

7) A codificação de Church é a maneira com a qual inserimos operadores numéricos e números no cálculo lambda. Todos os numerais de Church são funções que tomam dois parâmetros. Abaixo é mostrado como os numerais são representados, onde  $f$  é a função sucessor e  $x$  é o 0.

$0 \equiv \lambda f. \lambda x. x$   
 $1 \equiv \lambda f. \lambda x. f \ x$   
 $2 \equiv \lambda f. \lambda x. f \ (f \ x)$   
 $3 \equiv \lambda f. \lambda x. f \ (f \ (f \ x))$   
 ...  
 $n \equiv \lambda f. \lambda x. f^n \ x$

A função sucessor, que é fundamental para os numerais, é representada da seguinte maneira:

$\text{succ} \equiv \lambda n. \lambda f. \lambda x. f \ (n \ f \ x)$

Utilizando a notação apresentada para os numerais, é possível definir uma função soma para operar em cima de dois valores ( $m + n$ ) da seguinte maneira:

$\text{plus} \equiv \lambda m. \lambda n. \lambda f. \lambda x. m \ f \ (n \ f \ x)$

Já a subtração pode ser definida a partir da função antecessor:

$\text{pred} \equiv \lambda n. \lambda f. \lambda x. n \ (\lambda g. \lambda h. h \ (g \ f)) \ (\lambda u. x) \ (\lambda u. u)$   
 $\text{sub} \equiv \lambda m. \lambda n. (n \ \text{pred}) \ m$

8) O combinador  $y$ , ou combinador ponto-a-ponto, é uma função  $y$  tal que quando aplicado a uma função arbitrária  $f$ , produz o mesmo resultado que  $f$  aplicada para o resultado da aplicação  $f$  para  $y$ . É assim chamado porque, por definição  $x = y \ f$  representa uma solução para a equação de ponto fixo.

$$y \ f = f \ (y \ f) \quad \text{para todo } f$$