivalente da antena *microstrip*

onde

$$G = \frac{1}{120\lambda_0} \left[ 1 - \frac{1}{24}(\beta_0 h)^2 \right] \quad h \ll \lambda_0 \quad (6.11)$$

$$B = \frac{1}{120\lambda_0} [1 - 0.636 \ln(\beta_0 h)] \quad h \ll \lambda_0$$

Assim, numa porção da fenda de dimensão  $W$  a admitância total será

$$G = \frac{W}{120\lambda_0} \left[ 1 - \frac{1}{24}(\beta_0 h)^2 \right] \quad h < 0.1\lambda_0 \quad (6.12)$$

$$B = \frac{W}{120\lambda_0} [1 - 0.636 \ln(\beta_0 h)] \quad h < 0.1\lambda_0$$

Apesar da estrutura não ser exactamente a mesma, numa primeira aproximação, admite-se que as fendas radiantes de uma antena impressa também têm uma admitância dada por 6.12. Assim, o circuito equivalente da antena é mostrado na figura 6.9.

A antena pode então ser tratada como duas cargas (que representam as fendas radiantes), funcionamento a parte superior da antena como uma linha de transmissão que une estas duas

impedâncias. Neste pressuposto, a admitância total na entrada da antena é dada pela admitância da fenda de entrada somada com a admitância da fenda do extremo oposto transferida para a entrada. No modo dominante a dimensão  $L$  deverá ser de  $\lambda_d/2$ . No entanto, devido à fuga do campo nos bordos da antena, a dimensão  $L$  será ligeiramente inferior a  $\lambda_d/2$ , tipicamente  $0.48\lambda_d < L < 0.49\lambda_d$ . Este ligeiro encurtamento aliado ao facto de cada fenda apresentar quer uma parte real que uma parte imaginária de admitância bastante baixa permite escrever

$$G_1 = G \quad (6.13)$$

$$B_1 = B \quad (6.14)$$

$$G_2 = G \quad (6.15)$$

$$B_2 \approx -B \quad (6.16)$$

A impedância de entrada será então dada por

$$Z_{in} = \frac{1}{2G} = \frac{60\lambda_0}{W} \quad (6.17)$$

Esta expressão pode ser utilizada para obter uma primeira estimativa da impedância da antena. No entanto, esta pode ser obtida com mais rigor, mas ainda assim de um modo aproximado, partindo da expressão do campo eléctrico radiado pela antena. Utilizando, para o campo radiado por cada fenda, a expressão obtida pelo método da cavidade, então a potência radiada por cada fenda será dada por

$$P_{rad} = \frac{|V_0|^2}{2\pi Z_0} \int_0^\pi \left[ \frac{\sin\left(\frac{\beta_0 W}{2} \cos \theta\right)}{\cos \theta} \right]^2 \sin^3 \theta d\theta \quad (6.18)$$

onde  $|V_0|$  é a diferença de potencial na fenda.

A admitância pode então ser obtida através de

$$G = \frac{2P_{rad}}{|V_0|^2} = \frac{I_1}{120\pi^2} \quad (6.19)$$

onde

$$I_1 = \int_0^\pi \left[ \frac{\sin\left(\frac{\beta_0 W}{2} \cos \theta\right)}{\cos \theta} \right]^2 \sin^3 \theta d\theta \quad (6.20)$$

$$= -2 + \cos(X) + X Si(X) + \frac{\sin(X)}{X} \quad (6.21)$$

com

$$X = \beta_0 W \quad (6.22)$$

resultando finalmente

$$G = \frac{-2 + \cos(\beta_0 W) + \beta_0 W S_i(\beta_0 W) + \frac{\sin(\beta_0 W)}{\beta_0 W}}{120\pi^2} \quad (6.23)$$

cujos valores assintóticos são

$$G = \begin{cases} \frac{W^2}{90\lambda_0^2} & W \ll \lambda_0 \\ \frac{W}{120\lambda_0} & W \gg \lambda_0 \end{cases} \quad (6.24)$$

donde se pode concluir que, no limite, os valores obtidos por este método tendem para os valores obtidos pelo método anterior. Pelos mesmos motivos enunciados anteriormente temos então que a impedância de entrada vale

$$Z_{in} = \frac{1}{2G} = \frac{60\pi^2}{-2 + \cos(\beta_0 W) + \beta_0 W S_i(\beta_0 W) + \frac{1}{\beta_0 W} \sin(\beta_0 W)} \quad (6.25)$$

Como se pode verificar nos resultados obtidos por ambos os métodos, a impedância de entrada depende essencialmente da dimensão  $W$ . Assim, escolhendo o valor adequado para  $W$ , é possível obter uma impedância de entrada que garanta ou que facilite a adaptação à linha de alimentação. Note-se ainda que a impedância de entrada é inversamente proporcional à dimensão  $W$ .

Convém ainda salientar que, numa antena real, parte do sinal radiado por uma fenda poderá propagar-se em direcção à outra fenda e vice-versa. A este efeito de chama-se acoplamento mútuo e, como é obvio, afectará a impedância de entrada. Em ambos os processos utilizados para obter a impedância de entrada da antena este acoplamento foi ignorado porque o seu tratamento é bastante complexo. No entanto, eventuais diferenças de impedância de entrada obtidas por estas expressões e obtidas por simulação electromagnética poderão ser explicadas por este fenómeno.

### Adaptação da antena

A impedância da antena não depende só de  $W$  mas também do ponto, ao longo da distância  $L$ , onde é feita a alimentação, tal como se mostra na figura 6.10. A impedância de entrada em função de  $y$  pode ser obtida aproximadamente pela seguinte expressão

$$Z_{in} = \cos^2\left(\frac{\pi y}{L}\right) Z_{in}|_{y=0} \quad (6.26)$$

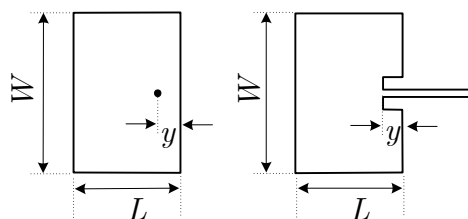


Figura 6.10: Possível esquema de adaptação directa entre a antena radiante e o gerador

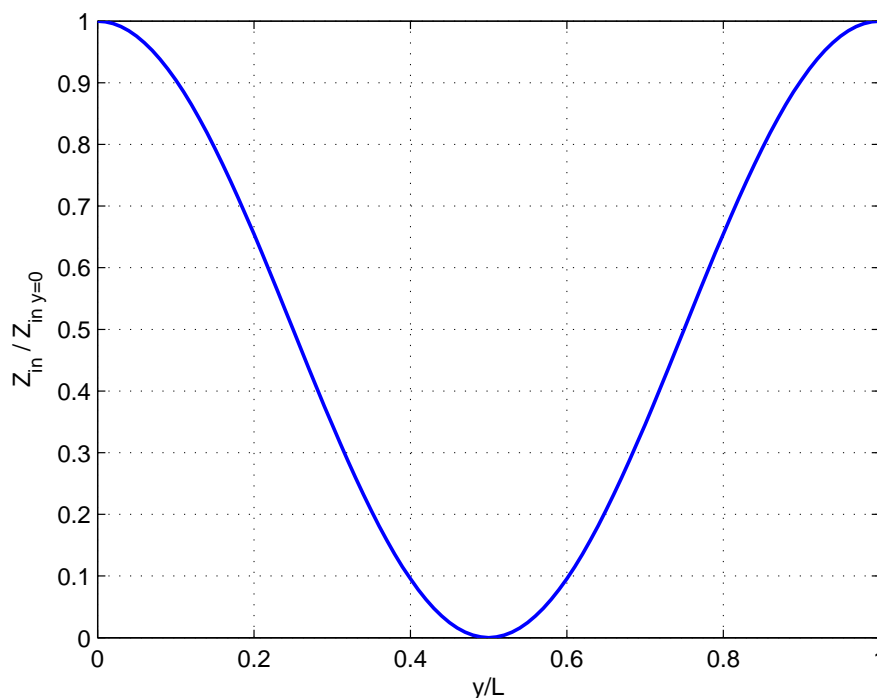


Figura 6.11: Evolução da impedância ao longo da dimensão  $L$

Na figura 6.11 é mostrado um gráfico com a evolução desta impedância, à medida que se vai entrando na antena. Esta evolução de impedâncias justifica-se pelo facto de que, nos bordos da antena, como estamos na presença de um circuito aberto, a impedância vista nestes pontos deverá atingir o seu valor máximo. Por outro lado, como o centro da antena fica a  $\lambda_d/4$  do bordo, obtemos um curto-circuito, onde a impedância equivalente será nula.

#### 6.3.4 Método da cavidade ressonante

Este método consiste em considerar a estrutura como sendo uma cavidade ressonante, tal como mostrado na figura 6.12. Na construção deste modelo parte-se dos seguintes pressupostos

- As partes superior e inferior da cavidade podem ser modeladas por condutores eléctricos

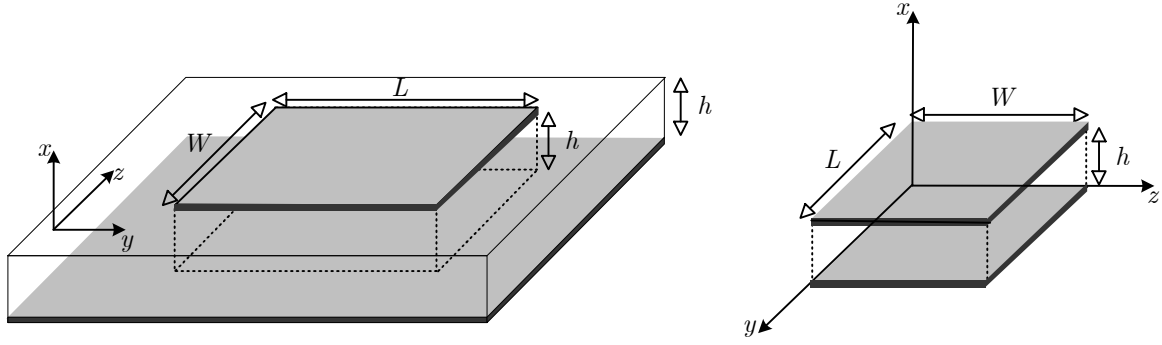


Figura 6.12: Modelação da antena *microstrip* por uma cavidade

perfeitos.

- Assumindo que as fendas são circuitos abertos, então não existe componente tangencial de campo magnético sobre estas pelo que se podem modelar por condutores magnéticos perfeitos.
- A grande proximidade entre o elemento e o plano de massa faz com que o campo de fuga seja bastante baixo e portanto o campo eléctrico é praticamente normal ao elemento impresso (segundo  $Ox$ ). Isto leva a que se considerem apenas os modos  $TM^x$  (Transversal Magnético à direcção  $x$ ).
- Devido à baixa espessura do substrato existe uma forte atracção entre as cargas no plano de massa e no elemento impresso levando a que acorrente neste exista essencialmente na sua parte inferior, podendo assumir-se que a corrente na parte superior do elemento é nula e portanto não existe radiação directa.

### Frequências de ressonância

Resolvendo a equação de onda para modos  $TM^x$  dentro da cavidade e obrigando a que a solução desta obedeça às condições de fronteira impostas pela estrutura resulta que os campos são dados por

$$\bar{E}_x = -j \frac{(\beta^2 - \beta_x^2)}{\omega \mu \epsilon} A_{mnp} \cos(\beta_x x') \cos(\beta_y y') \cos(\beta_z z') \quad (6.27)$$

$$\bar{E}_y = -j \frac{\beta_x \beta_y}{\omega \mu \epsilon} A_{mnp} \sin(\beta_x x') \sin(\beta_y y') \cos(\beta_z z') \quad (6.28)$$

$$\bar{E}_z = -j \frac{\beta_x \beta_z}{\omega \mu \epsilon} A_{mnp} \sin(\beta_x x') \cos(\beta_y y') \sin(\beta_z z') \quad (6.29)$$

$$\bar{H}_x = 0 \quad (6.30)$$

$$\bar{H}_y = -\frac{\beta_z}{\mu} A_{mnp} \cos(\beta_x x') \cos(\beta_y y') \sin(\beta_z z') \quad (6.31)$$

$$\bar{H}_z = \frac{\beta_y}{\mu} A_{mnp} \cos(\beta_x x') \sin(\beta_y y') \cos(\beta_z z') \quad (6.32)$$

onde

$$\beta_x = \frac{m\pi}{h} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\beta_y = \frac{n\pi}{L} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.33)$$

$$\beta_z = \frac{p\pi}{W} \quad p = 0, 1, 2, \dots$$

$A_{mnp}$  representa a amplitude de cada um dos modos e os coeficientes  $m, n, p$  identificam o próprio modo. Estes últimos não podem tomar simultaneamente o valor 0. Como, por outro lado, se tem que verificar que

$$\beta_r = \omega_r \mu \varepsilon = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2} \quad (6.34)$$

então a estrutura apresenta várias frequências de ressonância dadas por

$$(f_r)_{mnp} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2} \quad (6.35)$$

Por razões óbvias, quando se pretende dimensionar uma antena para uma determinada frequência há interesse em fazê-la o mais pequena possível. Assim sendo, de todas as ressonâncias de uma antena rectangular de dimensões  $W \times L \times h$ , revestem-se de maior importância as frequências mais baixas. Como a dimensão  $h$  é sempre menor que as dimensões  $W$  e  $L$ , as frequências de ressonância mais baixas (frequência do modo dominante) são dadas por

$$(f_r)_{010} = \frac{1}{2L\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad L > W$$

$$(f_r)_{001} = \frac{1}{2W\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad W > L \quad (6.36)$$

A distribuição do campo para estes dois modos é mostrado na figura 6.13. Pegando, por exemplo, no modo  $TM_{001}^x$ , pode verificar-se que, a meio da dimensão  $W$  e ao longo de toda a dimensão  $L$ , existe um nulo de campo. Assim, se a alimentação for feita no centro da antena, este modo não pode ser excitado e portanto a frequência de ressonância passa a ser imposta pela dimensão  $L$ , continuando o modo dominante a ser o  $TM_{010}^x$ , independentemente de  $L$  ser a menor dimensão ou não. Obviamente, a análise para o modo  $TM_{010}^x$  é a mesma desde que se troque  $L$  com  $W$  no que anteriormente se disse.

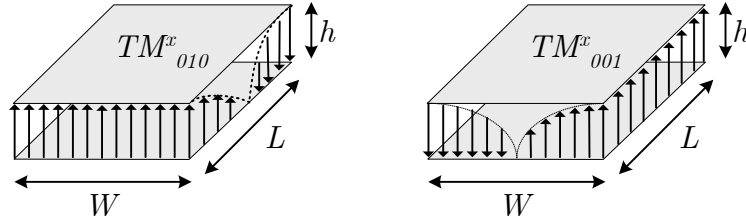


Figura 6.13: Distribuição dos campos nos modos  $TM_{010}^x$  e  $TM_{001}^x$

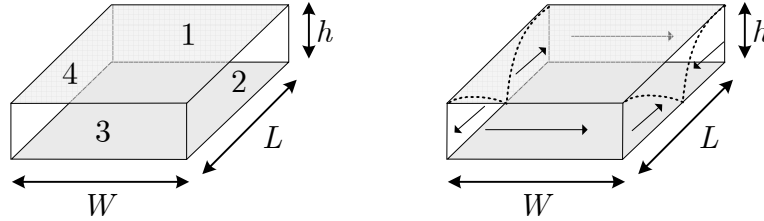


Figura 6.14: Corrente magnética equivalente nas paredes da cavidade no modo dominante

### Diagrama de Radiação

O diagrama de radiação de uma antena impressa é determinado com base nos resultados obtidos pelo método da cavidade e utilizando o princípio da equivalência. Admita-se então que se o modo dominante é o  $TM_{010}^x$ . Para este caso particular os campos reduzem-se a

$$\bar{E}_x = -j\omega A_{010} \cos\left(\frac{\pi}{L}y'\right) \quad (6.37)$$

$$\bar{H}_z = \frac{\pi}{\mu L} A_{010} \sin\left(\frac{\pi}{L}y'\right) \quad (6.38)$$

$$\bar{E}_y = 0 \quad (6.39)$$

$$\bar{E}_z = 0 \quad (6.40)$$

$$\bar{H}_x = 0 \quad (6.41)$$

$$\bar{H}_y = 0 \quad (6.42)$$

Pelo exposto anteriormente, caso o modo dominante seja o  $TM_{001}^x$ , os resultados e conclusões manter-se-ão desde que se troque  $L$  por  $W$ .

Para o modo  $TM_{010}^x$ , a partir dos campos sobre as fendas podem definir-se correntes fictícias sobre as mesmas. Utilizando as expressões dos campos para o modo dominante resulta

$$\bar{J}_e = \hat{n} \times \bar{H}_z = 0 \quad (6.43)$$

$$\bar{J}_m = -\hat{n} \times \bar{E}_x \quad (6.44)$$



donde se conclui que as correntes eléctricas equivalentes são nulas, obtendo-se apenas correntes magnéticas. Como estas correntes estão ainda na presença de um plano condutor perfeito, para contabilizar a presença deste pode-se recorrer à teoria das imagens. Como a fenda é muito estreita a corrente é praticamente linear e assente no plano reflector pelo que a total passa a ser o dobro da existente na fenda.

$$\bar{\mathbf{J}}_e = 0 \quad (6.45)$$

$$\bar{\mathbf{J}}_m = -2\hat{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{E}}_x \quad (6.46)$$

Verifica-se ainda que a corrente está em fase nas fendas de dimensão  $W$  e em oposição de fase nas fendas de dimensão  $L$ , tal como mostrado na figura 6.14.

Utilizando as correntes fictícias obtidas anteriormente é então possível chegar aos campos radiados por cada uma das quatro fendas. No modo dominante, o campo radiado por cada uma das fendas 1 e 3 (ver figura 6.14) é dado por

$$\bar{\mathbf{E}}_\phi = -j \frac{\beta_0 h W E_0 e^{-j\beta_0 r}}{\pi r} \left( \sin \theta \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Z}{Z} \right) \quad (6.47)$$

onde

$$X = \frac{\beta_0 h}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (6.48)$$

$$Z = \frac{\beta_0 W}{2} \cos \theta \quad (6.49)$$

A contabilização do efeito das duas fendas é feito recorrendo à teoria dos agregados. Para duas antenas alimentadas em fase, espaçadas de uma distância eficaz  $L_{ef}$  e dispostas no eixo  $Oy$ , o factor de agregado vale

$$F_Y = 2 \cos \left( \frac{\beta_0 L_{ef}}{2} \sin \theta \sin \phi \right) \quad (6.50)$$

resultando que o campo radiado pelo conjunto destas duas fendas é então dado por

$$\bar{\mathbf{E}}_\phi = -j \frac{2\beta_0 h W E_0 e^{-j\beta_0 r}}{\pi r} \left( \sin \theta \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Z}{Z} \right) \cos \left( \frac{\beta_0 L_{ef}}{2} \sin \theta \sin \phi \right) \quad (6.51)$$

Na figura 6.15 é mostrado o diagrama de radiação típico de uma antena impressa quadrada, nos planos E ( $\theta = \pi/2$ ) e H ( $\phi = 0$ ). O diagrama de radiação é bastante largo, quer no plano E quer no plano H, sendo o máximo do diagrama de radiação segundo a direcção transversal ao elemento radiante.

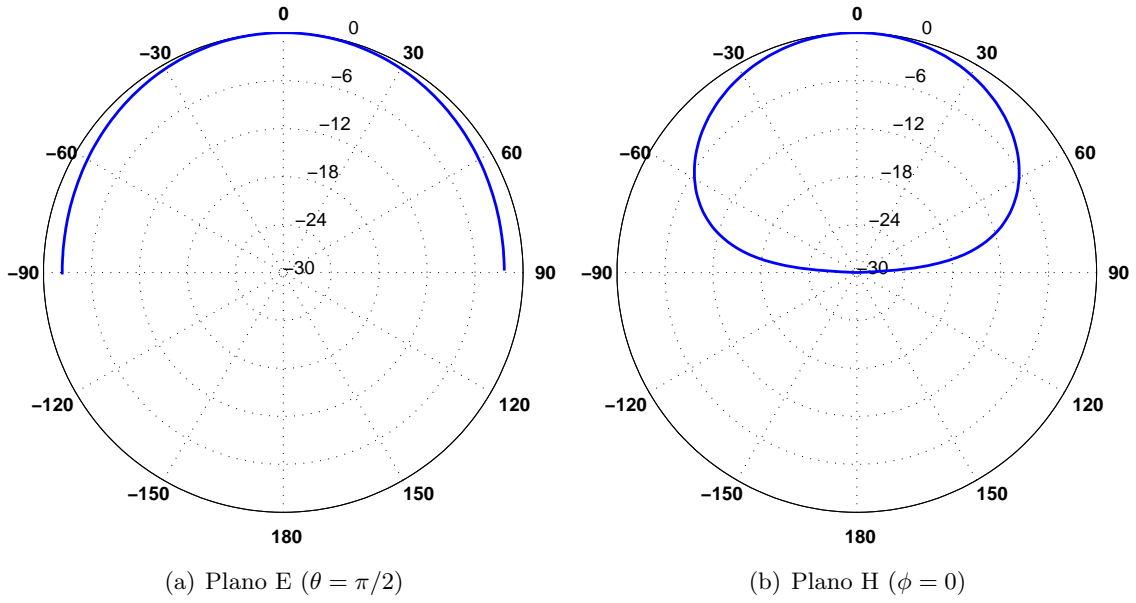


Figura 6.15: Diagrama de radiação de uma antena impressa ( $L_{ef} = W = \lambda_d/2$ ,  $h = 1.5\text{mm}$ ,  $f=2.4\text{GHz}$ )

O campo radiado pelos fendas 2 e 4 (ver figura 6.14) é dado por

$$\bar{E}_\theta = j \frac{\beta_0 h L_{ef} E_0 e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} \left( \cos \phi \frac{\sin X}{X} \frac{\cos Y}{Y^2 - (\pi/2)^2} \right) \quad (6.52)$$

$$\bar{E}_\phi = -j \frac{\beta_0 h L_{ef} E_0 e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} \left( \cos \theta \sin \phi \frac{\sin X}{X} \frac{\cos Y}{Y^2 - (\pi/2)^2} \right) \quad (6.53)$$

onde

$$X = \frac{\beta_0 h}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (6.54)$$

$$Z = \frac{\beta_0 L_{ef}}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (6.55)$$

A contabilização do efeito das duas fendas é também feito recorrendo à teoria dos agregados, resultando neste caso que, para duas antenas dispostas no eixo  $Oz$  e alimentadas em oposição de fase e separadas por uma distância  $W$  o factor de agregado vale

$$F_Z = 2j \sin \left( \frac{\beta_0 W}{2} \cos \theta \right) \quad (6.56)$$

O campo radiado por estas fendas, quando comparado com o campo radiado pelas outras fendas, tem uma amplitude muito baixa (sendo inclusivamente nula para  $\theta = \pi/2$ ) pelo que são normalmente desprezadas. Por este motivo denominam-se as fendas 1 e 3 por fendas radiantes e as 2 e 4 por fendas não radiantes.

### 6.3.5 Directividade

Conhecido o campo radiado pela antena é possível calcular a sua directividade. Aplicando a definição de directividade e comparando o valor obtido com aquele que se obtém para uma fenda apenas, pode mostrar-se que, no modo fundamental, a directividade máxima da antena é dada por

$$D = D_0 D_{AF} \quad (6.57)$$

onde  $D_0$  é a directividade de apenas uma fenda e vale

$$D_0 = \left( \frac{2\pi W}{\lambda_0} \right)^2 \frac{1}{I_1} \quad (6.58)$$

sendo  $I_1$  dado pela expressão 6.20.  $D_{AF}$  representa a directividade associada ao facto de se ter duas fendas a radiar e é dado por

$$D_{AF} = \frac{2}{1 + g_{12}} \approx 2 \quad (6.59)$$

O parâmetro  $g_{12}$  contabiliza o acoplamento mútuo entre fendas. A justificação para a aproximação de  $D_{AF}$  prende-se com o facto de normalmente se ter  $g_{12} \ll 1$ .

### 6.3.6 Largura de banda e factor de qualidade

O factor de qualidade de um circuito ressonante é dado por

$$Q = \omega \frac{W}{P} \quad (6.60)$$

onde  $W$  representa a energia armazenada no circuito e  $P$  representa toda a potência real nele dissipada. O factor de qualidade de uma antena obtém-se da mesma forma, sendo agora  $W$  dado pela energia total armazenada no campo em torno da antena e  $P$  toda a potência real dissipada. Contribuí para  $P$  quer a potência radiada quer a potência perdida.

A utilidade do factor de qualidade provém do facto de ser possível estimar a largura de banda (baseada na variação da impedância de entrada) a partir do conhecimento de  $Q$  na frequência de ressonância. Pode mostrar-se que o factor de qualidade, a largura de banda e o  $VSWR$  estão relacionados como se segue

$$LB = \frac{VSWR - 1}{Q\sqrt{VSWR}} \quad (6.61)$$

Desta forma, a largura de banda será definida pelas duas frequências em torno da frequência de ressonância para as quais se obtém o máximo  $VSWR$  aceite.

No caso particular de uma antena impressa, contribuem para  $P$  a potência radiada,  $P_{rad}$ , a potência perdida nos condutores,  $P_c$ , a potência perdida no dieléctrico,  $P_d$ , e a potência associada às ondas superficiais,  $P_{sw}$ . Fazendo então

$$Q = \omega \frac{W}{P_{rad} + P_c + P_d + P_{sw}} \quad (6.62)$$

infere-se que

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{sw}} \quad (6.63)$$

onde  $Q_x$  representa o factor de qualidade associado apenas a uma das várias fontes de dissipação de potência.

Existem formulas simples e aproximadas que permitem calcular cada um dos factores de qualidade parciais, para antenas impressas com qualquer forma geométrica. Tem-se então que

$$Q_c = h\sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad (6.64)$$

$$Q_d = \frac{1}{\tan \delta} \quad (6.65)$$

$$Q_{rad} = \frac{2\omega \varepsilon K}{hG_{t/l}} \quad (6.66)$$

onde  $\mu$  e  $\sigma$  são, respectivamente, a permeabilidade magnética e condutividade do condutor utilizada e  $\tan \delta$  é a tangente de perdas do substrato.  $K$  e  $G_{t/l}$  são parâmetros dependentes da geometria da antena. Para o caso de antenas rectangulares pode fazer-se

$$K = \frac{L}{4} \quad (6.67)$$

$$G_{t/l} = \frac{G_{in}}{W} \quad (6.68)$$

onde  $G_{in}$  vale

$$G_{in} = \frac{1}{Z_{in}(y=0)} \quad (6.69)$$

e representa a admitância de entrada medida no bordo da antena, independentemente do ponto onde a antena é alimentada.

O cálculo do factor de qualidade associado às ondas superficiais não se pode fazer recorrendo a expressões simples. No entanto, quando comparada com as restantes, a potência associada a estas ondas é baixa pelo que esta se vai aqui desprezar.

O principal factor a contribuir para a potência real dissipada será a potência radiada. Como o factor de qualidade associada a esta potência é inversamente proporcional à espessura do substrato, então a largura de banda será tanto maior quanto maior este for. Assim sendo,

se a largura de banda obtida com um determinado substrato for insuficiente, pode-se optar por aumentar  $h$ . Como as espessuras dos substratos estão disponíveis em número reduzido, a solução normalmente utilizada passa pela inclusão de uma camada de ar entre o plano de massa e o substrato que suporta a antena. Obviamente que esta solução faz com que o  $\epsilon_{ref}$  baixe e, por consequência, as dimensões da antena aumentem.

