

Trabalho 1: Máquinas de Turing

Gustavo Kundlatsch & Teo Gallarza

Florianópolis, 15 de Outubro, 2018

1 Máquinas de Turing de Fita Única

- (a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i^2 \cdot j = k\}$

Para implementar uma máquina que reconhece esta linguagem, utilizamos um algoritmo como descrito a seguir:

Primeiro, é necessário fazer i^2 , caso i maior que zero. Para isso, lemos o primeiro a que aparecer na fita, e o substituímos por A . A partir disso, avançamos na fita até encontrar um espaço vazio, onde escrevemos 1 para fazer a contagem de a 's necessários para fazer a primeira iteração de i^2 . Depois de escrever o primeiro 1 , voltamos na fita até o primeiro a e repetimos o processo até todos os a 's serem substituídos por A . Nesse momento, voltamos até o começo da fita e trocamos o primeiro A por a , mostrando que uma iteração já foi feita. Para cada A restante, faremos um processo similar ao inicial, mas dessa vez replicando os 1 's no final da fita, por $i - 1$ vezes. Assim obtemos o quadrado de i .

Depois, precisamos multiplicar esse número por j . para isso, repetiremos a sequência de 1 's feita j vezes. Desta maneira, teremos uma longa cadeia de 1 's que representa i^2 vezes j .

Por fim, basta comparar o número de dígitos dessa cadeia com o número de k 's. É necessário tratar os casos de i, j e/ou k ser zero. (se i ou j for zero não podem haver k 's na fita).

- (b) $L = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_n \mid \in (0,1)^*, x_i = x_j, j > i\}$

A Máquina de Turing que aceita essa linguagem deverá comparar cada x com cada um dos elementos subsequentes, e caso encontre qualquer $x_i = x_j$, com $j > i$, a entrada será considerada válida (contanto que cada x seja composto por $\{0,1\}^*$). No início, iremos verificar se existem dois x 's vazios, e aproveitamos para testar se todos os x 's são constituídos apenas por zeros e uns. Depois, para continuar a comparação, a máquina irá ler os x 's em ordem. Para cada 0 que ela encontrar, irá substituir por x , e buscar na entrada outros x 's que contém 0 como primeiro caractere. Quando encontrar, ela substituirá por A . Quando tiver feito esse processo em todos os x 's, o cabeçote retorna para o x que está sendo lido atualmente (único

que contém x ou y), e repete esse processo. Para cada 1 que encontrar, o processo será o mesmo, mas no x atual será substituído por y e nos x's comparados será substituído por B. Quando um x não tiver o caractere correto, todos os A's serão trocados para a e todos os B's para b (para sabermos que o x é inválido). No momento que um x for averiguado como igual o outro, a máquina irá aceitar a entrada.

2 Máquinas de Turing Multifitas

- (a) $L = \{ww^Rw^Rw|w \in \{0,1\}^*\}$ (w^R é o reverso da cadeia w)

Para implementar uma máquina de turing multifitas que aceita tal linguagem, primeiro, vamos copiar o conteúdo da cadeia w na fita 1 para uma fita 2. Depois, percorremos a fita 1 até o final, para comparar o final de w com o conteúdo da fita 2. Ao terminar de percorrer essas fitas, vamos comparar w com w reverso. Caso a cadeia esteja correta, o cabeçote da fita 2 deve retornar para o começo, para comparar w reverso com w.

Para tais comparações, iremos ir trocando a's por A's, e b's por B's. Ao final das duas comparações, devem haver apenas A's e B's e, nesse caso, a entrada é válida.

3 Máquinas de Turing em Blocos

Uma máquina de turing em blocos é uma máquina de turing que utiliza outras máquinas de turing previamente construídas, que recebem uma entrada qualquer e funcionam como uma caixa preta para processar essa entrada, como funções ou procedimentos.

- (a) $L = \{0^{2^n} | n \geq 0\}$

Para implementar uma Máquina de Turing em blocos que aceita essa linguagem, vamos primeiro varrer a fita da esquerda para a direita. Se tiver um único zero, vamos aceitar a entrada. Caso o número de zeros for maior que um, mas for um número ímpar, rejeitamos a entrada. Depois disso, terminamos a primeira iteração, e retornamos o cabeçote para o começo.

Para cada iteração que acontecer, vamos cortar a fita no meio. Se o número de zeros da fita cortada pela metade for ímpar e maior que um, a fita original não tem como ter número ímpar de zeros, caso contrário, o número original é par, e aceitamos a entrada.

- (b) Dada uma entrada com uma sequência de "a", que representa n, a máquina retorna o n-ésimo valor de Fibonacci representado por uma sequência de "c".

Para uma máquina de turing em blocos realizar essa operação, em cada iteração, um "a" é trocado por um "A" e é feita uma concatenação de

"c" igual a quantidade de "c" antes, e incluindo, de "#" e coloca "#" no último "c" que fazia parte do número anterior, podendo assim guardar o valor para a soma do próximo número.