

Capítulo 3

Antenas lineares

3.1 Introdução

As antenas filamentosas são das mais antigas que existem. O seu baixo preço, simplicidade e moderada versatilidade tornou este tipo de antenas numa das geometrias com maior aplicação prática. A sua utilização vai desde frequências na banda VLF (3 kHz - 30 kHz) onde tipicamente são utilizadas como monopolos verticais (p.e. para aplicações na área das comunicações com baixa largura de banda e longo alcance) até à banda UHF (300 MHz - 3 GHz) onde são utilizadas tipicamente como dipolos (p.e. para a construção de estações de base dos modernos sistemas de comunicações móveis).

As formas das antenas filamentosas e respectivos princípios de funcionamento são tão vastas que é impossível analisá-las todas aqui. Por este motivo, o estudo que iremos efectuar neste capítulo irá ser restringido ao dipolo linear e ao dipolo cilíndrico. Posteriormente, no capítulo sobre reflectores, iremos dedicar alguma atenção aos monopolos verticais e horizontais.

3.2 Dipolos Lineares

O dipolo linear é uma antena infinitamente fina, com comprimento L e alimentada ao centro, cuja geometria é apresentada na figura 3.1. Por analogia entre o dipolo linear e uma linha de transmissão terminada em aberto, assume-se que a corrente é dirigida segundo \hat{a}_z , isto é, é da forma

$$\bar{\mathbf{I}}(z') = \bar{I}(z')\hat{a}_z \quad (3.1)$$

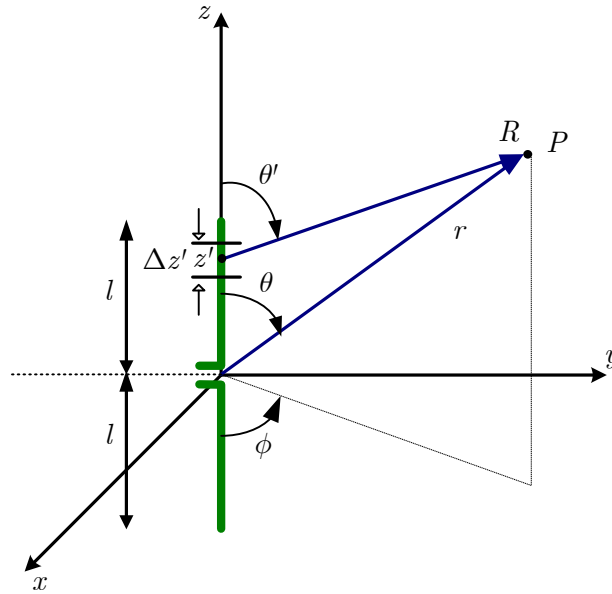


Figura 3.1: Geometria da antena linear

cuja envolvente ao longo da antena tem a distribuição sinusoidal dada por

$$\bar{I}(z') = \begin{cases} I_M \sin[\beta(l - z')] & 0 \leq z' \leq l \\ I_M \sin[\beta(l + z')] & -l \leq z' \leq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Na figura 3.2 mostra-se o andamento desta corrente para dipolos lineares de vários tamanhos.

3.2.1 Campos radiados

Para encontrar os campos radiados por esta distribuição de corrente podemos optar por um de entre dois caminhos

- a partir da distribuição de correntes calcular o potencial vector \mathbf{A} e, a partir deste, calcular os campos do mesmo modo que se fez para o dipolo de *Hertz*
- utilizar o resultado obtido para o dipolo de *Hertz*.

Como o segundo processo é mais expedito é este que vai ser utilizado. A ideia reside em dividir a antena em pequenos troços de tamanho $\Delta z'$ e obter o campo total através do somatório das contribuições de cada um dos destes pequenos troços. À medida que reduzimos estes pequenos troços, o seu tamanho tenderá para uma dimensão elementar dz' e o somatório tenderá para um integral. Cada troço dz' será percorrido por uma corrente constante mas diferente em cada

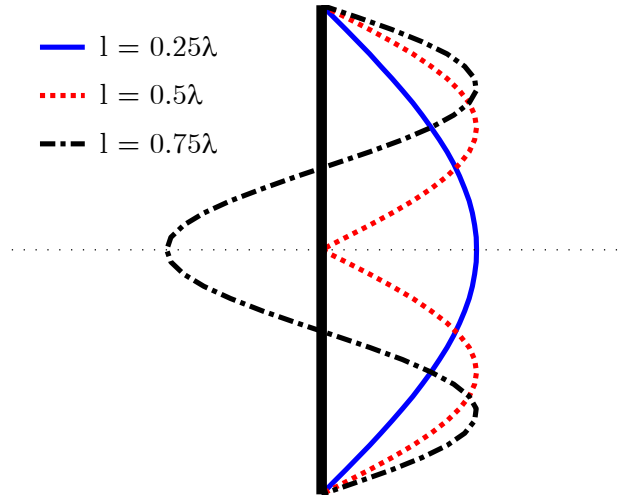


Figura 3.2: Andamento da corrente dada por 3.2 para antenas lineares de vários comprimentos

ponto e cuja amplitude é dada pela equação 3.2. É nesta altura que será utilizado o resultado obtido para o dipolo de *Hertz*, uma vez que também este possui uma dimensão elementar e é percorrido por uma corrente constante.

O estudo que vai ser efectuado é válido apenas para a zona distante de radiação. Aqui o campo gerado por um dipolo de *Hertz* agores num ponto z' é dado por

$$d\bar{E}_\theta = j \frac{Z\beta\bar{I}(z')}{4\pi R} e^{-j\beta R} \sin\theta dz' \quad (3.3)$$

Na zona distante de radiação podemos fazer uma aproximação a R tal como mostrado na figura 3.3. Esta aproximação corresponde a fazer

$$R = r - z' \cos\theta \quad \text{para os termos da fase} \quad (3.4)$$

$$R = r \quad \text{para os termos da amplitude} \quad (3.5)$$

Assim pode escrever-se

$$d\bar{E}_\theta \approx j \frac{Z\beta\bar{I}(z')e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \quad (3.6)$$

O campo total resulta da soma (ou da interferência) dos campos gerados pelos infinitos dipolos de *Hertz* que constituem o dipolo linear. Matematicamente esta ideia escreve-se como se segue

$$\bar{E}_\theta = \int_{-l}^{+l} d\bar{E}_\theta = j \frac{Z\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta \int_{-l}^{+l} \bar{I}(z') e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \quad (3.7)$$

Uma análise do resultado obtido revela algo de interessante: o campo total é dado pelo produto de dois factores, sendo um factor o campo gerado por um dipolo de *Hertz* com $I_M = 1$ e outro

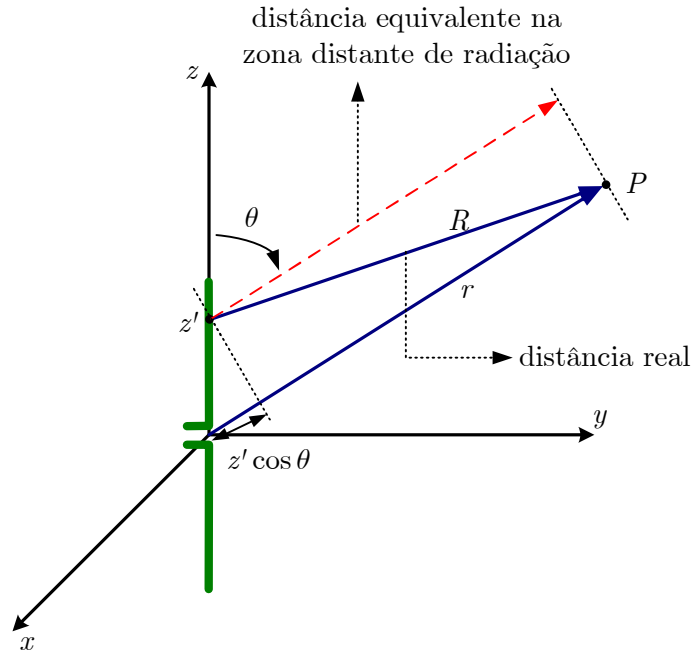


Figura 3.3: Equivalência entre raios na zona distante de radiação

um factor de forma denominado de factor espacial. Este facto é denominado de multiplicação de diagramas para fontes contínuas, em analogia com a multiplicação de diagramas que também se verifica para fontes discretas, tal como será visto aquando do estudo de agregados de antenas. Resolvendo os integral da expressão anterior chega-se a

$$\bar{E}_\theta = j \frac{Z I_M e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)}{\sin \theta} \right] \quad (3.8)$$

O cálculo do campo magnético pode ser feito repetindo o processo utilizado para determinar o campo eléctrico ou através de uma das equações de *Maxwell*. O resultado a que se chega é

$$\bar{H}_\phi = \frac{E_\theta}{Z} = j \frac{I_M e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)}{\sin \theta} \right] \quad (3.9)$$

Na figura 3.4 são representados os diagramas de radiação de antenas lineares de vários tamanhos. Pode observar-se que o máximo de radiação ocorre para $\theta = \pi/2$ e que quanto maior for a antena mais concentrada é a radiação. Quando o tamanho da antena é superior a λ , esta começa a criar lobos secundários, sendo que o número destes e a sua intensidade aumenta com o aumento do tamanho da antena.

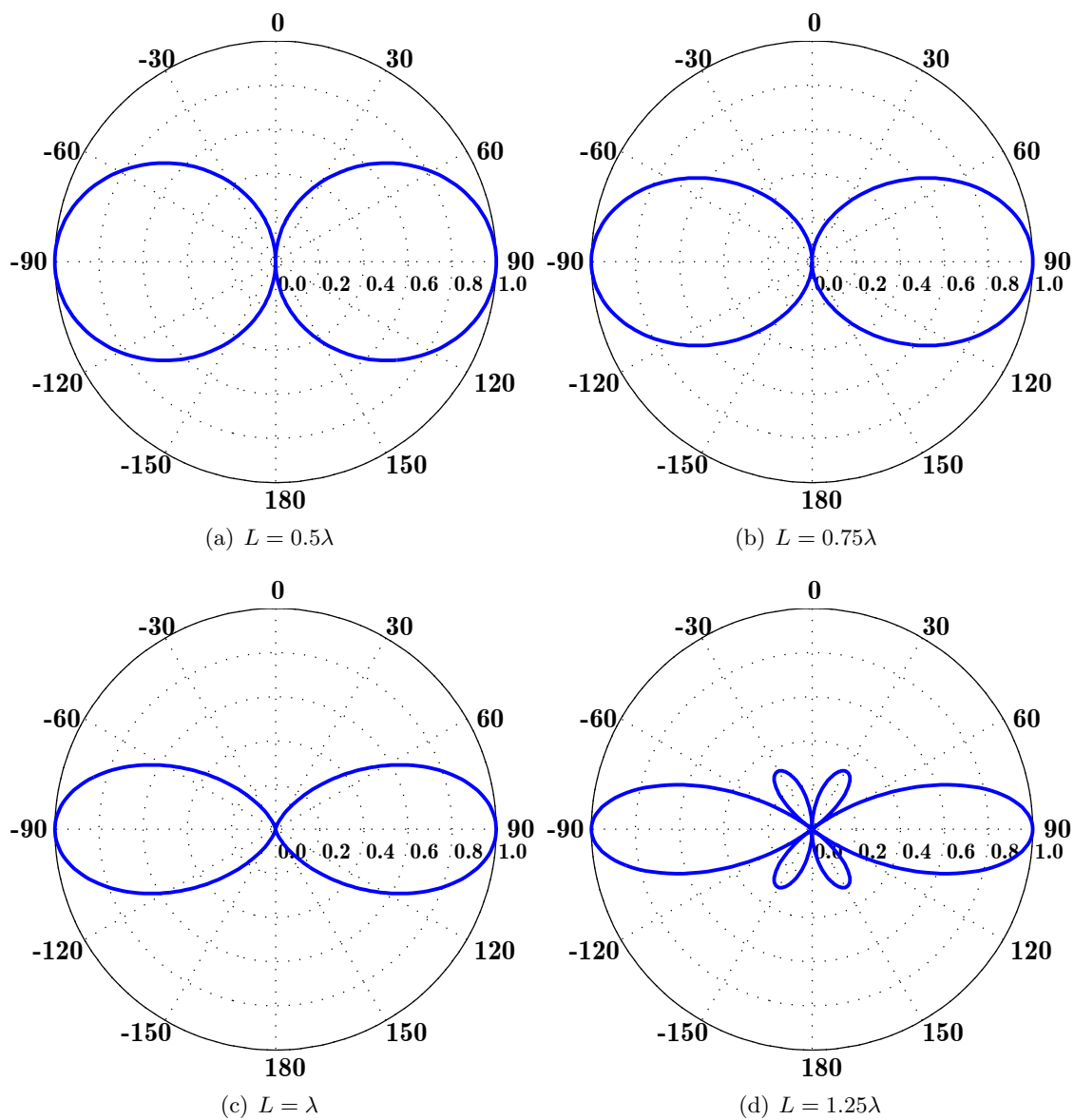


Figura 3.4: Diagrama de radiação (campo eléctrico normalizado) na zona distante de radiação de antenas lineares de vários tamanhos.

3.2.2 Potência radiada

Para um dipolo de tamanho $L = 2l$ a densidade de potência vale

$$S = \frac{|E_\theta|^2}{2Z} = \frac{I_M^2 Z}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (3.10)$$

e para a potência radiada tem-se

$$P_{rad} = \oint_S S \, dS = \frac{ZI_M^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{[\cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)]^2}{\sin \theta} d\theta \quad (3.11)$$

Como o integral que aparece na equação anterior não tem solução é necessário recorrer a tabelas para estimar o valor da potência radiada. A potência radiada pode então ser obtida através de

$$\begin{aligned} P_{rad} = & \frac{ZI_M^2}{4\pi} \{C + \ln(2\beta l) - C_i(2\beta l) + 0.5 \sin(2\beta l)[S_i(4\beta l) - 2S_i(2\beta l)] \\ & + 0.5 \cos(2\beta l)[C + \ln(\beta l) + C_i(4\beta l) - 2C_i(2\beta l)]\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde $C = 0.5772$, $C_i(x)$ e $S_i(x)$ representam, respectivamente, a constante de *Euler*, o co-seno integral e o seno integral. Os dois últimos normalmente aparecem tabelados e são dados por

$$C_i(x) = \int_\infty^x \frac{\cos y}{y} dy \quad (3.13)$$

$$S_i(x) = \int_0^x \frac{\sin y}{y} dy \quad (3.14)$$

3.2.3 Resistência de radiação

Tal como visto anteriormente, a resistência de radiação é dada por

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{I_{in}^2} \quad (3.15)$$

onde I_{in} é a corrente aos terminais do dipolo e está relacionada com a corrente máxima I_M através de

$$I_{in} = \bar{I}(z')|_{z'=0} = I_M \sin(\beta l) \quad (3.16)$$

pelo que resulta

$$\begin{aligned} R_r = & \frac{Z}{2\pi \sin^2(\beta l)} \{C + \ln(2\beta l) - C_i(2\beta l) + 0.5 \sin(2\beta l)[S_i(4\beta l) - 2S_i(2\beta l)] \\ & + 0.5 \cos(2\beta l)[C + \ln(\beta l) + C_i(4\beta l) - 2C_i(2\beta l)]\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

A evolução da resistência de entrada de um dipolo linear em função do tamanho deste é mostrada na figura 3.5. Como se pode observar esta resistência varia conforme o tamanho do dipolo

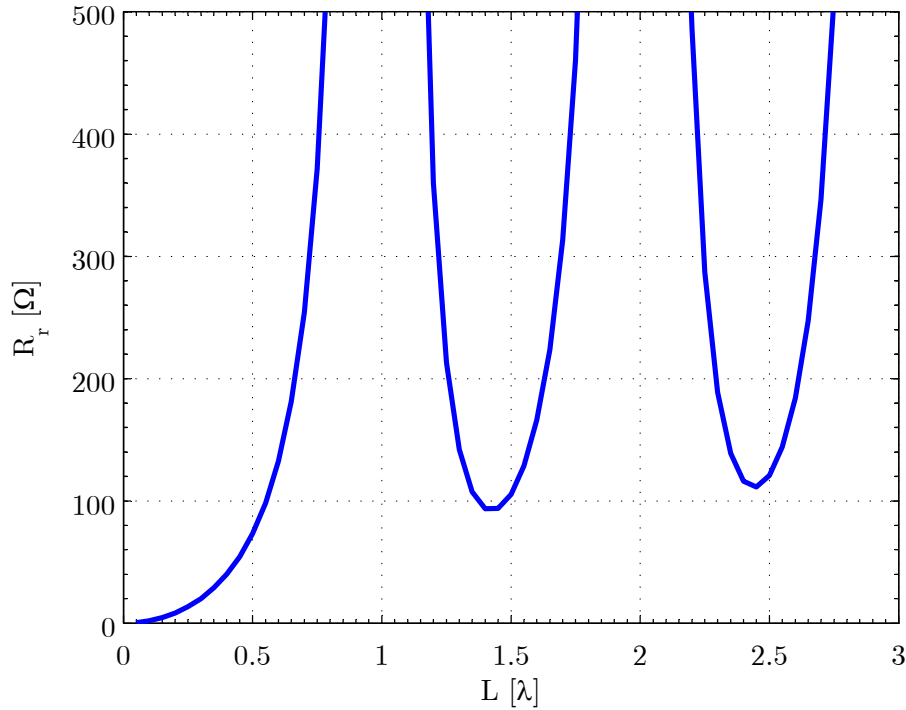


Figura 3.5: Resistência de radiação na entrada de um dipolo linear

existindo inclusive tamanhos para os quais a resistência de entrada é infinita (coincidindo com as dimensões para as quais a corrente nos terminais e alimentação é nula). Para simplificar a adaptação da impedância de entrada da antena ao sistema de alimentação é necessário escolher um tamanho de dipolo adequado.

3.2.4 Directividade

A evolução da directividade máxima de um dipolo linear (calculada através da expressão 2.8) é mostrada na figura 3.6. Para comparação, mostra-se também a directividade que se obtém para $\theta = \pi/2$. Até comprimentos inferiores a 1.5λ (sensivelmente), a directividade máxima dá-se sempre para $\theta = \pi/2$, atingindo o seu valor máximo quando $L \approx 1.3\lambda$. A razão pela qual a directividade diminuí a partir deste comprimento deve-se ao aparecimento de lobos secundários que fazem com que a antena perca as suas capacidades direccionais. Para dimensões superiores a $L \approx 1.5\lambda$, a directividade máxima passa a dar-se para direcções não coincidentes com $\theta = \pi/2$. Este facto deve-se ao aparecimento de um lobo principal não coincidente com o plano ortogonal ao alinhamento da antena.

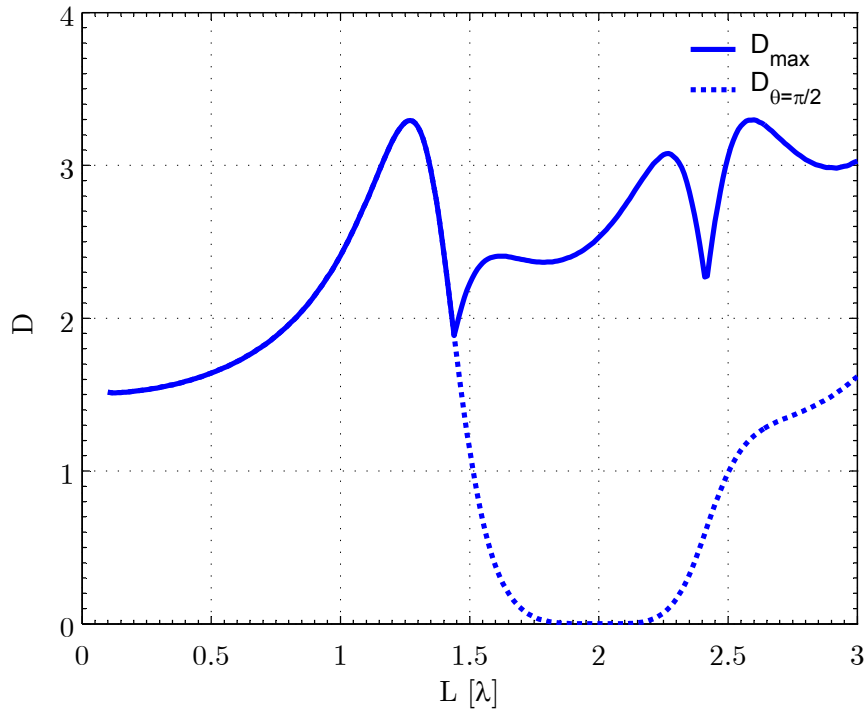


Figura 3.6: Directividade de um dipolo linear

3.2.5 Antena Linear de $\lambda/2$

Por razões que se tornarão óbvias aquando do estudo dos dipolos cilíndricos, uma das antenas lineares com maior aplicação prática é a antena linear com um comprimento $L = \lambda/2$. Os campos na zona distante de radiação podem ser obtidos a partir das expressões gerais obtidas anteriormente fazendo $l = L/2 = \lambda/4$, resultando

$$\bar{E}_\theta = j \frac{Z I_M e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \right] \quad (3.18)$$

$$\bar{H}_\phi = j \frac{I_M e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \right] \quad (3.19)$$

O diagrama de radiação do dipolo de $\lambda/2$ é o mostrado na figura 3.4(a).

A densidade de potência vale

$$S = \frac{I_M^2 Z}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (3.20)$$

resultando para a potência radiada

$$P_{rad} = \frac{Z I_M^2}{8\pi} \{C + \ln(2\pi) - C_i(2\pi)\} \quad (3.21)$$

e para a resistência de radiação

$$R_r = \frac{Z}{4\pi} \{C + \ln(2\pi) - C_i(2\pi)\} \approx 73\Omega \quad (3.22)$$

A intensidade de radiação é dada por

$$U(\theta, \phi) = r^2 S = \frac{I_M^2 Z}{8\pi^2} \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (3.23)$$

o que origina uma directividade de

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = 4 \frac{[\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta) / \sin \theta]^2}{C + \ln(2\pi) - C_i(2\pi)} \quad (3.24)$$

sendo o seu valor máximo de

$$D_{max} = \frac{4}{C + \ln(2\pi) - C_i(2\pi)} \approx 1.643 \quad (3.25)$$

e resultando para a área efectiva um valor máxima dado por

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{max} \approx 0.13\lambda^2 \quad (3.26)$$

3.3 Dipolos Cilíndricos

Na análise efectuada até aqui assumiu-se que a espessura do dipolo linear é nula. Na prática, um dipolo terá sempre uma determinada espessura, sendo a forma cilíndrica, mostrada na figura 3.7, a geometria mais usual. Como a distribuição de correntes ao longo da antena foi inferida a partir da distribuição de corrente em linhas de transmissão terminadas em aberto, não se sabe até que ponto esta é uma boa aproximação. É então necessário optar por processos alternativos para o estudo do dipolo cilíndrico.

Existem duas equações (denominadas de equação de *Hallen* e equação de *Pocklington*) que caracterizam o comportamento de um dipolo com raio não nulo e que permitem obter resultados mais próximos dos reais. Estas equações podem ser resolvidas analiticamente, por métodos interactivos, ou numericamente, através do método dos momentos. A obtenção destas equações, bem como dos dois métodos de resolução referidos, está fora dos objectivos deste curso. Assim sendo, apenas se irão apresentar os resultados obtidos através de um simulador electromagnético comercial que implementa o método dos momentos para resolver umas das equações anteriormente referidas.

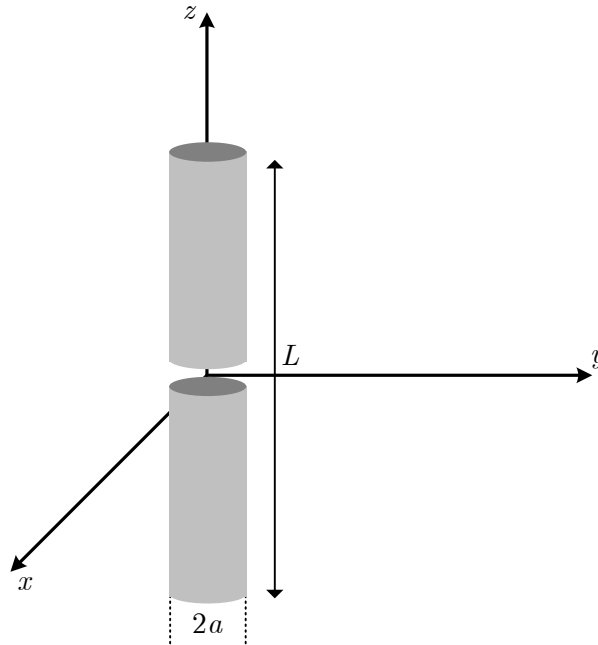


Figura 3.7: Geometria de um dipolo cilíndrico

Distribuição de correntes

Nas figuras 3.8(a) e 3.8(b) mostra-se a distribuição de correntes de dois dipolos cilíndricos de tamanho $L = \lambda$ e $L = 0.5\lambda$, respectivamente, e para vários valores de a . Pode observar-se que para $L = \lambda/2$ a corrente com distribuição sinusoidal é uma boa aproximação à corrente real e que esta aproximação será tanto melhor quanto menor for o valor de a . No caso de $L = \lambda$ pode tirar-se a mesma conclusão excepto para o valores de corrente próximos do ponto de alimentação. Nesta zona do dipolo, o valor do raio influencia fortemente a distribuição de corrente e a aproximação sinusoidal deixa de ser uma boa aproximação. Com a aproximação sinusoidal é esperada uma corrente nula no ponto de alimentação e uma resistência de radiação infinita mas, na realidade, a corrente não é nula (embora seja baixa) o que indica que a resistência de radiação não será infinita (embora continue a ser bastante alta).

Impedância de entrada

Na figura 3.9 mostra-se a evolução da impedância de entrada de vários dipolos cilíndricos, com diferentes relações L/a , em função do tamanho eléctrico do dipolo. Na simulação admitiu-se que o condutor utilizado é perfeito e portanto não existem perdas na antena. Em geral, a impedância de entrada é complexa, existindo uma dependência desta com o raio do dipolo. A parte real está

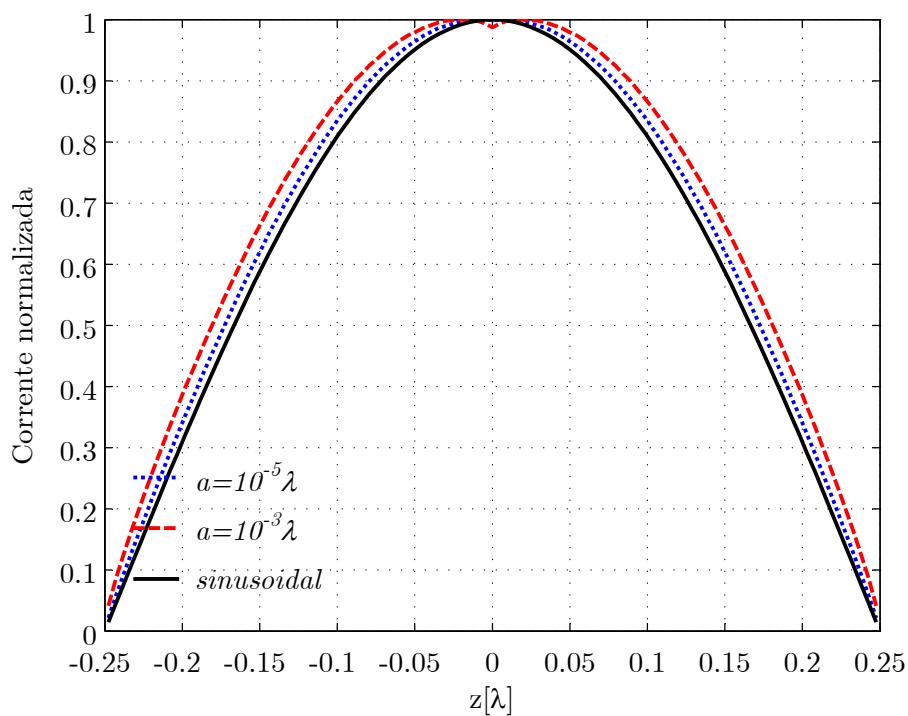
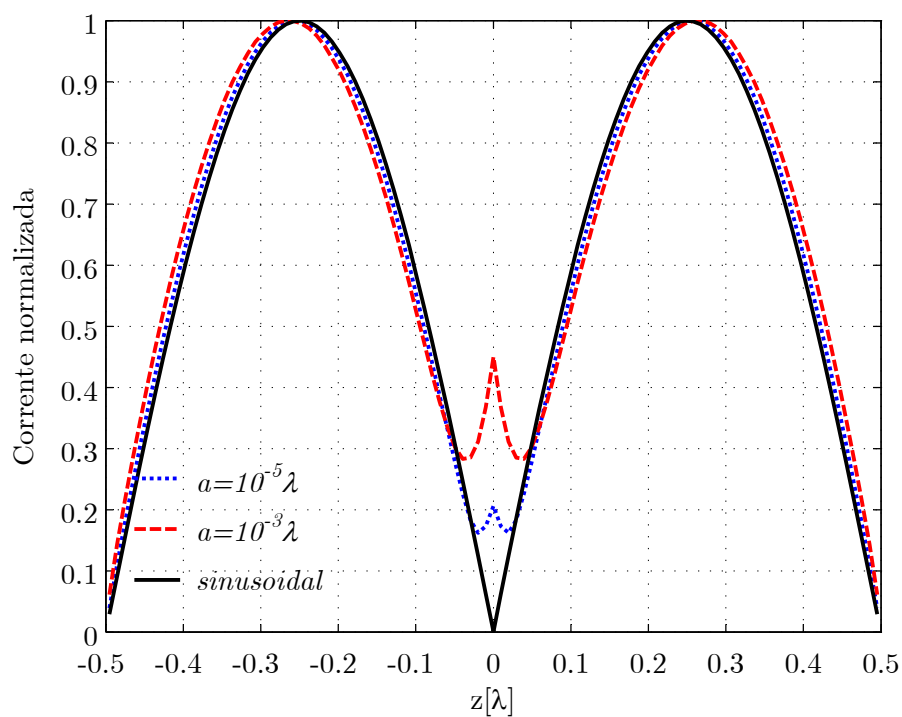
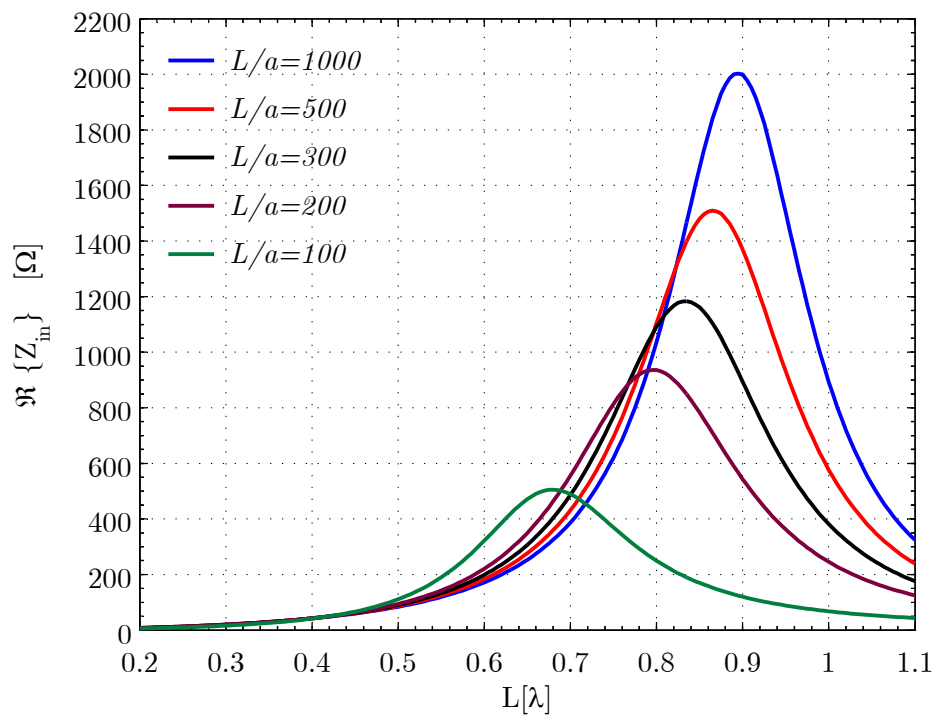
(a) Dipolo cilíndrico com $L = 0.5\lambda$ (b) Dipolo cilíndrico com $L = \lambda$

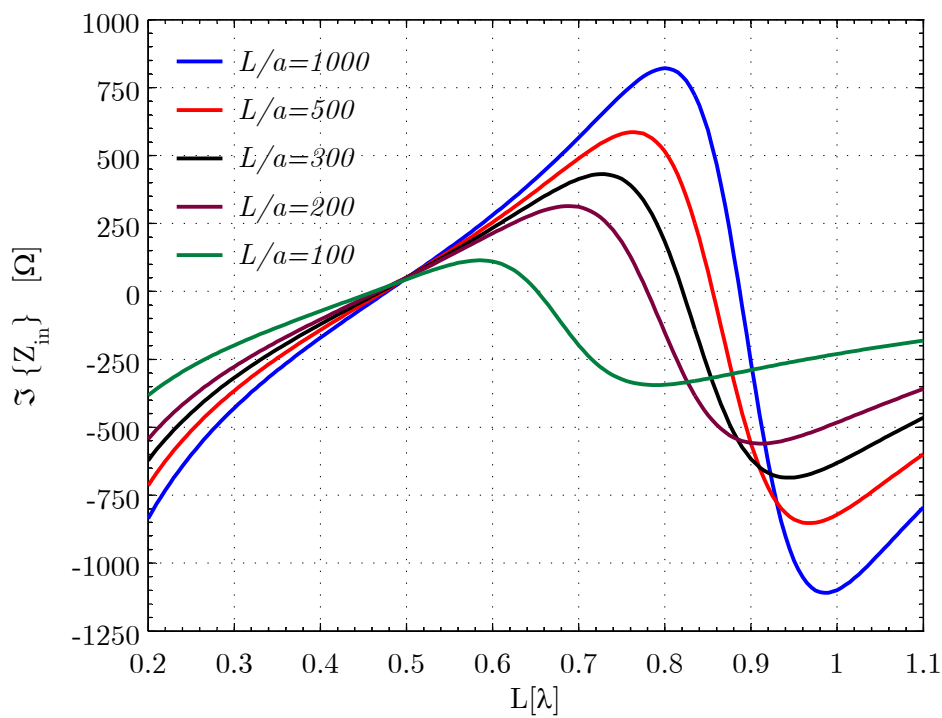
Figura 3.8: Distribuição de correntes em dipolos cilíndricos

associada à resistência de radiação e a parte imaginária à potência reactiva existente no campo na proximidade da antena. Note-se que o estudo da impedância de entrada do dipolo linear foi feita a partir do campo na zona de radiação e, portanto, o campo na zona próxima foi ignorado. Sendo o campo na zona próxima responsável pela parte imaginária da impedância de entrada, não foi possível determiná-la através do método utilizado.

Um facto importante que se observa é que, para qualquer raio, o dipolo é ressonante, isto é, a parte imaginária da impedância de entrada é nula, quando o seu tamanho eléctrico é ligeiramente inferior a 0.5λ . É este a razão pela qual os dipolos de meia onda têm uma aplicação alargada. Caso se operasse o dipolo fora de ressonância seria necessário eliminar a parte imaginária, por exemplo, adicionando um condensador ou uma bobina aos terminais da antena. Obviamente que esta solução é muito menos elegante e, portanto, de evitar. Na figura 3.10 mostra-se com mais pormenor a evolução da impedância de entrada para dipolos com tamanho próximo de $\lambda/2$. Para eliminar por completo a componente imaginária da impedância de entrada, os dipolos cilíndricos são construídos com um tamanho ligeiramente mais curto que $\lambda/2$, tipicamente no intervalo $0.47\lambda < L < 0.48\lambda$, dependendo do raio dos mesmos.

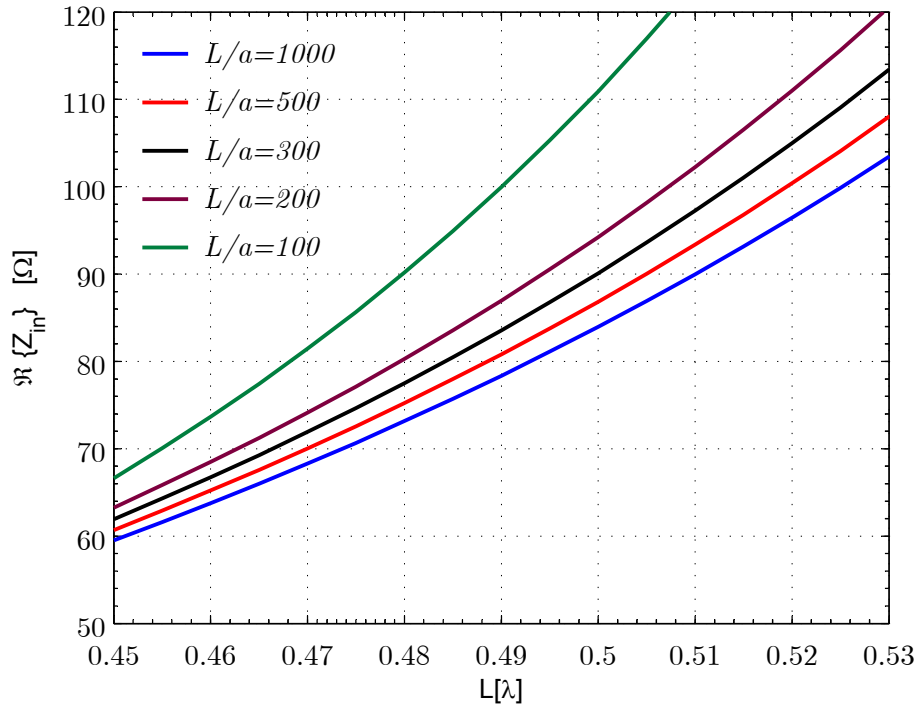


(a) Parte real da impedância de entrada

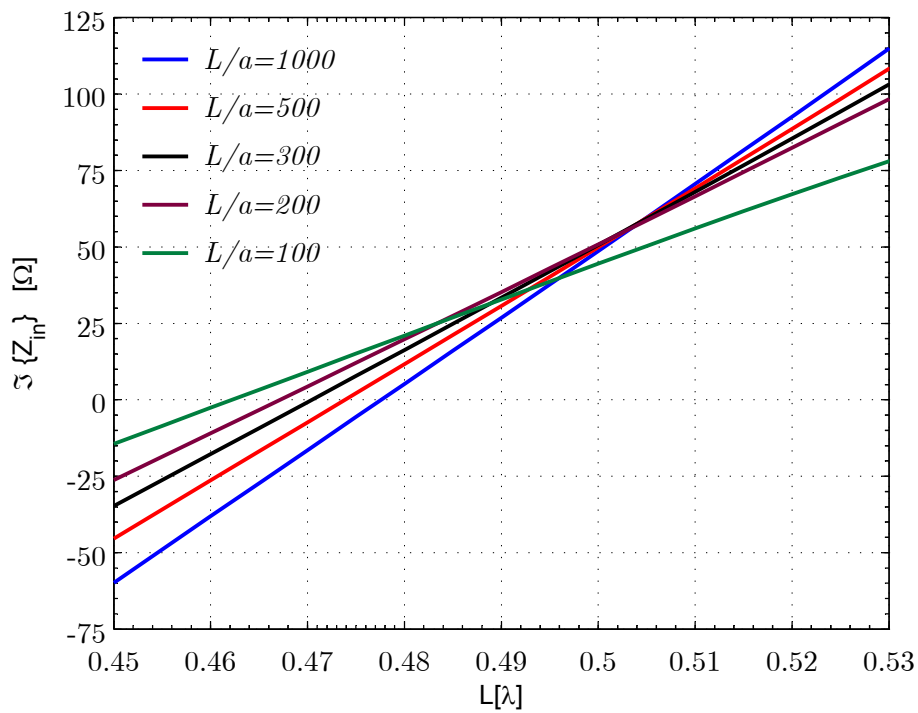


(b) Parte imaginária da impedância de entrada

Figura 3.9: Evolução da impedância de entrada de dipolos cilíndricos de vários tamanhos e com diferentes relações L/a



(a) Parte real da impedância de entrada



(b) Parte imaginária da impedância de entrada

Figura 3.10: Evolução pormenorizada da impedância de entrada de dipolos cilíndricos de vários tamanhos e com diferentes relações L/a